

قیود در تعیین موقعیت کینماتیک

طناز حاجی محمدلو^{۱*}، جمال عسگری^۲، علیرضا امیری سیمکویی^۲

^۱ دانشجوی کارشناسی ارشد ژئودزی - گروه مهندسی نقشه برداری - دانشکده فنی مهندسی - دانشگاه اصفهان
t.mohamadloo@eng.ui.ac.ir

^۲ استادیار گروه مهندسی نقشه برداری - دانشکده فنی مهندسی - دانشگاه اصفهان
{Asgari, Amiri}@eng.ui.ac.ir

(تاریخ دریافت فروردین ۱۳۹۲، تاریخ تصویب خرداد ۱۳۹۲)

چکیده

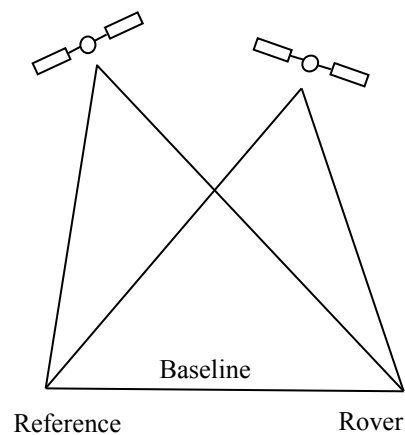
در سال‌های اخیر روش‌های کینماتیک به منظور استفاده از توانایی GPS در تعیین موقعیت دقیق در مدت زمان مشاهده‌ی بسیار کوتاه و حتی با گیرنده‌ی در حال حرکت، توسعه داده شدند. در تعیین موقعیت کینماتیک نسبی موقعیت گیرنده‌ی ثابت، معلوم فرض می‌شود و موقعیت گیرنده‌ی دوم نسبت به گیرنده‌ی اول تعیین می‌شود. روش کینماتیک ایست-رو در مقایسه با استاتیک از سرعت بالاتر و دقت پایین‌تری برخوردار است. افزودن قیود در سیستم معادلات تعیین موقعیت کینماتیک درجه‌ی آزادی و دقت برآورد مجهولات را افزایش می‌دهد که این قیود می‌توانند روابطی به‌دست آمده از شرایط واقعی باشند. در این مقاله قید افزوده شده به سیستم معادلات، دایره‌ای است که از نقاط پردازش شده به دست می‌آید. با افزودن قید، دقت برآورد مجهولات افزایش می‌یابد و همچنین فاصله‌ی نقاط پردازش شده تا مرکز دایره برابر با شعاع تعیین شده خواهد بود. در این مقاله با دو قید معلوم (مرکز و شعاع دایره معلوم است) و مجهول (مرکز و شعاع دایره مجهول است)، پردازش کینماتیک ایست-رو با مشاهدات مجازی انجام شد. نتایج حاصل از پردازش با هر دو قید تقریباً یکسانند به عبارتی می‌توان در صورت معلوم نبودن پارامترهای قید معلوم (مرکز و شعاع دایره) آن را برآورد کرد. همچنین با مشاهدات کینماتیک واقعی، پردازش آنی در دو حالت مقید و نامقید انجام شد و نتایج حاکی از دقت بالاتر در پردازش مقید به خصوص در مولفه‌های افقی است و شعاع به دست آمده از مختصات پردازش شده در حالت مقید با شعاع طراحی شده مطابق است.

واژگان کلیدی: GPS، GNSS، تعیین موقعیت ایست-رو، تعیین موقعیت آنی، قیود، مشاهدات مجازی، مشاهدات حقیقی.

* نویسنده رابط

۱- مقدمه

سیستم تعیین موقعیت جهانی (GPS)^۱ امکان تعیین موقعیت را به کاربران خود در سراسر جهان می-دهد [۶،۸،۱۸]. تعیین موقعیت مطلق با GPS در بسیاری از کاربردها دقت مورد نیاز را تامین نمی-کند، لذا روش-هایی برای افزایش دقت بکار گرفته می-شود. از جمله این روش-ها تعیین موقعیت نسبی (بین دو گیرنده) است که دو گیرنده، مشاهداتی را بطور همزمان به ماهواره‌های GPS انجام می-دهند. در این روش، هدف برآورد مختصات نقطه‌ای مجهول نسبت به نقطه‌ای با مختصات معلوم می-باشد و بردار بین دو نقطه به عنوان مجهول برآورد می-شود. به این بردار مجهول، بردار طول مبنا گفته می-شود. نقطه‌ی مجهول، ایستگاه سیار و نقطه‌ی معلوم، ایستگاه مرجع نام دارد [۸، ۱۸، ۱۹].



شکل ۱- هندسه‌ی تعیین موقعیت نسبی

پردازش طول مبنا با استفاده از مشاهدات تفاضلی مرتبه‌ی دوم (DD)^۲ انجام می‌شود که مزیت استفاده از این مشاهدات حذف خطای ساعت گیرنده و ماهواره است که امکان دستیابی به ابهام‌فازهای صحیح را ممکن می-سازد. دقت تعیین موقعیت کینماتیک^۳ در حد سانتی-متر است، اما روش کینماتیک ایست-رو^۴ با توجه به استفاده از بیش از یک اپک، دقت تعیین طول مبنا را افزایش می-دهد. می‌توان در معادلات تفاضلی پردازش، معادله‌ی قید را نیز اضافه نمود [۱۳، ۱۴، ۱۹]. این قید حرکت گیرنده‌ی

مجهول بر روی یک دایره است. در این مقاله با دو قید با شعاع و مرکز معلوم و مجهول، پردازش ایست-رو با مشاهدات مجازی [۳، ۵، ۷، ۱۶، ۱۷] انجام می‌شود و مقایسه‌ای بین این دو قید ارائه می‌شود و همچنین پردازش کینماتیک آنی با مشاهدات حقیقی در دو حالت مقید و نامقید انجام می‌شود و نتایج ارائه می‌شود.

۲- پردازش مشاهدات تفاضلی مرتبه دوم کینماتیک

تعیین موقعیت کینماتیک نخستین بار توسط رموندی^۵ در سال ۱۹۸۴ پیشنهاد شد [۱۵]. در تعیین موقعیت کینماتیک نسبی موقعیت گیرنده‌ی مجهول در هر اپک برآورد می‌شود و در معادلات تفاضلی مرتبه اول، دوم و سوم به صورت ضمنی تغییر فاصله هندسی دیده می‌شود. اگر n_t تعداد اپک‌ها و n_s تعداد ماهواره‌ها در نظر گرفته شود، با توجه به رابطه‌ی میان مشاهدات و مجهولات در مدل معادلات تفاضلی مرتبه دوم که به صورت ($(n_s - 1)n_t \geq 3n_t + (n_s - 1)$) می‌باشد، تعیین موقعیت کینماتیک در یک اپک در صورتی امکان‌پذیر است که مجهولات ابهام فاز از سمت راست معادله حذف شوند تا در این صورت با حداقل چهار ماهواره در هر اپک تعیین موقعیت انجام شود. به عبارتی ابهام فازها برای طول مبنا، پیش از شروع حرکت حل می‌شود و تا زمانی که ماهواره جدیدی طلوع نکند، می‌توان تعیین موقعیت انجام داد [۶، ۱۸]. روش‌های متعددی برای حل ابهام فاز موجود است. در میان این روش‌ها سرشکنی ناهمبسته‌سازی کمترین مربعات ابهام‌فاز (LAMBDA^{*}) - ارائه شده توسط تیونیسن^۷ از دیدگاه تئوری و عملی از اعتبار بالاتری برخوردار است. این روش همچنین نرخ موفقیت و سرعت بالایی نیز دارد [۴، ۱۱]. در تعیین موقعیت ایست-رو گیرنده برای چند اپک در موقعیت مجهول ثابت می-ماند و سپس شروع به حرکت می‌کند، به همین دلیل این

