نشریه علمی علوم و فنون نقشه‌برداری، دوره ۱۵، شماره ۱، صفحه ۱ تا ۲۵، شهریور ماه ۱۴۰۴ – مقاله پژوهشی

پیشنهاد جایگزینی سیستم تصویر یوتی‌ام با استرئوگرافیک دو مرحله‌ای مایل برای نقشه‌های بزرگ‌مقیاس

مجید عباسی*[۱]، رضا دوستی[۲]، حامد افشارنیا [۲]

[۱] دانشیار گروه مهندسی نقشه‌برداری، دانشکدهٔ مهندسی، دانشگاه زنجان
madjid.abbasi@znu.ac.ir

[۲] استادیار گروه مهندسی نقشه‌برداری، دانشکدهٔ مهندسی، دانشگاه زنجان
r_dousti@znu.ac.ir
afsharnia@znu.ac.ir

(دریافت: تیر ۱۴۰۳، تصویب: مرداد ۱۴۰۴)

چکیده

سیستم تصویر یوتی‌ام و سیستم مختصات تعریف شده با آن در عمل به عنوان استاندارد در ایران پذیرفته شده است. برای نقشه‌های متوسط و کوچک مقیاس، مشکل چندانی در استفاده از این سیستم تصویر به وجود نمی‌آید، اما در نقشه‌های بزرگ مقیاس که دقت اندازه‌گیری‌ها و کمیت‌های مستخرج از نقشه زیاد است، لاجرم تغییر شکل‌های ذاتی ناشی از تصویر کردن شکل اراضی از سطح زمین به صفحهٔ نقشه می‌تواند مسأله‌ساز شود. با محاسبه‌ای ساده دیده می‌شود که با این سیستم تصویر در مناطقی از کشور، یک طول یک کیلومتری در سطح زمین با طول متناظر آن در صفحهٔ نقشه می‌تواند ده‌ها سانتی‌متر اختلاف داشته باشد. از سوی دیگر، سیستم مختصات از یک قاچ یوتی‌ام به قاچ مجاور تغییر می‌کند که کاربران و حتی برخی نقشه‌برداران را در این نواحی دچار سردرگمی می‌کند. هرچند مشکل تغییر سیستم مختصات، منحصر به یوتی‌ام نیست، ولی با انتخاب سیستم‌های تصویر صفحه‌ای می‌توان این مشکل را کاهش داد. اغلب استفاده‌کنندگان نقشه‌های بزرگ مقیاس ترجیح می‌دهند با این تغییرشکل‌ها و تغییر سیستم‌های مختصات مواجه نشوند. در نتیجه، اغلب تهیه‌کنندگان نقشه در ایران متوسل به سیستم‌های مختصات محلی با نام متناقض «یوتی‌ام محلی» می‌شوند. این روند با فرض زمین کروی و بدون عوارض توپوگرافی تا شعاع حدوداً ۳۰ کیلومتر، یک سیستم تصویر صفحه‌ای «آزیموتال» است که در آن، فواصل در راستای شعاعی نسبت به یک نقطهٔ مرکزی، واقعی هستند. این سیستم تصویر، متشابه نبوده و در مناطق ناهموار، خاصیت هم‌فاصله بودن در راستای شعاعی نیز برای آن برقرار نیست. در این تحقیق به جزئیات مشکلات ناشی از رویکرد محلی‌سازی یوتی‌ام پرداخته شده و به عنوان راه حل، استفاده از سیستم تصویر استرئوگرافیک دو مرحله‌ای مایل پیشنهاد شده است. مزیت اصلی این پیشنهاد این است که علاوه بر متشابه بودن، تا فاصلهٔ حدوداً ۳۰ کیلومتری از یک نقطهٔ مرکزی، ضریب مقیاس آن عملاً مساوی واحد است، در نتیجه تغییر قابل توجهی را به شکل‌های تصویر شده اعمال نمی‌کند. پس از تحلیل‌های نظری، در ادامهٔ مقاله، چند مثال عددی از رفتار ضرایب مقیاس ارتفاعی، شبکه و مرکب در مناطقی از کشور و جزئیات محاسباتی مربوط به سیستم‌های تصویر مذکور آورده شده است.

واژگان کلیدی: نقشه‌های بزرگ مقیاس، سیستم تصویر یوتی‌ام، سیستم تصویر آزیموتال هم‌فاصله، سیستم تصویر استرئوگرافیک دومرحله‌ای مایل

* نویسندهٔ رابط

۱- مقدمه

موضوعات سیستم‌های مختصات نقشه و سیستم‌های تصویر، به اندازهٔ تاریخ تولید نقشه قدمت دارند و برای آن نوشته‌های فراوان در دسترس است که به عنوان مثال می‌توان به اشنایدر (۱۹۸۷) و کراِکوسکی (۱۹۷۳) اشاره کرد. معمولاً در نقشه‌برداری‌های بزرگ مقیاس در مناطق با وسعت «کم»، زمین، مسطح فرض شده و فضای صفحه به عنوان فضای ریاضی محاسبات انتخاب می‌شود. سیستم مختصات نقشه هم می‌تواند به صورت محلی انتخاب شود. بدیهی است صحت اعتبار این فرض بستگی به عوامل گوناگون مانند مقیاس نقشه و وسعت منطقه دارد.

اعوجاج شکل‌ها، خاصیت ذاتی تصویر کردن از سطح کره یا بیضوی به صفحه است. بر این اساس، سیستم تصویر ایده‌آلی که هیچ نوع تغییر شکلی را به هنگام تصویر کردن سطح زمین به نقشه ایجاد نکند، وجود ندارد. در نتیجه، صورت مسأله‌های متفاوت، منجر به ابداع سیستم‌های تصویر متفاوت شده و هر سیستم تصویری کاربرد خاص خود را پیدا کرده است.

در ایران، تقریباً برای همهٔ مسائل نقشه‌برداری، سیستم تصویر مرکاتور معکوس جهانی (یوتی‌ام) پرکاربردترین سیستم تصویر است. اما همانطور که در ادامه استدلال خواهیم کرد، استفاده از آن در عمل مشکلاتی را، هم برای کاربران و هم برای نقشه‌برداران باعث شده است.

در گزارشات و دستورالعمل‌های سازمان نقشه‌برداری کشور به موضوع سیستم‌های تصویر پرداخته شده است. سرپولکی و همکاران (۱۳۸۶)، سیستم‌های تصویر مورد استفادهٔ سازمان نقشه‌برداری کشور را بسته به مقیاس، منطقه و کاربرد نقشه‌ها به صورت زیر معرفی می‌کنند: (الف) یوتی‌ام که برای نقشه‌های توپوگرافی بزرگ مقیاس، متوسط مقیاس و کوچک مقیاس تا ۱/۵۰۰۰۰۰ به کار می‌رود، (ب) مخروطی لامبرت با مدارهای استاندارد ۳۰ درجه و ۳۶ درجه که برای مقیاس‌های کوچکتر از ۱/۵۰۰۰۰۰ و نیز برای نقشه‌های استانی با مقیاس‌های بزرگتر که در دو قاچ یوتی‌ام قرار می‌گیرند، کاربرد دارد و (ج) مرکاتور و مرکاتور معکوس (تی‌ام) که برای چارت‌های دریایی استفاده می‌شوند. همگی این سیستم‌های تصویر از نوع متشابه (کانفورمال) هستند.

برای مناطق واقع در دو قاچ مجاور یوتی‌ام، هر چند که در دسته‌بندی فوق از سیستم تصویر لامبرت نام برده شده، ولی در عمل و در دستورالعمل‌های اجرایی سازمان نقشه‌برداری کشور کماکان یوتی‌ام به عنوان سیستم تصویر معرفی شده است. باید توجه داشت که سیستم تصویر مخروطی لامبرت برای مناطق با گسترش شرقی-غربی مناسب‌تر است، در حالی که مرز بین دو قاچ یوتی‌ام که یک نصف‌النهار است قهراً راستای شمالی- جنوبی داشته و انتخاب سیستم تصویر لامبرت برای این مناطق، کاربردی نیست. در نواحی با وسعت زیاد و هنگام تهیهٔ نقشه با مقیاس متوسط یا کوچک، استفاده از سیستم تصویر مرکاتور معکوس (تی‌ام) یکی از راه‌حل‌ها است. انواری (۱۳۷۸) برای استان خراسان که در دو قاچ ۴۰ و ۴۱ یوتی‌ام واقع شده و نصف‌النهار ۶۰ درجه مرز آن‌ها است، یک سیستم تصویر تی‌ام با نصف‌النهار مرکزی ´۵۸°۳۰ و با ضریب مقیاس ۰/۹۹۹۶ در امتداد آن پیشنهاد داده و در سازمان نقشه‌برداری خراسان برای نقشه‌های کوچک مقیاس و متوسط مقیاس از آن استفاده شده است.

سیستم‌های تصویر، روابطی ریاضی برای تبدیل طول و عرض ژئودتیک به مختصات دو بعدی کارتزین هستند. لذا مهندس محاسب می‌تواند با روابط مربوطه، تبدیلات لازم بین کمیت‌ها را انجام دهد. با این حال، یک سیستم تصویر در نقشه‌برداری مهندسی ترجیحاً باید دارای خصوصیات زیر باشد تا مقبول کاربران که لزوماً متخصص حوزهٔ نقشه هم نیستند، شود:

۱- متشابه (کانفورمال) باشد که به معنی تغییرناپذیری زوایا در تبدیلات از سطح بیضوی به صفحهٔ نقشه و بالعکس است. متشابه نبودن، یعنی تغییر در زوایا می‌تواند استفاده‌کننده را با دشواری مواجه کند: مثلاً در پیاده‌سازی طرح‌ها، علاوه بر دیگر خطاها، یک خطای سیستماتیک جدید (یعنی اعوجاج زوایا)، که وابسته به مکان نیز هست، وارد کار می‌شود. علاوه بر این، در سیستم‌های تصویر متشابه، ضریب مقیاس بر خلاف سایر سیستم‌های تصویر، همسانگرد (ایزوترپیک) است. در نتیجه، مثلاً در پیاده‌سازی یک طرح، لازم نیست که کاربر نقشه، در یک ایستگاه، در جهت‌های مختلف، ضریب‌های مقیاس متفاوت به توتال استیشن خود معرفی کند.