^۵Remondi

^۶ Least-squares AMbiguity Decorrelation Adjustment Method

^۷ Teunissen

^۱Global Positioning System

^۲Double Difference

^۳Kinematic

^۴Stop & go

مختصات ژئودتیک محلی حرکت می‌کند. ابتدا بردارهای

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \text{ و } \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \text{ و } \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \text{ و } \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \text{ به صورت } LG \text{ یک‌ه‌ی سیستم}$$

در سیستم مختصات قطبی به صورت زیر در نظر گرفته شد.

$$P = R \cos(\theta) \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + R \sin(\theta) \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3)$$

که P مختصات نقاط در سیستم LG و θ زاویه‌ی دوران برای هر نقطه‌ی دایره است که از صفر تا 360° درجه تغییر می‌کند. سپس نقاط طراحی شده در رابطه ۳ با استفاده از دوران میان سیستم‌ها، به سیستم مختصات زمینی قراردادی (CT)^۱ انتقال داده می‌شود و مرکز دایره، ایستگاه مجهول که مختصات آن پس از ده دقیقه پردازش استاتیک به دست آمده در نظر گرفته می‌شود.

$$P_{CT} = R_3(\pi - \lambda)R_2\left(\frac{\pi}{2} - \varphi\right)P_2P + P_{sta} \quad (4)$$

نقاط برای حرکت برای روی دایره ساخته شدند، در صورتی‌که مشاهدات استاتیک برای حرکت گیرنده معتبر نمی‌باشند. با معلوم بودن موقعیت نقاط طراحی شده، مشاهده‌ی مجازی^۲ برای پردازش ساخته می‌شود. برای ساخت مشاهدات مجازی، فاصله‌ی هندسی که اثر دوران زمین برای آن تصحیح شده است میان گیرنده‌ی حقیقی و ماهواره مورد نظر و فاصله‌ی هندسی میان گیرنده در موقعیت مجازی و ماهواره‌ی مورد نظر محاسبه می‌شود [۱].

$$\rho = \rho(1 - u^T \frac{v_r}{c}) \quad (5)$$

که v_r ، نشان‌گر سرعت نسبی در سیستم مرجع گردان (چارچوب مرجع بسته به زمین یا ECEF)^۳ است. ρ

روش نسبت به کینماتیک آنی از دقت بالاتر و نسبت به روش‌های استاتیک از سرعت بالاتری برخوردار است.

در تعیین موقعیت نسبی، مشاهدات فاز به دلیل دقت بالاتر استفاده می‌شوند. معادله‌ی تفاضلی مرتبه‌ی دوم فاز به صورت زیر است.

$$\varphi_{AB}^k - \varphi_{AB}^j = \frac{1}{\lambda} [\rho_{AB}^k - \rho_{AB}^j] + N_{AB}^k - N_{AB}^j \quad (1)$$

در این رابطه φ_{AB}^k ، ρ_{AB}^k و N_{AB}^k به ترتیب مشاهده فاز تفاضلی مرتبه اول، فاصله هندسی تفاضلی مرتبه اول و ابهام فاز تفاضلی مرتبه اول میان ماهواره k و دو گیرنده A و B می‌باشند. λ طول موج مربوطه‌ی مرتبط با فرکانس L_1 یا L_2 است. این رابطه با نمادگذاری‌های نسبی به شکل $\varphi_{AB}^{jk} = \frac{1}{\lambda} \rho_{AB}^{jk} + N_{AB}^{jk}$ تبدیل می‌شود. حذف بایاس ساعت گیرنده مهم‌ترین مزیت این مشاهدات است.

مشاهدات تفاضلی مرتبه‌ی دوم از نظر ریاضی وابسته‌اند و این وابستگی به دلیل ذات تفاضلی این مشاهدات است. به همین دلیل ماتریس وزن، بر خلاف مشاهدات تفاضلی مرتبه‌ی اول، قطری نخواهد بود.

$$P(t) = \frac{1}{2\sigma^2} \frac{1}{n_D + 1} \begin{bmatrix} n_D & -1 & -1 & \dots \\ -1 & n_D & -1 & \dots \\ -1 & & & \\ \dots & & & n_D \end{bmatrix} \quad (2)$$

که در آن n_D تعداد مشاهدات تفاضلی مرتبه‌ی دوم در هر اپک است [۶].

۲-۱- ساخت مشاهدات مجازی برای حرکت گیرنده بر روی دایره

داده‌های GPS دریافت شده از سرویس‌های اینترنتی در حالت استاتیک می‌باشند. با فرض حرکت مجازی گیرنده بر روی یک دایره، این داده‌ها قابل استفاده نخواهد بود و مشاهدات مجازی باید ساخته شود. این مشاهدات به صورت مشاهدات خام بوده و برای تعیین موقعیت استفاده می‌شوند. برای ساخت داده‌های مجازی، فرض می‌شود گیرنده بر روی یک دایره‌ی افقی با شعاع R در سیستم

^۱ Conventional Terrestrial Coordinate System

^۲ Virtual Observation

^۳ Earth Center Earth Fixed

فاصله‌ی هندسی میان گیرنده و ماهواره در لحظه‌ی t و u^t ترانهاده‌ی بردار واحد در جهت گیرنده- ماهواره است. مشاهدات خام دریافت شده توسط تفاضل این دو فاصله‌ی هندسی به مشاهدات مجازی تبدیل می‌شوند.

$$P_{v,L}^k(t_i) = P_{real_observation,L}^k(t_i) + \rho_{virtual}^k(t_i) - \rho_{real}^k(t_i)$$

$$\phi_{v,L}^k(t_i) = \frac{(\lambda_L \phi_{real_observation,L}^k(t_i) + \rho_{virtual}^k(t_i) - \rho_{real}^k(t_i))}{\lambda_L} \quad (6)$$

که در آن $P_{v,L}^k$ و $\phi_{v,L}^k$ به ترتیب مشاهده مجازی ساخته شده کد (شبه فاصله) بر حسب متر و فاز بر حسب دور برای ایستگاه v در فرکانس $L1$ یا $L2$ $P_{real_observation,L}^k$ و $\phi_{real_observation,L}^k$ به ترتیب مشاهده حقیقی دریافت شده کد (شبه فاصله) بر حسب متر و فاز بر حسب دور برای ایستگاه حقیقی در فرکانس $L1$ یا $L2$ L فرکانس مربوطه ($L1$ یا $L2$)، λ_L طول موج مربوطه و t_i اپک مشاهداتی مربوطه می‌باشند.

پس از ساخت مشاهدات مجازی، در هر اپک مشاهدات تفاضلی مرتبه‌ی دوم میان گیرنده‌ی مرجع و گیرنده‌ی مجازی تشکیل می‌شود، به مدت ده دقیقه بر روی اولین نقطه‌ی طراحی شده پردازش استاتیک به منظور حل ابهام فازهای تفاضلی و در ادامه برای سایر نقاط پردازش کینماتیک نسبی انجام می‌شود.