۲- اگر کاربران، تسلط لازم برای تبدیل طول‌ها از روی نقشه به سطح زمین و بالعکس را داشته باشند، هر سیستم تصویر متشابهی را می‌توان در عمل استفاده کرد. مشکل موقعی پیش می‌آید که کاربران ترجیح می‌دهند طول

اندازه‌گیری شده بر روی نقشه با طول متناظر بر روی زمین یکسان باشد. در این صورت باید سیستم تصویری انتخاب شود که اعوجاج طول‌ها حتی‌الامکان به صفر نزدیک باشد. به عبارت دیگر، ضریب مقیاس مرکب که حاصل‌ضرب ضریب مقیاس شبکه و ضریب مقیاس ارتفاعی است، تقریباً برابر واحد باشد. این خاصیت مخصوصاً در مواردی که نقشه‌های بزرگ‌مقیاس (مثلاً ۱/۲۰۰، ۱/۵۰۰، ۱/۱۰۰۰ و ۱/۲۰۰۰) استفاده می‌شوند، بیشتر مورد تأکید است.

۳- اگر لازم باشد که ضریب مقیاس محدود شود (که در نقشه‌های بزرگ مقیاس و در مسائل مهندسی این‌گونه است)، باید وسعت منطقهٔ تحت پوشش سیستم تصویر نیز محدود شود. اتصال نقشه‌ها در مناطقی که دارای سیستم‌های مختصات متفاوت هستند، می‌تواند کاربر را با مشکل مواجه کند. این مسأله شامل همهٔ سیستم‌های تصویر می‌شود. انتخاب خط مشی و سیستم تصویر مناسب در این مناطق بستگی به کاربرد نقشه، مقیاس آن و وسعت منطقه دارد.

هر چند استفاده از یوتی‌ام ساده نیست، با این حال در حال حاضر، عملاً به عنوان سیستم تصویر استاندارد ایران پذیرفته شده و تقریباً تمامی نهادها و شرکت‌های تولید و استفاده کنندهٔ نقشه، بر مبنای آن کار می‌کنند. مزیت اصلی یوتی‌ام این است که نقشه‌بردار و کاربر به غیر از دانستن شمارهٔ قاچ، نیاز به دانستن پارامتر دیگری برای سیستم مختصات نقشه ندارند. با این حال، دو دلیل باعث شده است که در مسائل نقشه‌برداری مهندسی، استفاده از این سیستم تصویر مشکلاتی را سبب شود: اولاً سیستم مختصات و ثانیاً ضریب مقیاس برای یک منطقهٔ مشخص، از پیش تعیین شده‌اند و قابلیت انعطاف مطابق نیاز کاربر ندارند. در ادامه به تشریح این دو مسأله می‌پردازیم:

مسألهٔ سیستم مختصات: در سیستم تصویر یوتی‌ام، هر قاچ، سیستم مختصات خاص خود را دارد و در گذر از یک قاچ به قاچ مجاور، عوض می‌شود. در این مورد، در دستورالعمل‌های همسان نقشه‌برداری در مبحث کارتوگرافی، برای تخصیص مختصات به مناطق واقع در دو قاچ مجاور به عبارت زیر اکتفا شده است: «به علت ماهیت سیستم تصویر یوتی‌ام، مناطق واقع شده در نواحی مرزی قاچ‌ها را می‌توان از دو سمت مختلف نام‌گذاری کرد. در هنگام تنظیم اندکس، باید به موقعیت، وسعت و آیندهٔ گسترش منطقهٔ مورد نظر توجه کرد و بهترین قاچ را به این منظور انتخاب نمود (دستورالعمل‌های همسان نقشه‌برداری، جلد چهارم: کارتوگرافی؛ صفحهٔ ۳)». به این ترتیب در عمل، مسائل زیر پیش خواهد آمد:

- در مناطقی که هم‌زمان در دو قاچ مجاور قرار دارند، محاسب به ناچار باید یا از دو سیستم مختصات متفاوت برای شیت‌های نقشه استفاده کند و یا یکی از قاچ‌ها را به عنوان قاچ مرجع بپذیرد.
- ضریب مقیاس شبکه در مناطق خارج از قاچ، مقادیر بزرگی خواهد شد که این به معنی اعوجاج بیشتر در طول‌ها و مساحت‌ها است. به این ترتیب، سیستم تصویر استفاده شده در خارج قاچ، دیگر یوتی‌ام نخواهد بود.
- روابط مستقیم و معکوس سیستم تصویر یوتی‌ام فرم ریاضی بسته ندارند، بلکه از سری‌های تیلور برای آن استفاده می‌شود. با این حال، تعداد جملات این سری‌ها محدود است به نحوی که در فاصلهٔ حداکثر سه درجهٔ طول ژئودتیک از نصف‌النهار مرکزی، میزان خطای محاسبات (خطای برش) در حد یک صدهزارم ثانیهٔ کمانی که حدوداً معادل سه دهم میلیمتر است، باقی می‌ماند (کراکِوسکی، ۱۹۷۳؛ ص. ۶۸). اگر محاسبات، در مناطق خارج قاچ، با فرمول‌های موجود یوتی‌ام انجام شود، خطای برش از حد مجاز تجاوز خواهد کرد.

مسألهٔ ضریب مقیاس: رفتار ضریب مقیاس شبکه در سیستم‌های تصویر استوانه‌ای مانند یوتی‌ام رفتاری نسبتاً پیچیده است به نحوی که کاربر مجبور است در هر نقطه، بسته به مختصات مسطحاتی، از ضریب مقیاس محلی آگاهی داشته باشد. از سوی دیگر، همان‌گونه که اشاره شد، اغلب کاربرها ترجیح می‌دهند که طول اندازه‌گیری شده از روی نقشه با طول روی زمین برابر باشد. به این ترتیب، مهندسین تولید کنندهٔ نقشه، از سوی کارفرمایان، در تنگنای اجبار به استفاده از سیستم تصویر یوتی‌ام از یک سو و ضریب مقیاس واحد از سوی دیگر قرار گرفته‌اند. برای برون‌رفت از این شرایط، مهندسین محاسب پس از آن که مختصات یوتی‌ام نقاط بنچ‌مارک را به دست آوردند، یک نقطه را به عنوان نقطهٔ مبنا (با مختصات یوتی‌ام صحیح) در نظر گرفته و با تبدیل طول‌ها به طول روی زمین، مجدداً مختصات را در یک سیستم محلی که اعداد آن «شبیه یوتی‌ام» است به دست می‌آورند. هر چند روال واحدی برای این فرایند وجود ندارد، ولی در نتیجهٔ این کار، مختصات نقاط فقط به ظاهر در سیستم تصویر یوتی‌ام بوده ولی در واقع در یک سیستم مختصات محلی هستند. برخی به اشتباه به این سیستم مختصات، «شبه یوتی‌ام» یا «یوتی‌ام محلی» می‌گویند که در

ذات خود اصطلاحی متناقض است چرا که یوتی‌ام به صراحت نام خود، اساساً یک سیستم تصویر جهانی است.

هدف این تحقیق، اولاً تحلیل جنبه‌های هندسی سیستم مختصات محلی فوق و ثانیاً پیشنهاد یک تصویر برای نقشه‌های بزرگ مقیاس است که نوعاً در وسعت‌های محلی (مناطق تا شعاع حدوداً ۳۰ کیلومتر از یک نقطهٔ مرکزی) تهیه می‌شوند و ضریب مقیاس مرکب آن‌ها (تقریباً) واحد است. این صورت مسأله، توسط تامسون و همکاران (۱۹۷۷) مطرح و استفاده از «سیستم تصویر صفحه‌ای متشابه استرئوگرافیک دو مرحله‌ای مایل» پیشنهاد شده است. بنا به تحقیق آنونی و همکاران (۲۰۰۳)، این سیستم تصویر در کشورهای هلند، لهستان و رومانی استفاده می‌شود. با این حال، ایشان تصریح کرده‌اند که استفاده از انواع سیستم‌های تصویر در کشورهای مختلف رایج است و هر کشور بنا به شرایط جغرافیایی خود، یک یا چند سیستم تصویر را استفاده می‌کند. جدول ۱ به نقل از گزارش ۷۰۰۴۷۴۲۲ سازمان زمین‌شناسی ایالات متحده (۱۹۹۳)، مشخصات تعدادی از پرکاربردترین سیستم‌های تصویر را ارائه می‌دهد. بر اساس این جدول، برای نقشه‌های بزرگ مقیاس فقط سیستم‌های تصویر مرکاتور معکوس، مرکاتور مایل، مرکاتور فضایی، استرئوگرافیک و متشابه مخروطی لامبرت کاملاً مناسب هستند که از بین آن‌ها نیز در عمل بیشتر می‌توان از مرکاتور معکوس، استرئوگرافیک و متشابه مخروطی لامبرت استفاده کرد. با توجه به مشکلاتی که در استفاده از یوتی‌ام ذکر شد، پیشنهاد این مقاله به کارگیری سیستم تصویر استرئوگرافیک دومرحله‌ای مایل است که در بخش‌های بعد به آن پرداخته خواهد شد.

در ادامه، متن مقاله مطابق روند زیر پیش خواهد رفت:

- ابتدا به منظور آشنایی با مقادیر عددی هر کدام از ضرایب مقیاس ارتفاعی، شبکه و مرکب برای سیستم تصویر یوتی‌ام در محدودهٔ ایران، روابط آن‌ها یادآوری، محاسبه و ارائه شده است.
- محلی‌سازی مختصات یوتی‌ام، روال واحدی ندارد. با این وجود، یکی از روش‌های متداول آن تشریح شده و جنبه‌های مختلف آن بررسی شده است.

جدول ۱. مشخصات تعدادی از سیستم‌های تصویر پرکاربرد به نقل از گزارش ۷۰۰۴۷۴۲۲ سازمان زمین‌شناسی ایالات متحده (۱۹۹۳)

سیستم تصویر	نوع	خاصیت						مناسب برای نقشه‌های ...						موارد استفاده عمومی				
		متشابه	هم‌مساحت	هم‌فاصله	آزیموتال	پرسپکتیو	کمترین تغییرشکل	لوکسدرم مستقیم	جهان‌نما	قاره / اقیانوس	نیم‌کره	منطقه / دریا	متوسط مقیاس	بزرگ مقیاس	نقشه‌های توپوگرافی	نقشه‌های زمین‌شناسی	نقشه‌های موضوعی	نمایش اطلاعات	ناوبری
مرکاتور	استوانه‌ای	●			○			●	○			●			●	●			●
مرکاتور معکوس	استوانه‌ای	●								●		●	●	●	●	●			
مرکاتور مایل	استوانه‌ای	●								●		●	●	●	●				
مرکاتور مایل فضایی	استوانه‌ای	●												●	●				
استوانه‌ای میلر	استوانه‌ای						●		●								●		
رابینسون	نیمه‌استوانه‌ای						●		●								●	●	
هم‌مساحت سینوسی	نیمه‌استوانه‌ای		●	○					●	●							●		
اُرتوگرافیک	آزیموتال				○	●					○								
استرئوگرافیک	آزیموتال	●			○	●				●	●	●	●	●	●	●			●
نومونیک	آزیموتال				○	●						○						●	●
هم‌فاصلهٔ آزیموتال	آزیموتال			○	○				○	●	●	●		○	●				
هم‌مساحت آزیموتال لامبرت	آزیموتال		●		○					●	●	●					●	●	
هم‌مساحت مخروطی آلبرس	مخروطی		●							●		●	●				●	●	
متشابه مخروطی لامبرت	مخروطی	●			○					●		●	●	●	●	●		●	●
مخروطی هم‌فاصله	مخروطی			○						●		●							
چندمخروطی	مخروطی			○			●						○	○	●				
مخروطی مایل دوقطبی متشابه	مخروطی	●								●						●			

● کاملاً برقرار است. ○ با برخی ملاحظات برقرار است.

• در ادامه، روابط سیستم تصویر استرئوگرافیک متشابه دو مرحله‌ای مایل بیان شده و ضرایب مقیاس ارتفاعی، شبکه و مرکب در محدودهٔ ایران برای این سیستم تصویر نیز محاسبه و تحلیل شده است. از این پس برای سادگی، به جز در مواردی که محل تأکید باشد، این سیستم تصویر را استرئوگرافیک خواهیم نامید.

• به منظور تحلیل عددی مطالب تحقیق، رفتار ضرایب مقیاس در سیستم‌های تصویر یوتی‌ام و استرئوگرافیک با مثال‌های عددی برای شهرهای تهران، زنجان و چابهار محاسبه و مقایسه شده است. علت انتخاب این شهرها، توپوگرافی متفاوت و ضرایب مقیاس مختلف یوتی‌ام در آن‌ها است.

برای سادگی مطالعهٔ مقاله، تا حد امکان از ارائهٔ روابط ریاضی در متن اجتناب شده و حسب نیاز در ضمیمه‌های مقاله آورده شده‌اند.

۲- مبانی تئوری

۲-۱- ضرایب مقیاس

در سیستم‌های تصویر متشابه، زوایا در انتقال از سطح بیضوی به صفحهٔ نقشه و بالعکس تغییر نمی‌کنند، اما طول‌ها بالاجبار تغییر خواهند کرد. تبدیل طول‌ها از سطح زمین به صفحهٔ نقشه در دو مرحله انجام می‌شود: انتقال از سطح زمین به روی بیضوی و سپس انتقال از سطح بیضوی به صفحهٔ نقشه. به این ترتیب لازم است دو نوع ضریب مقیاس در نظر گرفته شود:

ضریب مقیاس ارتفاعی. بین دو نقطه، دو نوع فاصله را در نظر می‌گیریم: طول مایل و طول افقی. طول خط مستقیم واصل بین دو نقطه را طول مایل آن‌ها می‌نامیم. اکنون از نقاط ابتدا و انتها، راستاهای عمود بر بیضوی را در نظر می‌گیریم. بر روی هر کدام از این راستاها، نقطه‌ای را که ارتفاع ژئودتیک آن برابر با میانگین ارتفاع ژئودتیک دو نقطه است مشخص می‌کنیم. طول خط مستقیم واصل بین این دو نقطهٔ هم ارتفاع را طول افقی دو نقطه می‌نامیم (بامفورد، ۱۹۸۰). نسبت طول روی بیضوی به طول افقی را ضریب مقیاس ارتفاعی می‌گویند.

ضریب مقیاس شبکه. طول ژئودزیک روی بیضوی با طول متناظر تصویر شدهٔ آن بر روی صفحهٔ نقشه متفاوت است. نسبت طول روی نقشه به طول ژئودزیک متناظر روی بیضوی را ضریب مقیاس شبکه می‌گویند که بستگی به نوع سیستم تصویر و موقعیت منطقه دارد.

ضریب مقیاس مرکب. ترکیب دو مرحلهٔ قبل، «ضریب مقیاس مرکب» را نتیجه می‌دهد که حاصل‌ضرب ضرایب مقیاس ارتفاعی و شبکه است. در نقشه‌های بزرگ مقیاس، که تفاوت طول روی نقشه و طول روی زمین می‌تواند بیش از خطای قابل قبول نقشه باشد، لازم است ضریب مقیاس مرکب محاسبه شده و تصحیح لازم به طول‌ها اعمال شود.

در ادامه، ضرایب مقیاس ارتفاعی، شبکه و مرکب برای سیستم تصویر یوتی‌ام در منطقهٔ ایران محاسبه می‌شوند. ابتدا به روابط هر کدام پرداخته شده و سپس رفتار آن‌ها در محدودهٔ کشور ایران بررسی خواهد شد:

۲-۱-۱- ضریب مقیاس ارتفاعی

روابط مربوط به تبدیل طول از روی زمین به روی بیضوی در ضمیمهٔ (A) آورده شده است. نسبت یک طول دیفرانسیلی بر روی بیضوی (s) به طول افقی متناظر در سطح زمین (d) را ضریب مقیاس ارتفاعی نامیده و آن را با ρ_h نشان می‌دهیم:

$$\rho_h = \frac{s}{d} \qquad (۱)$$

میزان تغییر طول افقی هنگام تبدیل از سطح زمین به بیضوی، بر حسب میلی‌متر در کیلومتر از رابطهٔ زیر محاسبه می‌شود:

$$\delta_h = (\rho_h - 1) \times 10^6 \qquad (۲)$$

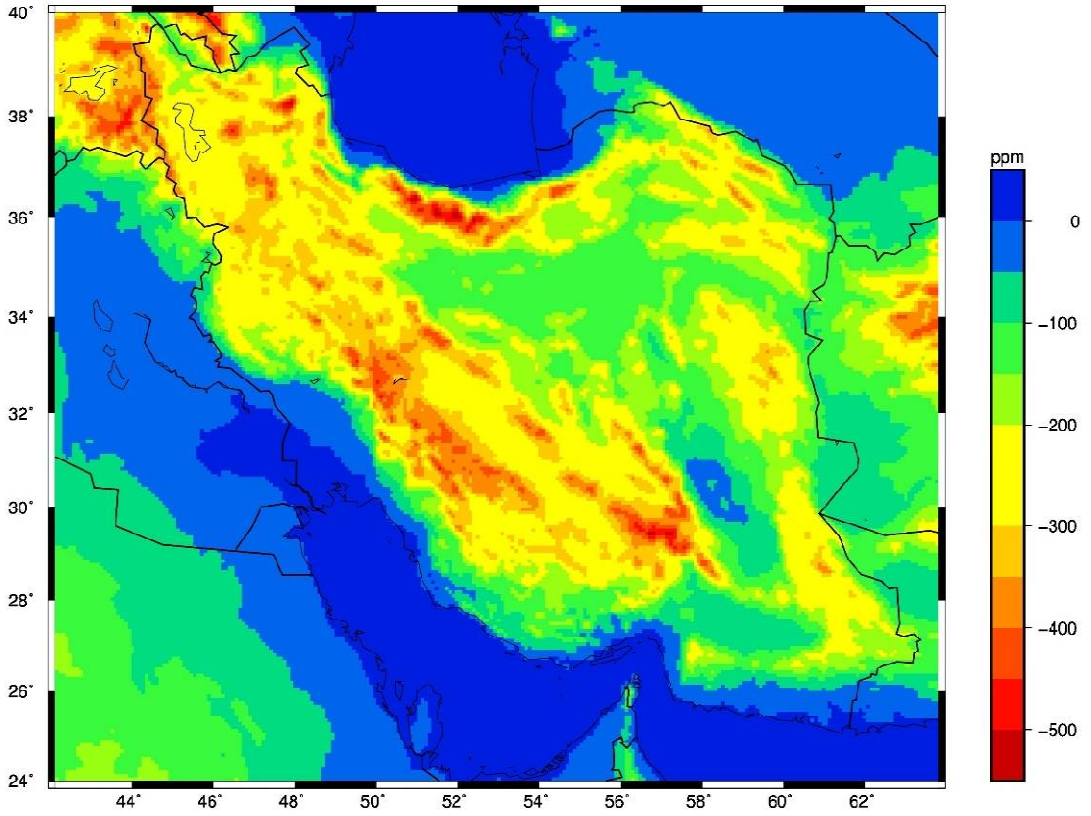
شکل (۱) رفتار δ_h در محدودهٔ ایران را نشان می‌دهد. در این شکل، بیضوی WGS84، مدل رقومی زمین SRTM با قدرت تفکیک ۱۰ کیلومتر و مدل ژئوئید EGM96 انتخاب شده است. بر این اساس، ضریب مقیاس ارتفاعی ρ_h در ایران بین ۰/۹۹۹۴۴۹۱۳۷۲۸ و ۱/۰۰۰۰۰۷۷۶۰۷۴ تغییر می‌کند. مطابق این شکل، یک طول افقی یک کیلومتری در محدودهٔ ایران پس از تبدیل از سطح زمین به روی بیضوی ممکن است