۳- افزودن قیود در سرشکنی کمترین مربعات^۱

معادلات قید به منظور بیان ارتباط میان مجهولات تعریف می‌شوند. حضور آن در مدل تابعی، تاکید بر وابستگی ریاضی مجهولات دارد. قیود زمانی وارد می‌شوند که برخی یا تمام مجهولات سرشکنی از رابطه‌ای تبعیت کنند که برگرفته از خصوصیات فیزیکی یا هندسی است. مدل تابعی و قید، به ترتیب به صورت

$$C_{s,u} x_{u,1} = g_{s,1} \quad \text{و} \quad B_{m,n} v_{n,1} + A_{m,u} x_{u,1} = f_{m,1}$$

می‌شود که A و B ماتریس ژاکوبی مجهولات و مشاهدات، v بردار باقیمانده‌ها، x بردار مجهولات و C مشتق معادله‌ی

قید نسبت به مجهولات است. می‌دانیم قانون کمترین مربعات تاکید بر کمینه‌سازی $v^T W v$ دارد که در این رابطه W ماتریس وزن مشاهدات است و با توجه به استفاده از مشاهدات تفاضلی مرتبه دوم این ماتریس از رابطه ۲ به دست می‌آید. به منظور برقراری این معیار و به دست آوردن مجهولات، روش ارائه شده توسط لاگرانژ با افزودن ضرایب لاگرانژ استفاده می‌شود. بنابراین دو بردار k و k_c به عنوان دو بردار مجهول ضرایب لاگرانژ معرفی می‌شوند و به ترتیب در $Bv + Ax - f$ و $Cx - g$ که هر دو برابر با صفر می‌باشند، ضرب می‌شوند. در نتیجه جواب سرشکنی کمترین مربعات مقید، از کمینه‌سازی تابع زیر به دست می‌آید.

$$\phi = v^T W v - 2k^T (Bv + Ax - f) - 2k_c^T (Cx - g) \quad (7)$$

پس از مشتق‌گیری از این معادله نسبت به مجهولات و حل آن به وسیله پارتیشن‌بندی، مجهولات برابرند خواهند بود با:

$$x = x^0 + N^{-1} C^T (C N^{-1} C^T)^{-1} (g - C x^0)$$

$$= x^0 + N^{-1} C^T M^{-1} (g - C x^0) \quad (8)$$

که x^0 جواب کمترین مربعات معمولی، N ماتریس نرمال و M برابر با $(B C^T B^T)^{-1}$ است. ماتریس کواریانس مجهولات برآورد شده با اعمال قانون واریانس- کواریانس به مجهولات به دست می‌آید.

$$Q_x = N^{-1} (I - C^T M^{-1} C N^{-1})$$

$$= N^{-1} (I - C^T (C N^{-1} C^T)^{-1} C N^{-1}) \quad (9)$$

۳-۱- اعمال قید حرکت گیرنده بر روی یک دایره

با قید به دو صورت برخورد خواهد شد. الف) قید معلوم در نظر گرفته شود (شعاع و مرکز دایره که به عنوان قید به سیستم معادلات افزوده می‌شود، معلوم در نظر گرفته شود).

معادله‌ی قید باید به صورتی نوشته شود که بتوان از آن نسبت به مجهولات پردازش (تصحیحات طول مبنا) مشتق

^۱ Least Squares Adjustment Technique

گرفت و در ماتریس ضرایب B قرار داد. می‌دانیم که قید، دایره‌ای افقی در سیستم LG است.

$$(X_{un_{LG}} - X_{cent_{LG}})^2 + (Y_{un_{LG}} - Y_{cent_{LG}})^2 = 1 \quad (10)$$

که در این رابطه $X_{un_{LG}}$ نقاط مجهول دایره و $X_{cent_{LG}}$ مرکز دایره در سیستم LG است. می‌توان به جای $X_{un_{LG}}$ ، $(P_{ref} + b_{un-ref})_{CT}$ قرار داد و با استفاده از ماتریس‌های دوران میان سیستم‌ها، آن را از CT به LG انتقال داد. P_{ref} موقعیت ایستگاه مرجع می‌باشد. پس از جایگذاری رابطه به دست‌آمده برای دو مولفه X و Y ، در معادله‌ی ۱۰، داریم:

$$\begin{aligned} & (\sin \varphi \cos \lambda (X_{un-ref} + X_{un} - X_{cent}) + \sin \varphi \sin \lambda (Y_{un-ref} + Y_{un} - Y_{cent}) \\ & - \cos \varphi (Z_{un-ref} + Z_{un} - Z_{cent}))^2 + (-\sin \lambda (X_{un-ref} + X_{un} - X_{cent}) \\ & + \cos \lambda (Y_{un-ref} + Y_{un} - Y_{cent}))^2 = 1 \end{aligned} \quad (11)$$

این رابطه بیان‌گر معادله‌ی قید در سیستم CT است. اکنون مرکز دایره، مختصات ایستگاه مجهول که به صورت استاتیک پردازش شده و شعاع دایره برابر با یک، در نظر گرفته می‌شود و پردازش با قید انجام می‌شود.

ب) قید مجهول در نظر گرفته شود (شعاع و مرکز دایره که به عنوان قید به سیستم معادلات افزوده می‌شود، مجهول در نظر گرفته شود و برآورد شود). در پروژه‌های عملی نمی‌توان از حرکت گیرنده بر روی یک دایره در سیستم LG اطمینان داشت، بنابراین شعاع و مرکز دایره باید به دست آورده شود. با مشاهدات مجازی، پردازش کینماتیک نامقید انجام می‌شود. به نقاط پردازش شده در سیستم CT ، با کمترین مربعات ترکیبی صفحه‌ای برازش داده می‌شود [۱۳، ۱۴، ۲۰]. معادله‌ی صفحه $ax + by + z - d = 0$ است. اگر مسئله را به طور مثال برای ۳ نقطه در نظر بگیریم، ماتریس‌های A و B به صورت زیر خواهند بود.

$$A = \begin{bmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{bmatrix} \quad (12)$$

$$B = \begin{bmatrix} a & b & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a & b & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a & b & 1 \end{bmatrix} \quad (13)$$

ماتریس کواریانس مشاهدات برابر با ماتریس کواریانس مختصات‌های به دست‌آمده در نظر گرفته می‌شود. پس از برآورد مجهولات بردار نرمال صفحه به صورت $[a \ b \ 1]$ و ثابت صفحه d است. اکنون مختصات‌های پردازش شده را بر روی صفحه تصویر می‌کنیم. به جای تعریف قید در سیستم LG ، در صفحه‌ی برازش داده‌شده دایره‌ای تعریف می‌کنیم، بنابراین باید مختصات‌ها از سیستم CT به سیستمی که برای صفحه تعریف خواهیم کرد، انتقال داده‌شود.

این صفحه‌ی مزبور سه بردار عمود بر هم نیاز داریم. یک بردار همان نرمال صفحه است. بردار دوم طوری تعریف می‌شود که در صفحه قرار گیرد، از مرکز دایره بگذرد و همچنین به سمت شمال اشاره کند و بردار سوم را نیز عمود بر دو بردار و به صورت چپگرد تعریف می‌کنیم (که سیستم تعریف شده به LG شبیه باشد). محور دوم به صورت زیر تعریف می‌شود: معادله‌ی پارامتری محور Z سیستم CT به صورت $x=0, y=0, z=t$ است و معادله‌ی پارامتری خط گذرنده از مرکز دایره‌ی مورد نظر که به عنوان مبدا سیستم صفحه تعریف می‌شود به صورت $x = x_c + a's, y = y_c + b's, z = z_c + c's$ است. از برابری این دو معادله‌ی پارامتری و اعمال شرط در صفحه بودن محور دوم، مختصات نقطه‌ی تقاطع به دست می‌آید. بنابراین معادله‌ی پارامتری محور دوم معلوم می‌شود. با معلوم بودن محور اول و دوم، محور سوم عمود بر این دو به دست خواهد آمد. اکنون سه بردار عمود بر هم داریم که این سه، سیستم صفحه را تعریف می‌کنند و با در نظر گرفتن سه بردار یکه‌ی سیستم CT می‌توان با کسینوس‌های هادی^۱، مختصات‌ها در هر یک از دو سیستم را به دیگری انتقال داد [۹]. حال به مختصات‌های منتقل شده به سیستم صفحه با روش کمترین مربعات ترکیبی، دایره‌ای برازش می‌دهیم [۲۰]. مجهولات در این سرشکنی x و y مرکز دایره و شعاع است. معادله‌ی دایره به صورت $(x - x_{cent})^2 + (y - y_{cent})^2 = R$ است. به طور مثال برای سه نقطه ماتریس‌های A به صورت زیر است.