در مناطق مرتفع کوهستانی صدها میلی‌متر کاهش و یا در سواحل جنوب کشور و در حاشیهٔ خزر چندین میلی‌متر افزایش داشته باشد: در منطقه‌ای به ارتفاع قلهٔ دماوند (با ارتفاع ژئودتیک ۵۶۱۰ متر)، این کاهش تقریباً ۸۸۰ میلی‌متر در کیلومتر خواهد بود. در مناطق جنوب و جنوب شرق ایران در نزدیکی سواحل، و نیز در حاشیه‌های خزر، ارتفاع ژئودتیک منفی است. در نتیجه، ضریب مقیاس ارتفاعی در این مناطق صفر نبوده بلکه عددی بزرگتر از یک است و طول‌ها در اثر تبدیل از سطح زمین به روی بیضوی افزایش می‌یابند.

توتال استیشن یا جی‌ان‌اس‌اس، فاصلهٔ مایل نقاط را نتیجه می‌دهند که باید به طول افقی تبدیل شود. رفتار فاصلهٔ مایل را می‌توان به صورت زیر تحلیل کرد: حالتی را در نظر بگیریم که ارتفاع ژئودتیک متوسط دو نقطه، برابر با صفر ولی اختلاف ارتفاع آن‌ها صفر نباشد. در این حالت ضریب مقیاس ارتفاعی (ρ_h) برابر واحد بوده ولی فاصلهٔ مایل دو نقطه با طول تصویر شده بر روی بیضوی برابر نخواهد بود. بنا به تحلیلی که در ضمیمهٔ A و با توجه به شکل A1 صورت گرفته است، علاوه بر تأثیر ارتفاع متوسط منطقه، تأثیر اختلاف ارتفاع نقاط ابتدا و انتها ممکن است چشمگیر بوده و تغییرات بزرگی را در مناطق شیب‌دار باعث شود. مقدار این تأثیر می‌تواند بیش از ۱۳۰۰ میلی‌متر در کیلومتر برای یک امتداد با شیب ۳ درجه باشد. باید توجه داشت که شیب امتدادها وابسته به آزیموت آن‌ها بوده و نمی‌توان یک ضریب مقیاس ارتفاعی همسان‌گرد (ایزوتروپیک) را به یک نقطه نسبت داد. لذا برای محاسبهٔ دقیق طول مایل از روی نقشه، در مناطق شیب‌دار، باید به جای استفاده از ضرایب مقیاس، مستقیماً از روابط مربوطه استفاده کرد.

۲-۱-۲- ضریب مقیاس شبکه در سیستم تصویر یوتی‌ام

برای تبدیل یک طول دیفرانسیلی از روی بیضوی به صفحهٔ تصویر در سیستم‌های تصویر «تی‌ام» یا «یوتی‌ام» باید آن را در ضریب مقیاس شبکه k_{TM} یا k_{UTM} ضرب کرد که روابط آن در ضمیمهٔ (B) آورده شده است. بر اساس همان داده‌هایی که برای محاسبهٔ ضریب مقیاس ارتفاعی استفاده شد، ضریب مقیاس یوتی‌ام در ایران می‌تواند بین ۰/۹۹۹۶۰۰۰۰۰۰۰ و ۱/۰۰۰۷۶۴۲۳۶۸۵ تغییر کند. تغییر طول بر حسب میلی‌متر در کیلومتر به هنگام تبدیل آن از بیضوی به صفحهٔ تصویر



شکل ۱- تغییر طول افقی در اثر انتقال از سطح زمین به روی بیضوی در ایران بر حسب میلی‌متر در کیلومتر

یوتی‌ام از رابطهٔ زیر محاسبه می‌شود:

$$\delta_{UTM} = (k_{UTM} - 1) \times 10^6 \qquad (۳)$$

شکل (۲-بالا) رفتار δ_{UTM} برای قاچ‌هایی که در محدودهٔ ایران قرار گرفته‌اند را نشان می‌دهد. یک طول یک کیلومتری در این محدوده پس از تبدیل از بیضوی به صفحهٔ تصویر یوتی‌ام ممکن است بین ۴۰۰ میلی‌متر کاهش تا ۷۶۴ میلی‌متر افزایش داشته باشد.

۲-۱-۳- ضریب مقیاس مرکب در سیستم تصویر یوتی‌ام

ضریب مقیاس مرکب، حاصل‌ضرب ضریب مقیاس ارتفاعی ρ_h و ضریب مقیاس شبکهٔ سیستم تصویر مربوطه است. برای یوتی‌ام، این ضریب مقیاس با رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$c_{UTM} = \rho_h k_{UTM} \qquad (۴)$$

میزان تغییر طول‌های افقی بر حسب میلی‌متر در کیلومتر به هنگام تبدیل آن‌ها از سطح زمین به صفحهٔ تصویر یوتی‌ام از رابطهٔ زیر محاسبه می‌شود:

$$r_{UTM} = (c_{UTM} - 1) \times 10^6 \qquad (۵)$$

با همان داده‌هایی که برای محاسبهٔ ضریب مقیاس ارتفاعی استفاده شد، ضریب مقیاس مرکب یوتی‌ام در محدودهٔ ایران بین ۰/۹۹۹۰۴۹۳۷۴۳۳ و ۱/۰۰۰۷۶۹۹۹۹۵۱ تغییر می‌کند. شکل (۲-پایین) رفتار r_{UTM} در منطقهٔ ایران را نشان می‌دهد. مطابق این شکل، طول افقی یک کیلومتری در محدودهٔ ایران پس از تبدیل از سطح زمین به صفحهٔ تصویر یوتی‌ام ممکن است بسته به منطقه بین ۹۵۰ میلی‌متر کاهش یا ۷۷۰ میلی‌متر افزایش داشته باشد. در این شکل دیده می‌شود که تغییر طول‌ها نه فقط تابع رفتار k_{UTM} است بلکه هم‌زمان به ارتفاع منطقه نیز بستگی دارد. به این ترتیب، لازم است کاربر نقشه‌های بزرگ مقیاس کاملاً از عدد ضریب مقیاس مرکب منطقه و نحوهٔ اثرگذاری آن آگاهی داشته باشد.

۲-۲- محلی‌سازی سیستم تصویر یوتی‌ام و مسائل ناشی از آن

برای تعریف یک سیستم مختصات دوبعدی متعامد کارتزین راست‌گرد، چهار پارامتر نیاز است: مختصات مبدأ، راستای یکی از محورها و مقیاس. در اینجا فرض می‌کنیم که هم مختصات ژئودتیک و هم مختصات یوتی‌ام صحیح یک شبکهٔ ژئودتیک حاصل از جی‌پی‌اس/جی‌ان‌اس‌اس در دست است. برای محلی‌سازی مختصات یوتی‌ام این نقاط، روند زیر متداول است:

۱. مبدأ سیستم، منطبق بر یک نقطهٔ مشخص P_0، مثلاً یک بنچ‌مارک و ترجیحاً در مرکز هندسی منطقهٔ مورد نظر، انتخاب شده و مختصات آن برابر با مختصات یوتی‌ام صحیح آن نقطه $(E_0، N_0)$ در نظر گرفته می‌شود. توجه داریم که این انتخاب صرفاً به دلیل تشابه مختصات محلی حاصل با مختصات یوتی‌ام نقاط است تا کاربران بتوانند مثلاً بر روی یک نقشهٔ موجود، آن‌ها را مقایسه یا تناظریابی کنند. در غیر این صورت ضرورتی بر این انتخاب نیست.