^۱Direction Cosines

$$A = \begin{bmatrix} -2R & 2x_{cont} - 2x_1 & 2y_{cont} - 2y_1 \\ -2R & 2x_{cont} - 2x_2 & 2y_{cont} - 2y_2 \\ -2R & 2x_{cont} - 2x_3 & 2y_{cont} - 2y_3 \end{bmatrix} \quad (14)$$

مقدار اولیه‌ی x و y مرکز دایره را برابر با میانگین نقاط روی صفحه و شعاع اولیه را برابر متوسط فاصله نقاط از مرکز قرار داده و سرشکنی انجام می‌شود. Cr که ماتریس کواریانس مشاهدات است، یکبار در نظر گرفته می‌شود. پس از برآورد x و y در سیستم مختصات صفحه، با کسینوس-های هادی می‌توان مختصات مرکز دایره را از سیستم صفحه به سیستم CT انتقال داد. z مرکز دایره را می‌توان در سیستم صفحه برابر با صفر قرار داد. این‌بار در معادلات قید، مرکز دایره x ، y و z تبدیل شده در سیستم CT و شعاع دایره برابر با شعاع برآورد شده در سرشکنی ترکیبی در نظر گرفته می‌شود.

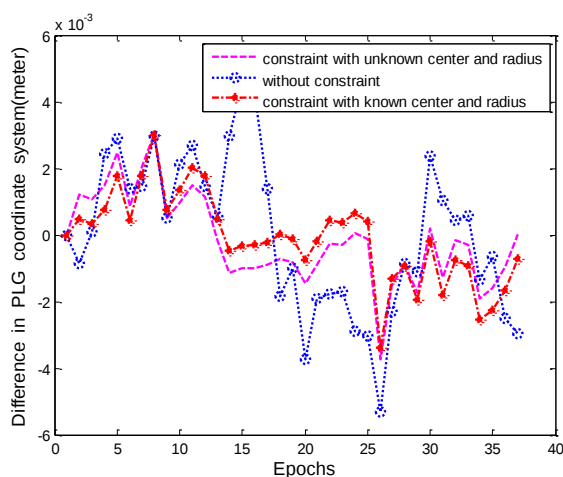
۴- نتایج عددی با ساخت مشاهدات مجازی برای هر نقطه

در این بخش در مورد نتایج پردازش کینماتیک نسبی مقید دو ایستگاه GPS در اصفهان بحث خواهیم کرد. در تاریخ ۱۳/۵/۲۰۱۲ از ساعت ۵:۳۰:۰۰ UTC به مدت ۲ ساعت مشاهدات جمع‌آوری شد. بر روی این مشاهدات به مدت ۱۰ دقیقه، پردازش استاتیک انجام شد و ابهام فازهای تفاضلی دوگانه و مختصات ایستگاه مجهول به دست آمد. طول مبنای بین دو ایستگاه پس از پردازش استاتیک با نرم‌افزار لایکا ژئوآفیس (LGO)^۱ مقایسه شد و بردار موقعیت پردازش شده توسط نرم‌افزار و برنامه‌ی نوشته شده در مطلب ($MATLAB$)^۲ به صورت زیر است.

جدول ۱- نتایج پردازش دو ایستگاه مرجع و سیارتوسط نرم‌افزار لایکا و برنامه‌ی نوشته شده در مطلب در سیستم

	ΔX_{CT}	ΔY_{CT}	ΔZ_{CT}
طول مبنا با لایکا	۳/۲۸۱۲	۴/۹۴۷	-۸/۰۱۳
طول مبنا با برنامه مطلب	۳/۲۸۱۳	۴/۹۴۷۱	-۸/۰۱۲۹

جدول ۱ نشان می‌دهد که طول مبنای محاسبه شده با نرم‌افزار مطلب و لایکا ژئوآفیس در حد دهم میلی‌متر اختلاف دارند. با توجه به کوچک بودن این اختلاف، می‌توان به برنامه مطلب اطمینان داشت و ادعا کرد طول مبنا و ابهام‌فازهای مجهول، صحیح محاسبه شده‌اند. اکنون با دو قید (الف و ب) و مشاهدات تفاضلی دوگانه، پردازش کم‌ترین مربعات مقید انجام می‌شود. با نرخ پردازش ۲ ثانیه‌ای، پردازش کینماتیک ایست-رو به این-صورت انجام خواهد شد که گیرنده در هر نقطه به مدت ۲۰ اپک (۴۰ ثانیه) مستقر شده و پردازش انجام می‌شود. اگر در زمان پردازش ماهواره‌ای طلوع کرد برای ۶۰ اپک (۱۲۰ ثانیه) مشاهدات به منظور حل ابهام فاز پردازش می‌شود و سپس ابهام فاز به دست آمده از پردازش استاتیک با ۶۰ اپک را به عنوان معلوم در نظر گرفته و برای سایر نقاط پردازش کینماتیک ایست-رو ادامه خواهد یافت. به منظور مقایسه‌ی سه حالت نامقید، قید با مرکز و شعاع معلوم و مجهول، مختصات از سیستم CT به سیستم مختصات تعریف شده در بخش ۳-۱ انتقال داده شد. این سیستم مختصات به دلیل شباهتش به LG نامگذاری می‌شود. اشکال و جداولی که در ادامه نشان داده شده‌اند، در این سیستم مختصات می‌باشند.



شکل ۲- اختلاف مولفه‌ی اول مختصات پردازش شده و طراحی شده در سیستم مختصات PLG در سه حالت قید با شعاع و مرکز معلوم، قید با شعاع و مرکز مجهول و نامقید

^۱ Leica Geo Office

^۲ MATLAB LABORATORY

اشکال ۲، ۳ و ۴ نشان‌دهنده اختلاف میان مختصات پردازش شده و طراحی شده در سیستم مختصات تعریف شده برای صفحه (PLG) می‌باشند. همان‌طور که دیده می‌شود، تاثیر اعمال قید بر روی دو مولفه مسطحاتی بیشتر از مولفه ارتفاعی است، زیرا قید دایره‌ای در صفحه می‌باشد و اثر چندانی بر مولفه ارتفاعی ندارد و همچنین با توجه به اشکال، خطای موقعیت مولفه ارتفاعی تقریباً ۲-۳ برابر مولفه‌های مسطحاتی است. در شکل ۵، فاصله هریک از نقاط پردازش شده از مرکز دایره محاسبه شده است. اعمال هر دو قید سبب نزدیک شدن شعاع محاسبه شده به شعاع طراحی شده می‌گردد و همچنین فاصله بیشینه و کمینه شعاع به دست‌آمده در حد دهم میلی‌متر خواهد بود، در حالی‌که پیش از اعمال قید این اختلاف حدوداً یک سانتی‌متر می‌باشد.

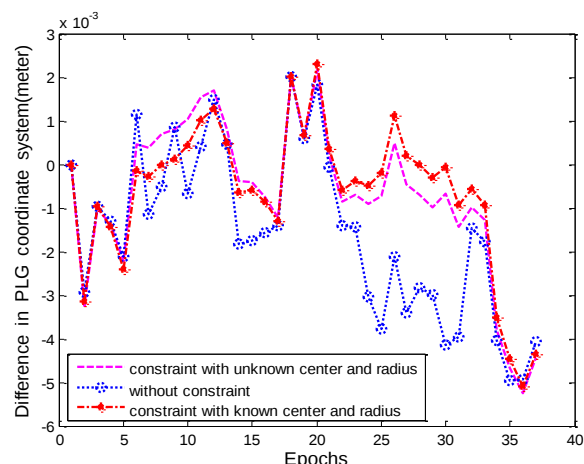
به منظور به‌دست آوردن درصد بهبود صحت، اختلاف نقاط پردازش شده با قید با مرکز و شعاع معلوم، قید با مرکز و شعاع مجهول و بدون اعمال قید با نقاط طراحی شده محاسبه می‌شود. سپس تعداد نقاطی که در آن‌ها، اعمال قید سبب کاهش این اختلاف می‌شود محاسبه شده و با در نظر گرفتن تعداد کل نقاط، درصد بهبود صحت به دست می‌آید.

جدول ۲- درصد بهبود صحت نقاط پردازش شده پس از اعمال قید با مرکز و شعاع معلوم و قید با مرکز و شعاع مجهول در سیستم PLG

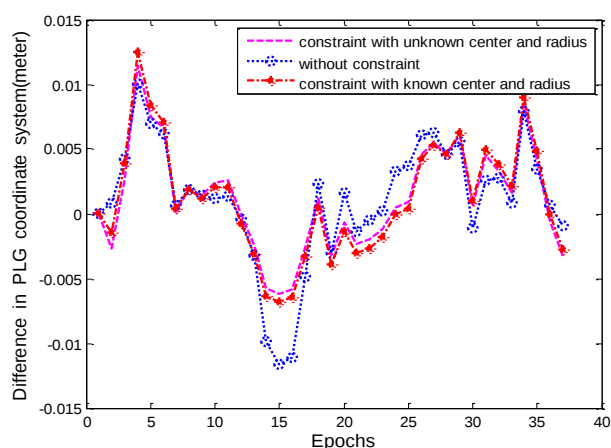
	X_{PLG}	Y_{PLG}	Z_{PLG}
قید با شعاع و مرکز معلوم	۶۷٪	۷۰٪	۴۳٪
قید با شعاع و مرکز مجهول	۵۶٪	۵۱٪	۵۴٪

جدول ۳- انحراف معیار اختلاف نقاط طراحی شده و پردازش شده در سیستم مختصات PLG در سه حالت قید با شعاع و مرکز معلوم، قید با شعاع و مرکز مجهول و نامقید

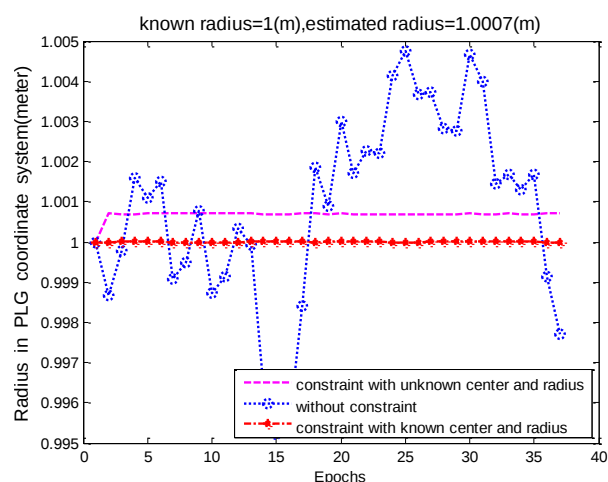
	$S_{X_{PLG}}^2$	$S_{Y_{PLG}}^2$	$S_{Z_{PLG}}^2$
قید با شعاع و مرکز معلوم	۰/۰۰۱۳۴۵	۰/۰۰۱۶۷۶	۰/۰۰۴۴۳۴
قید با شعاع و مرکز مجهول	۰/۰۰۱۳۵۲	۰/۰۰۱۷۷۹	۰/۰۰۴۰۷۳
بدون اعمال قید	۰/۰۰۲۳۴۴	۰/۰۰۱۹۰۷	۰/۰۰۴۸۰۸



شکل ۳- اختلاف مولفه‌ی دوم مختصات پردازش شده و طراحی شده در سیستم مختصات PLG در سه حالت قید با شعاع و مرکز معلوم، قید با شعاع و مرکز مجهول و نامقید



شکل ۴- اختلاف مولفه‌ی سوم مختصات پردازش شده و طراحی شده در سیستم مختصات PLG در سه حالت قید با شعاع و مرکز معلوم، قید با شعاع و مرکز مجهول و نامقید



شکل ۵- شعاع به دست‌آمده از نقاط پردازش شده در سیستم مختصات PLG در سه حالت قید با شعاع و مرکز معلوم، قید با شعاع و مرکز مجهول و نامقید

جدول ۴- جذر میانگین عناصر قطری ماتریس کواریانس در سیستم مختصات PLG در سه حالت قید با شعاع و مرکز معلوم، قید با شعاع و مرکز مجهول و نامقید

	$(\sqrt{\sigma_x^2})_{PLG}$	$(\sqrt{\sigma_y^2})_{PLG}$	$(\sqrt{\sigma_z^2})_{PLG}$
قید با شعاع و مرکز معلوم	۰/۰۰۰۳۴۵	۰/۰۰۰۳۰۶	۰/۰۰۱۱۲
قید با شعاع و مرکز مجهول	۰/۰۰۰۳۴۵	۰/۰۰۰۳۰۶	۰/۰۰۱۱۲
بدون اعمال قید	۰/۰۰۰۵۳۶	۰/۰۰۰۳۸۹	۰/۰۰۱۲۱

با توجه به جدول ۳، اعمال هر دو قید تقریباً اثری یکسان بر روی انحراف معیار مولفه‌های مختصاتی دارد، به عبارتی با دقت دهم میلی‌متر این اعداد با هم برابرند.

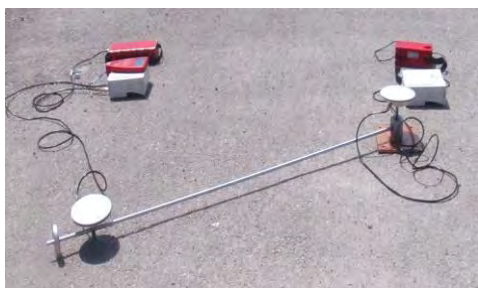
با مقایسه دو حالت اعمال قید و عدم اعمال قید، می‌توان اظهار کرد که انحراف معیار مولفه‌ها به ترتیب ۱/۷۳۴، ۱/۱۰۵ و ۱/۱۳۲ برابر کاهش یافته‌اند. از لحاظ تئوری اعداد جدول ۳ و ۴ باید برابر باشند، زیرا انحراف معیار یک جامعه آماری با جذر میانگین عناصر قطری ماتریس کواریانس آن جامعه برابر باشد. در این جداول مشخص است که این اتفاق رخ نمی‌دهد و این به دلیل کوچک بودن تعداد نمونه‌ها می‌باشد (۳۷ نقطه). با توجه به جدول ۴ مشخص است که اعمال هر دو قید، سبب کاهش جذر عناصر قطری ماتریس کواریانس شده است و یا به عبارتی دقت برآورد مولفه‌ها به ترتیب ۱/۵۵۳، ۱/۲۷۲ و ۱/۰۸ افزایش یافته‌است.

جدول ۵- حداکثر اختلاف مختصات طراحی شده و پردازش شده در سیستم مختصات PLG در سه حالت قید با شعاع و مرکز معلوم، قید با شعاع و مرکز مجهول و نامقید

	$(\max X_{des} - X_{process})_{PLG}$	$(\max Y_{des} - Y_{process})_{PLG}$	$(\max Z_{des} - Z_{process})_{PLG}$
قید با شعاع و مرکز معلوم	۰/۰۰۳۳۸	۰/۰۰۵۱	۰/۰۱۲۴۹
قید با شعاع و مرکز مجهول	۰/۰۰۳۷۵	۰/۰۰۵۲۵	۰/۰۱۱۴۱
بدون اعمال قید	۰/۰۰۵۳۳	۰/۰۰۴۹۶	۰/۰۱۱۶۷

۵- نتایج عددی با مشاهدات حقیقی

به منظور تامین حرکت بر روی یک دایره و اجتناب از ساخت مشاهدات مجازی، میله‌ای به طول ۱/۸۰ متر از جنس فولاد ساده‌ی کربنی ساخته شد و در یک انتهای میله صفحه‌ای قرار داده شد که این صفحه با میخ به زمین متصل می‌گردد، گیرنده‌ی GPS در این سو به عنوان گیرنده‌ی مرجع قرار داده می‌شود و بر روی میله، پیچی متحرک قرار دارد که گیرنده‌ی سیار در هر نقطه روی میله می‌تواند قرار گیرد. در انتهای میله صفحه‌ای دایره‌ای شکل به ضخامت ۱ سانتی‌متر به منظور امکان چرخش میله بر روی زمین تعبیه شده است. در شکل زیر نمایی از دستگاه مورد استفاده و دو گیرنده‌ی دو فرکانسه‌ی لایکا دیده می‌شود.