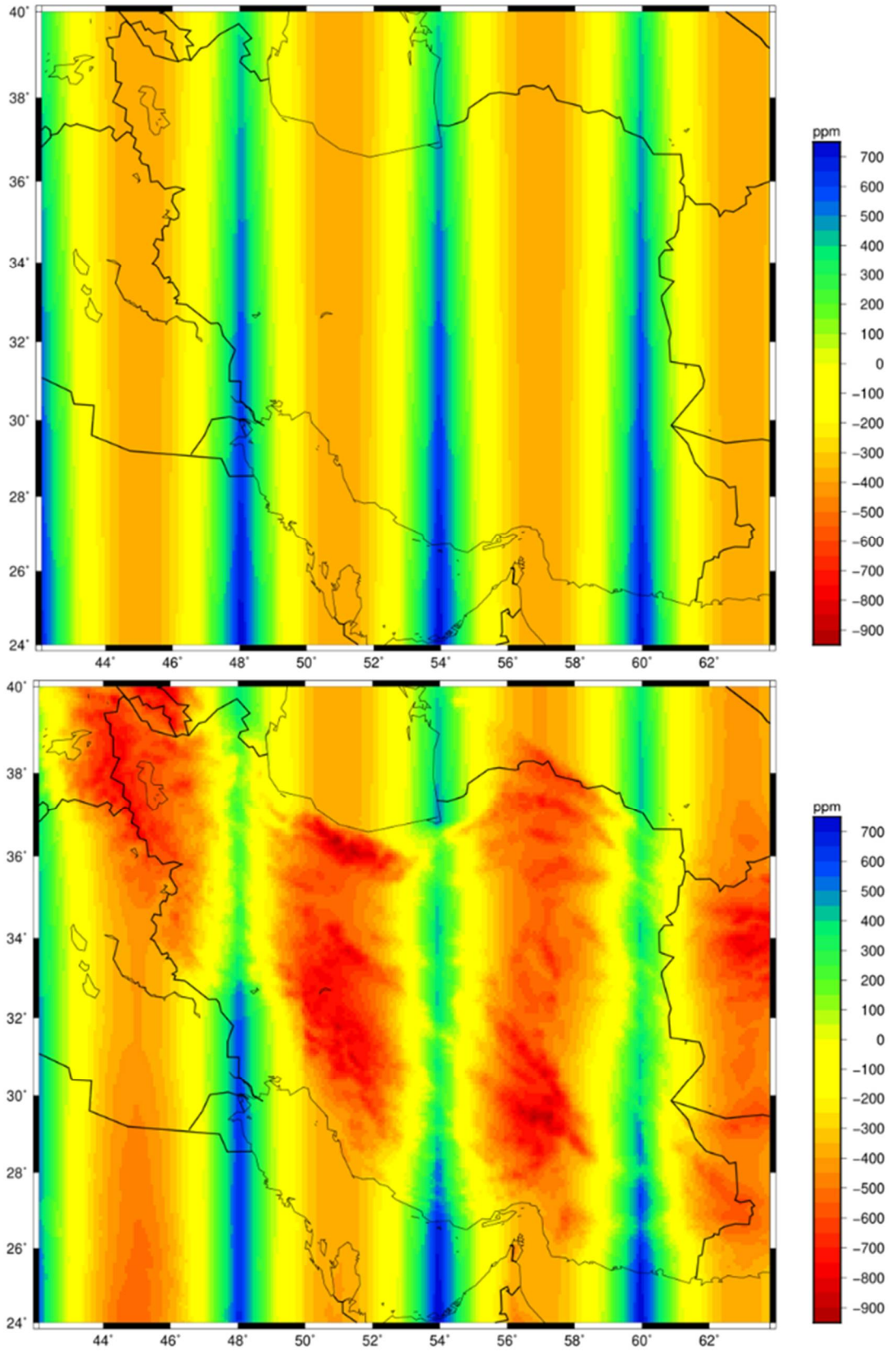
۲. ژیزمان امتداد واصل بین نقطهٔ مبدأ P_0 و نقطهٔ مقصد P (نقطهٔ دیگری که قرار است مختصات محلی آن به دست آید)، با داشتن مختصات یوتی‌ام صحیح هر دو نقطه محاسبه می‌شود که آن را G می‌نامیم. باید توجه داشت که این زاویه، ضرورتاً برابر با آزیموت ژئودتیک امتداد مذکور نیست.

۳. طول افقی (d) در ارتفاع متوسط h_m با رابطهٔ

$$d = \sqrt{4R_m^2 \left(1 + \frac{h_m}{R_m}\right)^2 \sin^2\left(\frac{s}{2R_m}\right)} \qquad (۶)$$

محاسبه می‌شود (ضمیمهٔ A). در این رابطه، R_m شعاع متوسط و s طول روی بیضوی است.

برای محاسبهٔ طول d می‌توان از میانگین ضریب مقیاس مرکب نقاط P_0 و P که آن را $\bar{c}_{UTM}$ می‌نامیم نیز به کمک رابطهٔ (A-۵) یا (A-۸) استفاده کرد. به این ترتیب که طول روی نقشه را با مختصات یوتی‌ام صحیح دو نقطه محاسبه کرده و آن را بر $\bar{c}_{UTM}$ تقسیم می‌کنیم.



شکل ۲- تغییر طول افقی در اثر انتقال (بالا) از بیضوی و (پایین) از سطح زمین به صفحهٔ تصویر یوتی‌ام در ایران بر حسب میلی‌متر در کیلومتر

۴. با داشتن مختصات مبدأ و نیز طول افقی و ژیزمان هر امتداد، مختصات نقطهٔ مقصد با روابط زیر، به دست می‌آید:

$$\begin{cases} E = E_0 + d \sin G \\ N = N_0 + d \cos G \end{cases} \qquad (۷)$$

در نتیجهٔ این فرایند، مجموعهٔ مختصاتی به دست می‌آید که در نگاه اول برای تهیهٔ نقشه‌های بزرگ مقیاس مناسب است به گونه‌ای که طول‌های روی نقشه با طول‌های روی زمین برابر خواهد بود. با این حال ایرادات و نکات زیر به این رویکرد و نتایج آن وارد است:

نکتهٔ اول: در رابطهٔ (۶) وابستگی طول افقی (d) به ارتفاع متوسط h_m بدیهی است. اگر به فرایند تبدیل مختصات ژئودتیک به مختصات محلی به دیدهٔ یک سیستم تصویر نگاه کنیم، به دلیل توپوگرافی، طول تصویر شده از روی بیضوی به صفحهٔ نقشه، نه تنها به آزیموت امتداد وابسته است، بلکه در یک امتداد مشخص، به فاصله از نقطهٔ مبدأ هم بستگی خواهد داشت (به دلیل تغییر ارتفاع). به این ترتیب، شرط تشابه که یک شرط مهم برای سیستم‌های تصویر در نقشه‌برداری مهندسی است نقض می‌شود.

از یک نگاه دیگر، ضریب مقیاس مرکب وابسته به ارتفاع نقاط و لاجرم وابسته به توپوگرافی منطقه است. در فرایند محلی‌سازی، فرض کنید طول‌های روی زمین با استفاده از میانگین ضرایب مقیاس مرکب یوتی‌ام ($\bar{c}_{UTM}$) برای نقطهٔ مبدأ P_0 و نقطهٔ مقصد P محاسبه شده باشند. برای محاسبهٔ تأثیر اختلاف ارتفاع نقاط بر روی طول محاسبه شده، داریم:

$$\bar{c}_{UTM} = \frac{c_{UTM}(P_0) + c_{UTM}(P)}{2} = \frac{\rho_h(P_0) k_{UTM}(P_0) + \rho_h(P) k_{UTM}(P)}{2} \qquad (۸\text{-}۱)$$

اکنون آن را به شکل زیر بازنویسی می‌کنیم:

$$\bar{c}_{UTM} = \rho_h(P_0) \frac{k_{UTM}(P_0) + k_{UTM}(P)}{2} + \frac{\rho_h(P) - \rho_h(P_0)}{2} k_{UTM}(P) \qquad (۸\text{-}۲)$$

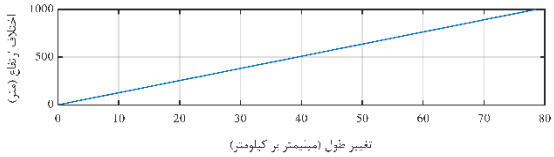
عبارت $\big(k_{UTM}(P_0) + k_{UTM}(P)\big)/2$ ضریب مقیاس خطی بین نقاط P و P_0 است و چون در مقدار ثابت $\rho_h(P_0)$ ضرب شده است، تقریباً منجر به فاصلهٔ دونقطه در ارتفاع نقطهٔ P_0 خواهد شد. جملهٔ دوم تأثیر ناشی از اختلاف ارتفاع است که آن را ε نامیده و به کمک رابطهٔ (A-۵) بازنویسی می‌کنیم:

$$\varepsilon = \frac{\rho_h(P) - \rho_h(P_0)}{2} k_{UTM}(P) = \frac{1}{2}\left(\frac{h(P_0)}{R_m(P_0)} - \frac{h(P)}{R_m(P)}\right) k_{UTM}(P) \qquad (۹)$$

اگر شعاع انحنای متوسط بیضوی در دو نقطه را برابر فرض کنیم این رابطه ساده‌تر خواهد شد:

$$\varepsilon = \frac{k_{UTM}(P)}{2R_m}\big(h(P_0) - h(P)\big) \qquad (۱۰)$$

این کمیت، همزمان به اختلاف ارتفاع دو نقطه و ضریب مقیاس شبکهٔ یوتی‌ام نقطهٔ P وابسته است. در مناطق مسطح، مقدار آن صفر است. شکل ۳ مقدار عددی ε را بر حسب میلی‌متر در کیلومتر در ازای ضریب مقیاس واحد ($k_{UTM}(P) = 1$) و شعاع انحنای متوسط زمین برای اختلاف ارتفاع‌های مختلف نشان می‌دهد. مطابق این شکل، به عنوان مثال، در ازای ۲۰۰ متر اختلاف ارتفاع، برای طول یک کیلومتری حدود ۱۵ میلی‌متر خطا وجود دارد که با افزایش فاصله و اختلاف ارتفاع، بیشتر نیز خواهد شد. یادآور می‌شویم چون اختلاف ارتفاع وابسته به جهت است، این خطا نیز وابسته به جهت خواهد بود.