شکل ۶- نمایی از میله‌ی ساخته شده به منظور تامین حرکت بر روی یک دایره به همراه گیرنده‌های دوفرکانسه‌ی لایکا



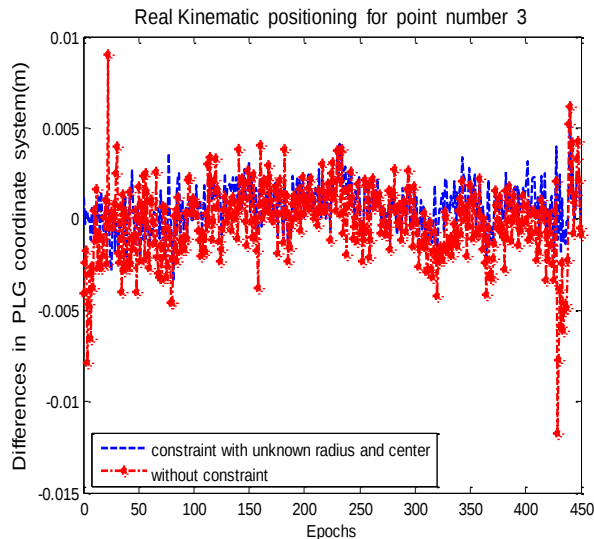
شکل ۷- نمایی صفحه‌ی دایره‌ای تعبیه شده در انتهای میله به منظور حرکت دادن میله بر روی سطح زمین

داشته، پس از پردازش استاتیک، با نرم افزار *LGO* مقایسه شد. بردار موقعیت پردازش شده توسط نرم افزار و برنامه‌ی نوشته شده در *MATLAB* برای دو نقطه، به صورت زیر است. با توجه به جدول ۶، حداکثر اختلاف میان طول مبنای محاسبه شده با برنامه مطلب و لایکا، به ۳ میلی متر می‌رسد، در حالی که در جدول ۱ این اختلاف حداکثر ۰/۱ میلی متر بود. این اختلاف می‌تواند به این دلیل باشد که با توجه به قرار گرفتن گیرنده در منطقه‌ای که رفت و آمد وسایل نقلیه و انسان وجود دارد، گیرنده احتمالاً با قطعی فاز لحظه‌ای روبرو شده است. البته تلاش برای حذف مشاهداتی که در آن‌ها قطعی فاز صورت گرفته، انجام شده است.

در این بخش در مورد نتایج پردازش کینماتیک مقید با مشاهدات حقیقی دو ایستگاه *GPS* در دانشگاه اصفهان بحث خواهیم کرد. در تاریخ ۲۰۱۳/۴/۱۰ از ساعت ۱۱:۵۴:۴۶ تا ساعت ۱۳:۵۵:۵۹ *UTC* پردازش انجام شد. برای مدت زمان ده دقیقه گیرنده‌ی مرجع تعیین موقعیت مطلق انجام داد و پس از این زمان، گیرنده‌ی سیار شروع به جمع‌آوری مشاهدات کرد. گیرنده‌ی سیار پس از مدتی توقف بر روی هر نقطه و جمع‌آوری مشاهدات، بر روی یک دایره حرکت کرد و در نقطه‌ای دیگر مستقر شد و شروع به جمع‌آوری مشاهدات در آن نقطه کرد. این حرکت تا زمانی که محیط دایره را طی کند، ادامه یافت. طول مبنای بین ایستگاه مرجع و هر کدام از ۱۴ نقطه‌ای که گیرنده‌ی سیار بر روی آن توقف

جدول ۶- نتایج پردازش دو ایستگاه مرجع و سیار توسط نرم افزار لایکا و برنامه‌ی نوشته شده در مطلب برای دو نقطه ۵ و ۷

	طول مبنا با لایکا			طول مبنا با برنامه مطلب		
	ΔX_{CI}	ΔY_{CI}	ΔZ_{CI}	ΔX_{CI}	ΔY_{CI}	ΔZ_{CI}
نقطه ۵	-۰/۸۵۲۳	-۰/۴۴۸۴	۱/۰۸۹۲	-۰/۸۴۹۲	-۰/۴۴۴۱	۱/۰۸۷۶
نقطه ۷	-۱/۲۶۱	۰/۶۹۳۳	۰/۱۶۶۶	-۱/۲۵۷۴	۰/۶۹۳۳	۰/۱۶۶۵



شکل ۸- اختلاف مولفه‌ی اول مختصات پردازش شده در حالت کینماتیک و استاتیک در سیستم مختصات *PLG* در دو حالت نامقید و مقید

برای پردازش مقید، نمی‌توان شعاع و مرکز دایره را معلوم در نظر گرفت، زیرا نمی‌توان از حرکت گیرنده بر روی یک دایره‌ی افقی در سیستم *LG* اطمینان داشت. اکنون با قید (ب) و مشاهدات تفاضلی دو گانه، سرشکنی کم‌ترین مربعات مقید انجام می‌شود. نرخ دریافت مشاهدات ایستگاه معلوم و مجهول ۰/۵ ثانیه‌ای می‌باشد و برای تعیین موقعیت کینماتیک آنی، گیرنده در هر نقطه به مدت ۲ اپک (۱ ثانیه) مستقر شده و پردازش انجام می‌شود. اگر در زمان پردازش ماهواره‌ای طلوع کرد برای ۱۰ اپک (۵ ثانیه) مشاهدات به منظور حل ابهام فاز استفاده می‌شود و ابهام فاز به دست آمده از پردازش استاتیک با ۱۰ اپک را به عنوان معلوم در نظر گرفته و پردازش کینماتیک آنی ادامه خواهد یافت. به منظور مقایسه‌ی دو حالت نامقید، قید با مرکز و شعاع مجهول، مختصات‌ها از سیستم *CT* به سیستم مختصات *PLG* انتقال داده شد. اشکال و جداولی که در ادامه نشان داده شده‌اند، در این سیستم مختصات می‌باشند. اشکال زیر برای یک نقطه، از ۱۴ نقطه‌ی پردازش شده و جداول برای دو نقطه نشان داده شده است.

با توجه اشکال ۸، ۹ و ۱۰ که نشان دهنده‌ی اختلاف موقعیت پردازش شده در دو حالت مقید و نامقید و موقعیت به دست آمده از پردازش استاتیک می‌باشد، می‌توان اظهار کرد که اعمال قید بر روی دو مولفه مسطحاتی اثر بیشتری از مولفه ارتفاعی دارد. در پردازش داده‌های مجازی نیز همین اتفاق رخ داد، همچنین خطای مولفه ارتفاعی از دو مولفه مسطحاتی بیشتر می‌باشد به طور مثال برای نقطه ۳ که اشکال برای آن رسم شده‌اند، پس از اعمال قید خطای مولفه ارتفاعی تقریباً ۲ برابر مولفه مسطحاتی است. شکل ۱۱، نشان می‌دهد که پس از اعمال قید فاصله نقاط پردازش شده تا مرکز دایره، با شعاع محاسبه شده با دقت دهم میلی‌متر برابر است، در صورتی که پیش از اعمال قید این اختلاف به ۱۳ میلی‌متر می‌رسد.