شکل ۳- تأثیر اختلاف ارتفاع نقاط در طول محاسبه شدهٔ زمینی با روش محلی‌سازی مختصات یوتی‌ام برای منطقه‌ای با ضریب مقیاس واحد

نکتهٔ دوم: برای استفاده از سیستم تصویر یوتی‌ام به غیر از دانستن شمارهٔ قاچ نیاز به هیچ پارامتر دیگری نیست. لذا بسیاری از کاربران نقشه‌ها اغلب به دلیل تشابه اعداد مختصات در سیستم مختصات محلی و یوتی‌ام، به تصوّر این که نیازی به جزئیات محلی‌سازی نیست، آن‌ها را از مهندسین محاسب درخواست نمی‌کنند. اگر این جزئیات (مختصات نقطهٔ مبنا، روش تبدیل طول‌های روی بیضوی به طول‌های زمینی و نحوهٔ محاسبهٔ ژیزمان

امتدادها) کاملاً مشخص و مستند نباشد، در نقشه‌برداری‌های متوالی که از یک منطقه انجام می‌شود، مختصات یک نقطه لزوماً در همهٔ نقشه‌ها یکسان نخواهد بود. این تفاوت مختصات به طور عمده نه به دلیل خطاهای اندازه‌گیری یا حرکات زمین (مثلاً در اثر پدیدهٔ تکتونیک)، بلکه به دلیل انتخاب سیستم‌های مختصات متفاوت توسط مهندسین تهیه کنندهٔ هر کدام از نقشه‌ها است. مشکلات ناشی از این تفاوت مختصات، مخصوصاً به هنگام پیاده‌سازی طرح‌ها، اظهارنظر در مسائل حقوقی املاک و یا در حوزهٔ سیستم‌های اطلاعات مکانی بر متخصصین امر پوشیده نیست.

نکتهٔ سوم: سامانه‌های تعیین موقعیت جهانی جی‌ان‌اس‌اس، مختصات نقاط را در سیستم‌های مرجع زمینی نظیر WGS84 (جی‌پی‌اس[۱])، PZ-90 (گلوناس[۲]) یا ITRS (گالیلئو[۳] و بِی‌دو[۴]) ارائه می‌دهند. انتقال مختصات کارتزین سه‌بُعدی به مختصات ژئودتیک و سپس به مختصات شبکه، توسط نرم‌افزارهای کارتوگرافی و یا نرم‌افزارهای موجود در گیرنده‌ها انجام می‌شود. مختصات حاصل از جی‌ان‌اس‌اس مخصوصاً در سامانه‌های اِن‌آرتی‌کِی [۵] مثل شمیم که امروزه در ایران نیز متداول شده است، لزوماً با مختصات نقطه در نقشه‌های موجود، سازگار نیست. علت اصلی این اختلاف هم یک بار دیگر، علاوه بر خطاهای اندازه‌گیری و یا حرکات زمین، ناسازگاری سیستم‌های مختصات است. کاربر به تصّور این که سیستم تصویر نقشه، یوتی‌ام است، با داشتن مختصات حاصل از این سامانه‌ها دچار سردرگمی خواهد شد.

نکتهٔ چهارم: برای محلّی‌سازی مختصات، نیاز به مختصات نقطهٔ مبنا و نقطهٔ مقصد در سیستم تصویر یوتی‌ام است. در مرز دو قاچ که سیستم مختصات عوض می‌شود، محاسب ناچار خواهد شد منطقهٔ یکی از قاچ‌ها را به خارج از قاچ تعمیم بدهد که این به معنی افزایش ضریب مقیاس و لاجرم اعوجاج بیشتر است. در این صورت مختصات محلّی حاصل با مختصات یوتی‌ام که به عنوان مثال از سامانهٔ شمیم حاصل می‌شود، ناسازگار خواهد بود.

۳- رویکرد پیشنهادی: سیستم تصویر استرئوگرافیک دو مرحله‌ای مایل

ابداع سیستم تصویر استرئوگرافیک را از نظر تاریخی به اِبَرخُس[۶] (۱۲۰ تا ۱۹۰ قبل از میلاد) منسوب می‌کنند (اشنایدر، ۱۹۸۷). این سیستم تصویر، هم از نظر تاریخی و هم از نظر کاربردهای متعدد آن حائز اهمیت است. در نجوم برای ارائهٔ نقشهٔ سیارات و در زمین‌شناسی برای تصویر کردن هندسهٔ گسل‌ها بر روی صفحه به کار می‌رود (مارشاک و میترا، ۱۹۸۸). در مناطق قطبی به عنوان سیستم تصویر استاندارد از آن استفاده می‌شود. همانطور که در مقدمه نیز اشاره شد، برای نقشه‌های بزرگ مقیاس نیز مناسب است و در کشورهای هلند، لهستان و رومانی از استفاده می‌شود. در ایالت نیوبرونزویک کانادا و جزیرهٔ پرنس ادوارد نیز سیستم تصویر استرئوگرافیک به کار می‌رود. حبیب (۲۰۱۳) پارامترهای سیستم تصویر استرئوگرافیک را برای منطقهٔ سوریه محاسبه کرده و آن را پیشنهاد داده است. توتیچ و لاپاپین (۲۰۰۸) استفاده از این سیستم تصویر را برای کشور کرواسی در کنار مخروطی لامبرت و استوانه‌ای تی‌ام پیشنهاد داده‌اند.

برای کُره، این سیستم تصویر از نوع صفحه‌ای (پلانار)، آزیموتی و متشابه (کانفورمال) است. صفحه می‌تواند مماس بر کره یا با آن متقاطع باشد. اگر محل تماس صفحه با کره نقطه‌ای غیر از قطب یا استوا باشد، سیستم تصویر را استرئوگرافیک مایل می‌نامند. فصل مشترک کره و صفحهٔ متقاطع با آن یک دایره است که مرکز دایره را نقطهٔ مرکزی سیستم تصویر می‌نامند. خطوط هم‌مقیاس[۷] به صورت دایره‌های هم‌مرکز حول نقطهٔ مرکزی خواهند بود (تامسون و همکاران، ۱۹۷۷).

در مسائل ژئودتیک لازم است رویهٔ بیضوی دورانی بر صفحهٔ نقشه تصویر شود که در این صورت خواص فوق همگی به صورت هم‌زمان برقرار نخواهند بود. از این بین، خاصیت تشابه برای تهیهٔ نقشه اهمیت دارد. به این منظور، فرایند تصویر کردن از رویهٔ بیضوی بر صفحه، در دو مرحله انجام می‌شود: (الف) تصویر متشابه رویهٔ بیضوی بر سطح

۱ GPS
۲ GLONASS
۳ GALILEO
۴ BeiDou
۵ Network Real-Time Kinematic (NRTK)
۶ Hipparchus
۷ Isoscale

کُره (ب) تصویر استرئوگرافیک کره به صفحه. از این فرایند با نام «سیستم تصویر استرئوگرافیک دو مرحله‌ای» یاد می‌شود. در مرحلهٔ اول، مختصات ژئودتیک (λ, φ) به مختصات کانفورمال (Λ, χ) تبدیل می‌شوند که در آن χ عرض کانفورمال[1] و Λ طول کانفورمال[2] نامیده می‌شوند. در مرحلهٔ دوم، مختصات کانفورمال (Λ, χ) از رویهٔ کُره به مختصات (x, y) بر صفحهٔ تصویر استرئوگرافیک منتقل می‌شود. روابط این دو مرحله در ضمیمه‌های C و D به نقل از تامسون و همکاران (۱۹۷۷) ارائه شده است. روابط وارون برای تبدیل مختصات (x, y) به (λ, φ) نیز به نقل از همان منبع در ضمیمهٔ E آورده شده است.

۳-۱-ضرایب مقیاس در سیستم تصویر استرئوگرافیک دو مرحله‌ای مایل

۳-۱-۱- ضریب مقیاس شبکه

ضریب مقیاس به هنگام تصویر استرئوگرافیک بیضوی به صفحه که آن را با k_{st2} نشان می‌دهیم، به صورت حاصل‌ضرب سه ضریب مقیاس k_0، k_1 و k_2 به دست می‌آید:

$$k_{st2} = k_0 k_1 k_2 \qquad (۱۱)$$

که در آن k_1 وk_2 به ترتیب ضرایب مقیاس تبدیل از بیضوی به کره و از کره به صفحهٔ تصویر و k_0 ضریب مقیاس انتخابی در نقطهٔ مرکزی هستند. k_0 می‌تواند عددی غیر از یک باشد که در ادامه در مورد آن توضیح خواهیم داد. روابط مربوط به این ضرایب مقیاس در ضمیمه‌های (C) و (D) آورده شده است. بنا به تامسون و همکاران (۱۹۷۷) ضریب مقیاس k_1 حاصل تبدیل از بیضوی به کره، اعوجاج ناچیزی را باعث می‌شود و می‌توان در استفاده‌های محلّی از آن صرف‌نظر کرد.

تغییر طول بر حسب میلی‌متر در کیلومتر به هنگام تبدیل آن از سطح بیضوی به صفحهٔ تصویر استرئوگرافیک از رابطهٔ زیر محاسبه می‌شود:

$$\delta_{st2} = (k_{st2} - 1) \times 10^6 \qquad (۱۲)$$

رفتار δ_{st2} برای بیضوی WGS84 در شکل (۴) برای منطقهٔ ایران با نقطهٔ مرکزی $(\lambda_0, \varphi_0) = (53°, 32°)$ نشان داده شده است. هرچند به ظاهر دیده می‌شود که این کمیّت رفتار شعاعی دارد، اما در واقعیّت به دلیل تأثیر ضریب k_1 که بسیار نزدیک به واحد بوده و رفتار شعاعی ندارد، رفتار ضریب مقیاس شبکه در سیستم تصویر استرئوگرافیک دو مرحله‌ای نیز کاملاً شعاعی نیست.

۳-۱-۲- ضریب مقیاس مرکب

با احتساب تغییر طول‌ها در اثر انتقال از ارتفاع، ضریب مقیاس مرکب در این سیستم تصویر به صورت زیر محاسبه خواهد شد:

$$c_{st2} = \rho_h k_{st2} \qquad (۱۳)$$

که در آن ρ_h ضریب مقیاس ارتفاعی است. تغییر طول بر حسب میلی‌متر در کیلومتر به هنگام تبدیل آن از سطح زمین به صفحهٔ تصویر استرئوگرافیک از رابطهٔ زیر محاسبه می‌شود:

$$r_{st2} = (c_{st2} - 1) \times 10^6 \qquad (۱۴)$$

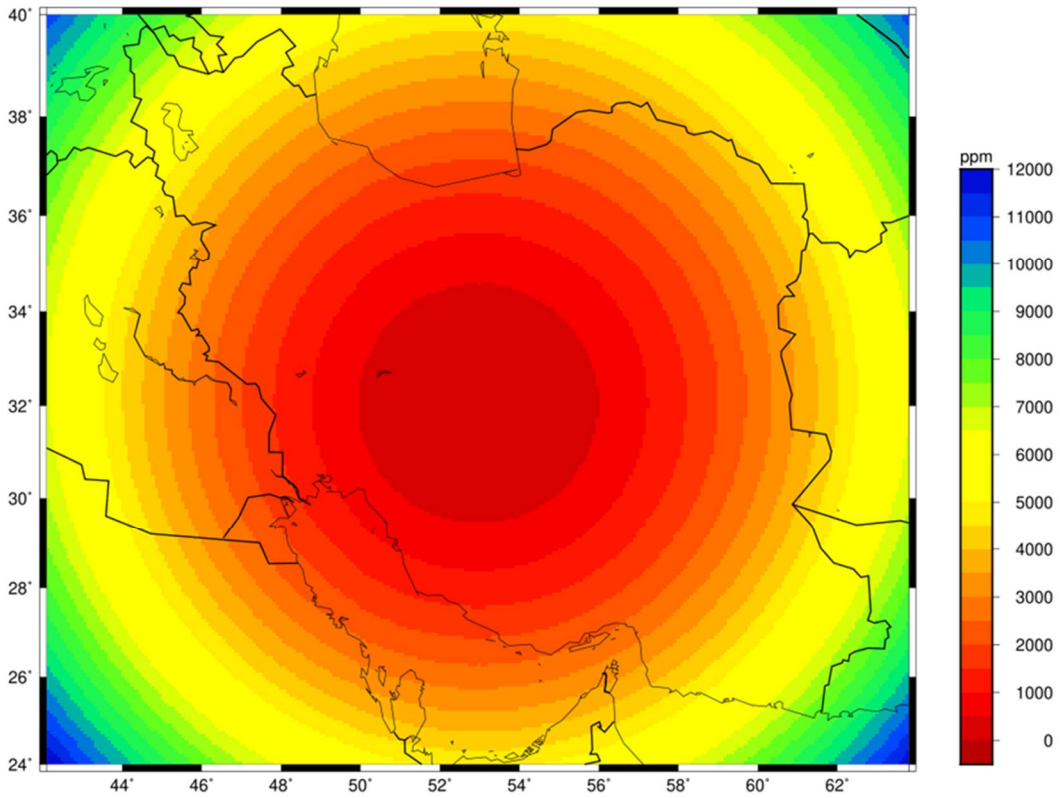
برای تبدیل طول‌ها از سطح زمین به صفحهٔ تصویر و بالعکس، استفاده‌کنندگان نقشه عملاً نیاز به ضریب مقیاس مرکب دارند. اگر شکل‌های (۲) و (۴) را مقایسه کنیم، دیده می‌شود که به خاطر بزرگی کشور ایران، در سطح ملّی تغییر طول‌ها در سیستم تصویر یوتی‌ام به مراتب کمتر از استرئوگرافیک است. لذا واضح است که سیستم تصویر استرئوگرافیک را نمی‌توان به عنوان سیستم تصویر ملّی معرفی کرد. اما در ادامه خواهیم دید که در مقیاس محلی و در همسایگی نقطهٔ مرکزی، تغییر طول در این سیستم تصویر به مراتب کمتر و در اغلب اوقات قابل اغماض است.

۳-۱-۳- تحلیل رفتار ضریب مقیاس مرکب در همسایگی نقطهٔ مرکزی

اکنون نشان خواهیم داد که در همسایگی نقطهٔ مرکزی، ضریب مقیاس شبکه در سیستم تصویر استرئوگرافیک عملاً برابر با واحد باقی می‌ماند. شکل (۵) میزان تغییر یک طول

۱ Conformal latitude

۲ Conformal longitude



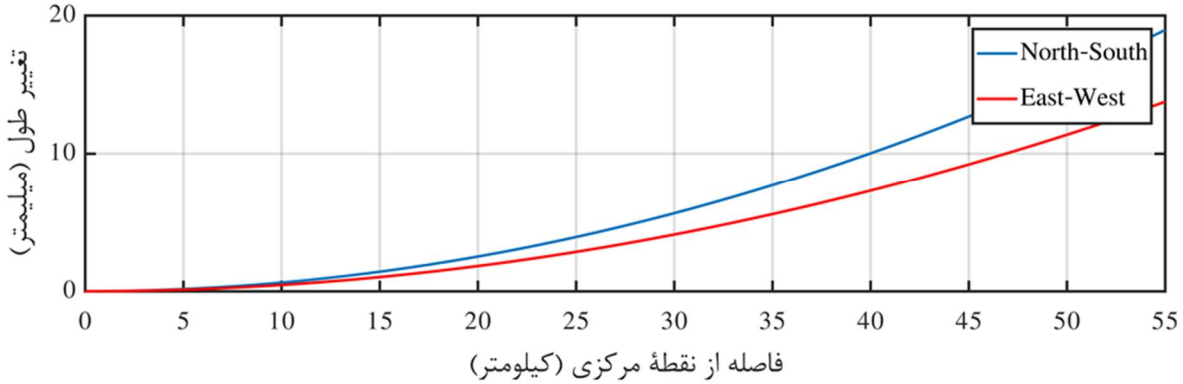
شکل ۴- تغییر طول در اثر انتقال از روی بیضوی به صفحهٔ تصویر استرئوگرافیک در ایران بر حسب میلی‌متر در کیلومتر. نقطهٔ مرکزی $(\lambda_0, \varphi_0) = (53°, 32°)$ بوده و صفحه بر بیضوی مماس است $(k_0 = 1)$.

به هنگام تصویر شدن از بیضوی به صفحهٔ تصویر استرئوگرافیک (δ_{st2}) را برحسب فاصله از نقطهٔ مرکزی در جهت شمال-جنوب و شرق-غرب نشان می‌دهد (ضریب مقیاس شبکه در نقطهٔ مرکزی (k_0) را برابر واحد در نظر می‌گیریم). به راحتی مشاهده می‌شود که تا فاصلهٔ حدود ۱۵ کیلومتری از نقطهٔ مرکزی، تغییر طول به زحمت به یک میلی‌متر می‌رسد. یعنی در یک منطقهٔ مسطح به وسعت بیش از ۷۰۰ کیلومتر مربع حول نقطهٔ مرکزی، عملاً ضریب مقیاس مرکب برابر واحد بوده و تغییر طول‌ها قابل اغماض است. به بیان دیگر در مناطق «مسطح»، تا فاصلهٔ ۱۵ کیلومتری از نقطهٔ مرکزی، در سیستم تصویر استرئوگرافیک، طول‌ها عملاً بدون تغییر از زمین به صفحهٔ نقشه منتقل می‌شوند. با بررسی بیشتر در شکل (۵) دیده می‌شود که در فواصل تا ۴۰ کیلومتر از نقطهٔ مرکزی، تغییر طول به یک سانتی‌متر و تا ۵۵ کیلومتر (حدود نیم درجهٔ طول کمان) به کمتر از ۲ سانتی‌متر می‌رسد.

برای آن که ضریب مقیاس مرکب (c_{st2}) در نقطهٔ مرکزی برابر واحد باشد، ضریب k_0 در رابطهٔ (۱۱) را برابر با وارون ضریب مقیاس ارتفاعی در نظر می‌گیریم:

$$k_0 = \frac{1}{\rho_{h_0}} = \frac{R_m + h_0}{R_m} \qquad (۱۵)$$

که در آن h_0 ارتفاع ژئودتیک نقطهٔ مرکزی و ρ_{h_0} ضریب مقیاس ارتفاعی در این نقطه است. اگر اختلاف ضریب مقیاس مرکب در یک نقطهٔ دلخواه با ضریب مقیاس مرکب در نقطهٔ مرکزی (که برابر با یک است) باعث بروز تغییری در طول‌ها شود که از خطای مجاز پروژه فراتر نمی‌رود، می‌توان از آن صرف‌نظر کرد. اما باید در نظر داشت که در مناطق با اختلاف ارتفاع زیاد عملاً امکان این که ضریب مقیاس مرکب برابر واحد باقی بماند وجود ندارد. لذا، در صورت نیاز می‌توان برای این مناطق رفتار خطای ناشی از تغییر طول‌ها را محاسبه کرده و در نظر گرفت.



شکل ۵- افزایش طول پس از تصویر استرئوگرافیک آن از بیضوی به صفحه‌ی تصویر در راستای (آبی) شمال-جنوب و (قرمز) شرق-غرب بر حسب فاصله از نقطهٔ مرکزی

۳-۲-تبدیل سیستم تصویر نقشه‌های بزرگ‌مقیاس موجود به سیستم تصویر استرئوگرافیک

نقشه‌های بزرگ مقیاس موجود در کشور یکی از دو حالت زیر را دارند: (الف) در سیستم تصویر یوتی‌ام تهیه شده‌اند، و (ب) سیستم مختصات محلی دارند. برای حالت (الف) تبدیل به سادگی امکان‌پذیر است: ابتدا با روابط وارون یوتی‌ام، مختصات کارتزین نقشه به طول و عرض ژئودتیک تبدیل شده، سپس با روابط مستقیم استرئوگرافیک به مختصات شبکه تبدیل می‌شوند. فرایند تبدیل سیستم مختصات نقشه از یک سیستم تصویر به سیستم تصویر دیگر (از جمله استرئوگرافیک) در اغلب نرم‌افزارهای تخصصی پیش‌بینی شده است.