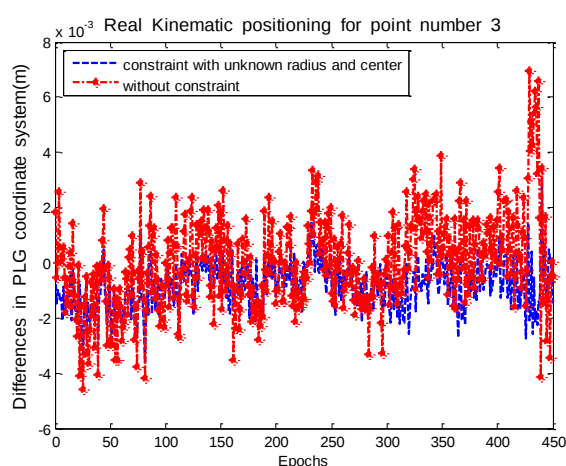
جدول ۷- درصد بهبود صحت نقاط پردازش شده در سیستم مختصات PLG پس از اعمال قید برای دو نقطه ۵ و ۷

	X_{PLG}	Y_{PLG}	Z_{PLG}
نقطه ۵	۸۴٪	۶۱٪	۴۴٪
نقطه ۷	۶۱٪	۶۵٪	۵۹٪

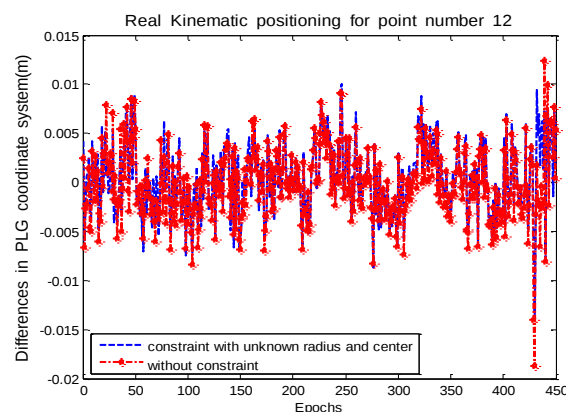
جدول ۷ که درصد بهبود صحت را نشان می‌دهد و طریقه محاسبه آن در بخش ۴ توضیح داده شده‌است، بیان می‌کند که اعمال قید، صحت تعیین موقعیت را تقریباً ۵۰٪ افزایش داده‌است. افزایش صحت مولفه‌های مسطحاتی بیشتر است زیرا قید دایره‌ای در صفحه بوده و اثر چندانی بر مولفه ارتفاعی ندارد.

جدول ۸- انحراف معیار اختلاف نقاط پردازش شده با روش کینماتیک آنی و استاتیک در سیستم مختصات PLG در دو حالت مقید و نامقید برای دو نقطه ۵ و ۷

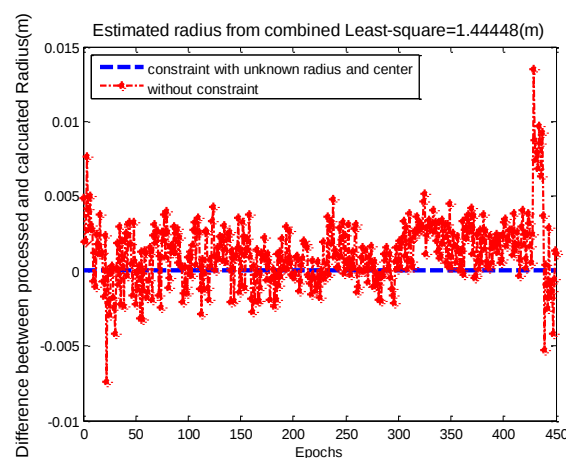
	$S_{X_{PLG}}^2$	$S_{Y_{PLG}}^2$	$S_{Z_{PLG}}^2$
مقید	۰/۰۰۰۴۷۳	۰/۰۰۱۸۶	۰/۰۰۰۴۳۹
نقطه ۵ نامقید	۰/۰۰۲۲۶۷	۰/۰۰۲۱۹۲	۰/۰۰۰۴۵۴۹
مقید	۰/۰۰۳	۰/۰۰۲۴۴۰	۰/۰۰۵۸۴۴
نقطه ۷ نامقید	۰/۰۰۳۹۲۴	۰/۰۰۲۸۲۸	۰/۰۰۷۲۳۳



شکل ۹- اختلاف مولفه‌ی دوم مختصات پردازش شده در حالت کینماتیک و استاتیک در سیستم مختصات PLG در دو حالت نامقید و مقید



شکل ۱۰- اختلاف مولفه‌ی سوم مختصات پردازش شده در حالت کینماتیک و استاتیک در سیستم مختصات PLG در دو حالت نامقید و مقید



شکل ۱۱- اختلاف میان شعاع به دست آمده از نقاط پردازش شده و شعاع به دست آمده از سرشکنی ترکیبی در دو حالت مقید و نامقید در سیستم مختصات PLG

جدول ۹- جذر میانگین عناصر قطری ماتریس کواریانس مجهولات برآورد شده در سیستم مختصات PLG ، در دو حالت مقید و نامقید برای دو نقطه ۵ و ۷

		$(\sqrt{\sigma_x^2})_{PLG}$	$(\sqrt{\sigma_y^2})_{PLG}$	$(\sqrt{\sigma_z^2})_{PLG}$
نقطه ۵	مقید	۰/۰۰۵۴۱	۰/۰۰۲۱۲۶	۰/۰۰۵۷۸۵
	نامقید	۰/۰۰۲۵۵۶	۰/۰۰۲۲۲۱	۰/۰۰۵۸۵۷
نقطه ۷	مقید	۰/۰۰۱۶۹	۰/۰۰۱۳۷۴	۰/۰۰۴۸۷
	نامقید	۰/۰۰۲۵۲۱	۰/۰۰۲۱	۰/۰۰۵۸۹۳

اعداد این دو جدول در مقایسه با دو جدول ۳ و ۴، به هم نزدیک‌ترند. دلیل این نزدیکی، می‌تواند بزرگ بودن جامعه آماری (تقریباً ۴۵۰ نقطه) باشد زیرا در بخش استفاده از داده‌های مجازی، جامعه آماری ۳۷ نقطه بود و این برابری رخ نمی‌داد.

با توجه به جدول ۸، اعمال قید انحراف معیار نقاط پردازش شده را ۱/۰۲-۴/۸ برابر کاهش می‌دهد و همچنین با توجه به جدول ۹ اعمال قید سبب کاهش ۱/۰۳-۴/۷ برابر جذر میانگین عناصر قطری ماتریس کواریانس می‌شود. همچنین می‌توان مشاهده کرد که

جدول ۱۰- حداکثر اختلاف مختصات پردازش شده در حالت کینماتیک و استاتیک در سیستم مختصات PLG ، در دو حالت مقید و نامقید برای دو نقطه ۵ و ۷

		$(\max X_{des} - X_{process})_{PLG}$	$(\max Y_{des} - Y_{process})_{PLG}$	$(\max Z_{des} - Z_{process})_{PLG}$
نقطه ۵	مقید	۰/۰۰۱۸۹	۰/۰۰۶۳۰	۰/۰۱۴۸۹
	نامقید	۰/۰۰۷۱۹	۰/۰۱۰۴۱	۰/۰۲۰۰۹
نقطه ۷	مقید	۰/۰۱۰۱۴	۰/۰۰۷۷۹	۰/۰۱۳۸۷
	نامقید	۰/۰۱۴۱۹	۰/۰۰۹۸۸	۰/۰۲۶۴۷

مختصات طراحی‌شده و پردازش‌شده در یک جامعه‌ی آماری با عناصر قطری ماتریس کواریانس برابر است اما در تعیین موقعیت ایست-رو به دلیل کوچک بودن این جامعه‌ی (۳۷ نقطه) این رابطه برقرار نیست. با توجه به جداول ۳ و ۴، انحراف معیار و عناصر قطری ماتریس کواریانس، در پردازش ایست-رو با دو قید در حد دهم میلی‌متر اختلاف دارند. با توجه به جدول ۴ جذر میانگین ماتریس کواریانس در سیستم PLG برای هر دو قید در مقایسه با زمانی که قیدی اعمال نشود، کاهش یافته‌است. با توجه به شکل ۵، در روش ایست-رو، شعاع به دست آمده از مختصات‌های پردازش شده با قید با شعاع و مرکز معلوم و و مجهول به ترتیب با شعاع ۱ متر و شعاع به دست آمده از سرشکنی ترکیبی که به عنوان قید اعمال می‌شود، اختلافی در حد میکرومتر دارد و این به معنی صحیح اعمال شدن قید است، در صورتی که این اختلاف پیش از اعمال قید به ۱/۰۰۵ سانتی‌متر هم می‌رسد. در انتها با توجه به جداول ۳ و ۴ و اشکال ۲، ۳ و ۴، می‌توان اظهار کرد که نتایج پردازش با هردو قید تقریباً یکسانند و می‌توان در پردازش داده‌های مجازی،

۶- نتیجه‌گیری و پیشنهادات

روش کینماتیک مقید ارائه شده در این مقاله، برای اولین بار به قابلیت استفاده از اطلاعات کمکی در مسایل خاص تعیین موقعیت کینماتیک پرداخته است. با توجه به نتایج به دست آمده در این مقاله، اعمال قید در تعیین موقعیت کینماتیک ایست-رو و آنی، نقاط پردازش شده را به ترتیب به موقعیت طراحی‌شده و پردازش استاتیک که این دو میدا سنجش دقت تعیین موقعیت در این تحقیق می‌باشند) نزدیک می‌کند، البته درصد بهبود صحت در تعیین موقعیت ایست-رو، با قید با شعاع و مرکز معلوم بالاتر است. با اعمال هر دو قید در حالت ایست-رو، انحراف معیار مختصات‌ها کاهش می‌یابد، به طور مثال با توجه به جدول ۳، انحراف معیار مولفه‌ی شرقی برای قید با شعاع و مرکز معلوم و مجهول، به ترتیب از ۲/۳ میلی‌متر به ۱/۳۴ و ۱/۳۵ میلی‌متر کاهش می‌یابد. همچنین اختلاف نقاط پردازش شده ایست-رو و طراحی‌شده با هر دو قید، تقریباً رفتاری مشابه دارد. از نظر تئوری انحراف معیار اختلاف

با توجه به اشکال ۴ و ۱۰ و اعداد ستون سوم دو جدول ۳ و ۴ و دو جدول ۸ و ۹ می‌توان اظهار کرد که اعمال قید بر روی مولفه‌ی ارتفاعی در سیستم مختصات *PLG* در حالت ایست-رو و آنی، اثر چندانی ندارد و اختلاف مختصات‌های پردازش‌شده با نقاط طراحی‌شده و پردازش استاتیک، از دو مولفه‌ی مسطحاتی بیشتر است زیرا *GPS* برای مولفه‌ی ارتفاعی چندان مناسب نیست و از سویی قید، دایره‌ای در صفحه است و کنترلی بر مولفه‌ی ارتفاعی ندارد.

پیشنهاد می‌شود به جای ناهمبسته در نظر گرفتن مشاهدات فاز L_1 و L_2 و در نظر گرفتن واریانس ۳ میلی‌متر برای این مشاهدات، واریانس و کواریانس این با را روش کمترین مربعات برآورد کرد. علاوه بر این می‌توان به جای روش حل ابهام فاز *LAMBDA* روش-های دیگر از جمله تئوری تور، تابع ابهام فاز، تکنیک جست‌وجوی ابهام فاز کمترین مربعات (*LSAST*) استفاده کرد و سرعت حل ابهام فاز در روش‌های مختلف مقایسه کرد.

به جای محاسبه‌ی مرکز و شعاع دایره، آن را معلوم در نظر گرفت که این سبب کاهش حجم محاسبات می‌شود. با توجه به جدول ۱۰، اعمال قید سبب کاهش ۷-۱ برابر حداکثر اختلاف نقاط پردازش شده در حالت آنی و استاتیک می‌شود و همچنین با توجه به جداول ۸ و ۹، انحراف معیار این اختلافات و جذر میانگین عناصر قطری ماتریس کواریانس در سیستم *PLG*، ۴-۱ برابر کاهش می‌دهد. به طور مثال با توجه به جدول ۸، برای مولفه‌ی شرقی یکی از نقاط، اعمال قید سبب کاهش انحراف معیار از ۲ میلی‌متر به ۴ دهم میلی‌متر می‌شود. با توجه به شکل ۱۱، در پردازش کینماتیک آنی، شعاع به دست آمده از مختصات‌های پردازش شده پس از اعمال قید با شعاع به دست‌آمده در سرشکنی ترکیبی که به عنوان قید به مشاهدات اعمال می‌شود اختلافی در حد صدم میلی‌متر دارد در صورتی که پیش از اعمال قید این اختلاف به ۱ سانتی‌متر هم می‌رسد.

مراجع

- [1] Asgari, J. (2005). "Etude de modèles prédictifs dans un réseau de stations GPS permanents". PhD thesis. Ecole Doctorale Astronomie & Astrophysique d'Ile de France, Paris Observatory, France.
- [2] Beutler, G., Bock, H., Dach, R., Fridez, P., Hugentobler, U., Jaggi, A., Meindl, M., Mervat, L., Prange, L., Schaer, S., Springer, T., Urschl, C. and Walser P. (2007). "Bernese GPS Software Version 5.0", Astronomical Institute, University of Bern. Bern
- [3] Cannon, M.E., Lachapelle, G., Fortes, L.P. and Townsend B. (2001). "The Use of Multiple Reference Station VRS for precise kinematic Positioning", Proc of the Japan Institute of Navigation, GPS Symposium 2001, Tokyo, November 14-16, 29-37
- [4] de Jonge, P. and Tiberius, C. (1994). "The LAMBDA method for integer ambiguity estimation: Implementation aspects", number 12 in LGR-Series, Delft geodetic computing centre. Delft.
- [5] Erhu Wei, E., Chai, H., and An Z. (2006). "VRS Virtual Observations Generation Algorithm". Journal of Global Positioning Systems. Vol. 5, No. 1-2, PP.76-81.
- [6] Hofmann-Wellenhof, B., Lichtenegger H. and Wasle E. (2007). "GNSS Global Navigation Satellite System." Springer-Verlag. New York.
- [7] Hu, G.R, Khoo, V.H.S, Goh, P.C. and Law, C.L. (2002), "Internet- based GPS VRS RTK Positioning with a Multiple Reference Station Network." Journal of Global Positioning Systems. Vol. 1, No. 2, PP.113-120.
- [8] Hoffmann-Wellenhof, B., Collins, J. and Lichtenegger, H. (1997). "GPS Theory and Practice." Springer-Verlag. New York.
- [9] Jekeli, C. (2001). "Inertial Navigation System with Geodetic Applications". Walter de Gruyter. Berlin and New York.
- [10] Lee, H. (2010). "An Integration of GPS with INS Sensors for Precise Long- Baseline Kinematic Positioning". Sensors. Vol. 10, No. 10, PP. 9424-9438.

- [11] Leick, A. (2004). "GPS satellite surveying." John Wiley. New Jersey.
- [12] Li, Y. and Shen Y. (2012). "Medium-Range Kinematic Positioning Constraint by Ionospheric Pseudo-Observation with Elevation Dependent Weight". Lecture Notes in Electrical Engineering. Vol. 159. PP.381-394.
- [13] Mikhail, E.D. (1982). "Observation and Least Squares". University Press of America. New York.
- [14] Mikhail, E.M. and Gracie, G. (1981). "Analysis and adjustment for survey measurements", Van Nostrand. New York.
- [15] Remondi, R.W. (1983). "Kinematic and pseudo-kinematic GPS". Proceedings of ION GPS-88. Colorado Springs, Colorado. PP.115-121.
- [16] Retscher G. (2002). "Accuracy Performance of Virtual Reference Station(VRS) Networks". Journal of Global Positioning Systems. Vol. 1, No. 1. PP.40-47.
- [17] Rizos C., Han S. and Chen H.Y. (2000). "Regional-Scale Multiple Reference Stations for Carrier Phase-Based GPS Positioning A Correction Generation Algorithm". Earth, Planets & Space. Vol. 52, No. 10, PP 795-800.
- [18] Seeber, G. (1993). "Satellite Geodesy". Walter de Gruyter. Berlin and New York.
- [19] Strang, G. and Borre, K. (1998). "Linear Algebra, Geodesy and GPS". John Wiley & Sons. New York.
- [20] Vaníček, P. and Krakiwsky, E.J (1987). " GEODESY: THE CONCEPT". Elsevier Science. Amsterdam