برای حالت (ب) که سیستم مختصات نقشه، محلی است ناگزیر از استفاده از روش‌های تبدیل مختصات متفاوت خواهیم بود. انواع متنوعی از روش‌های ترانسفورماسیون دوبعدی به این منظور در منابع گوناگون ذکر شده است. به عنوان مثال می‌توان به صالحی و همکاران (۱۳۹۴) و تونگ و همکاران (۲۰۱۱) اشاره کرد.

۳-۲-۱- ارزیابی و مطالعات موردی

-مثال ۱: منطقهٔ شهری تهران

می‌توان میدان آزادی را تقریباً مرکز هندسی شهر تهران در نظر گرفت. به عنوان نقطهٔ مرکزی سیستم تصویر استرئوگرافیک، نقطهٔ $(\lambda_0, \varphi_0) = (51^\circ 20', 35^\circ 42')$ را در غرب میدان انتخاب می‌کنیم. ارتفاع ژئودتیک این نقطه براساس اندازه‌گیری سیستم شمیم، تقریباً ۱۱۹۰ متر است که ضریب مقیاس ارتفاعی آن ۰/۹۹۹۸۱۳۲۵۹۱۱ به دست می‌آید. مقدار k_0 در رابطهٔ (۱۱) را عکس این عدد یعنی ۱/۰۰۰۱۸۶۷۷۵۷۷ انتخاب می‌کنیم. در نتیجه، ضریب مقیاس مرکب سیستم تصویر استرئوگرافیک در این نقطه برابر یک خواهد بود. رفتار این ضریب در منطقهٔ تهران در شکل (۶-بالا) و برای مقایسه، رفتار ضریب مقیاس مرکب یوتی‌ام هم در شکل (۶-پایین) آورده شده است. مطابق این شکل، در مناطق وسیع و نسبتاً مسطح جنوب، جنوب شرق و غرب تهران، تغییر طول در اثر تبدیل از سطح زمین به صفحهٔ نقشه در سیستم تصویر استرئوگرافیک، کمتر از دو سانتی‌متر در کیلومتر است. در حالی که یک طول یک کیلومتری به هنگام تبدیل از سطح زمین به صفحهٔ نقشه در سیستم تصویر یوتی‌ام در همان مناطق ممکن است تا ۶۰ سانتی‌متر کوتاه‌تر شود.

-مثال ۲: منطقهٔ شهری زنجان

زنجان شهری با ابعاد متوسط است که از نظر جمعیت (۴۳۰۸۷۱ نفر بنا به سرشماری سال ۱۳۹۵)، بیستمین شهر ایران محسوب می‌شود و با توجه به بافت متمرکز در اغلب شهرهای ایران، از نظر وسعت هم زنجان باید تقریباً در همین رتبه قرار بگیرد. نقطهٔ $(\lambda_0, \varphi_0) = (48^\circ 30', 36^\circ 40')$ در محلّهٔ اعتمادیه که تقریباً مرکز هندسی مجموعهٔ مناطق شهری و باغات جنوبی شهر است را به عنوان نقطهٔ مرکزی سیستم تصویر استرئوگرافیک در نظر می‌گیریم. ارتفاع ژئودتیک این نقطه براساس

اندازه‌گیری سیستم شمیم، تقریباً ۱۶۶۵ متر و در نتیجه ضریب مقیاس ارتفاعی آن ۰/۹۹۹۷۳۸۷۶۷۳۳ است. اگر مقدار k_0 در رابطهٔ (۱۱) را عکس این عدد یعنی ۱/۰۰۰۲۶۱۳۰۰۹۳ بگیریم، ضریب مقیاس مرکب سیستم تصویر استرئوگرافیک در این نقطه برابر واحد خواهد بود که رفتار آن در محدوهٔ شهر زنجان و روستاهای اطراف در شکل (۷-بالا) نشان داده شده است. به منظور مقایسه، رفتار ضریب مقیاس مرکب یوتی‌ام هم در شکل (۷-پایین) آورده شده است. مطابق این شکل‌ها، در محدودهٔ شهر زنجان تغییر طول یک کیلومتری در اثر تبدیل از سطح زمین به صفحهٔ نقشه در سیستم تصویر استرئوگرافیک، کمتر از دو سانتی‌متر است. این در حالی است که این عدد برای سیستم تصویر یوتی‌ام تا ۱۰ سانتی‌متر هم می‌رسد.

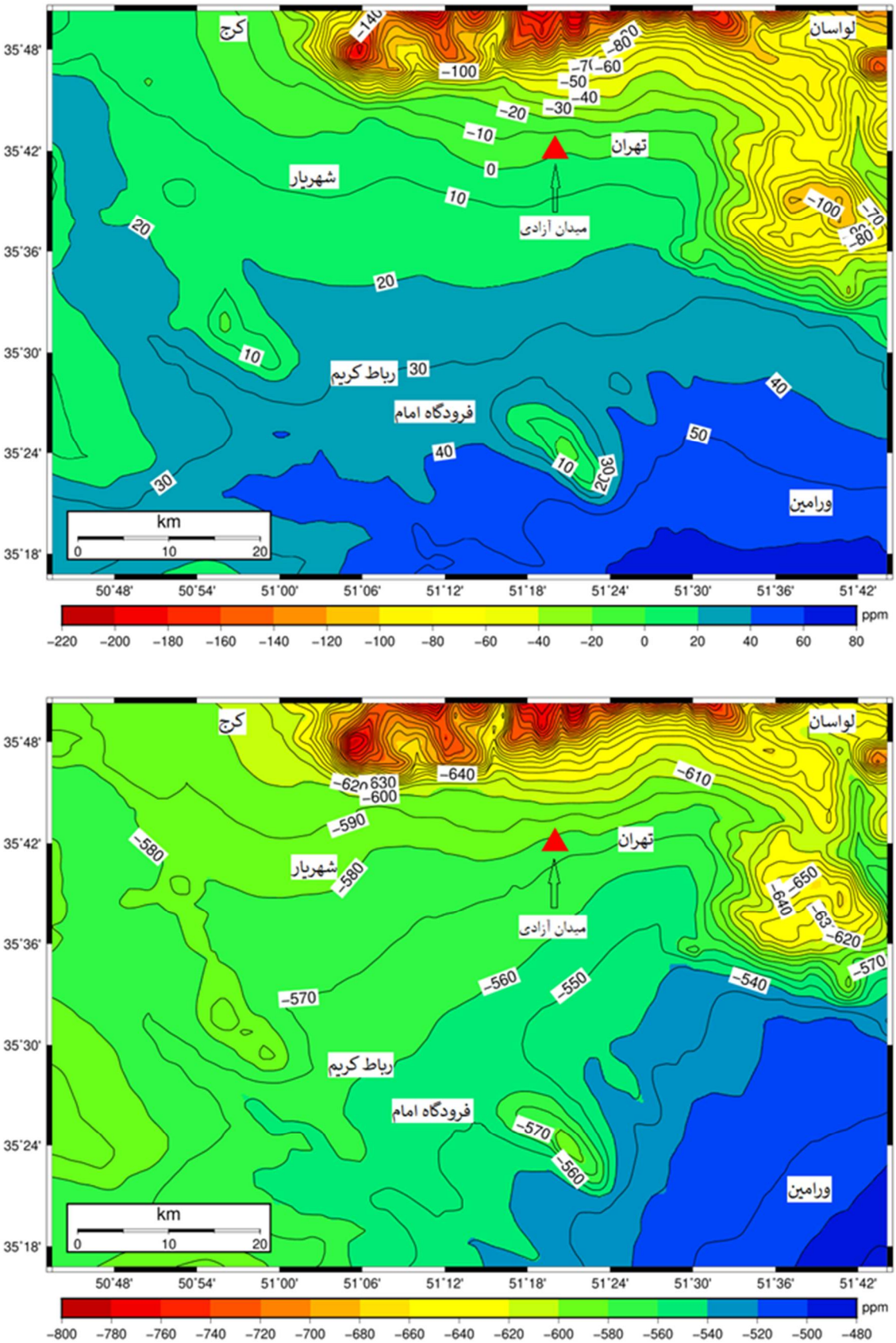
-مثال ۳: تأثیر محلی‌سازی سیستم مختصات در نقشهٔ ۱/۵۰۰ شهر زنجان

در فرایند تهیهٔ یک نقشه با مقیاس ۱/۵۰۰ از قسمتی از شهر زنجان، ابتدا مختصات ژئودتیک بنچ‌مارک‌ها با مشاهدات جی‌پی‌اس استاتیک توسط شرکت تهیه کنندهٔ نقشه به دست آمده است. در ادامه، مختصات بنچ‌مارک‌ها با روندی که گفته شد، محلی شده و اعدادی مشابه یوتی‌ام ارائه شده است. رفتار بردارهای اختلاف مختصات بنچ‌مارک‌ها در دو سیستم مختصات یوتی‌ام و محلی در نقاط مختلف شهر متفاوت بوده و طول این بردارها تا ۲۸ سانتی‌متر هم می‌رسد (شکل ۸). این میزان اختلاف البته قابل پیش‌بینی بود: کافی است متوسط ضریب مقیاس مرکب یوتی‌ام در ابتدا و انتهای یک خط را محاسبه کرده و در طول خط ضرب کنیم تا طول روی نقشه به دست آید. فاصلهٔ بین نقطهٔ با بزرگترین بردار (P02) و کوچکترین بردار (P05) حدوداً ۵/۵ کیلومتر است. با استفاده از شکل (۷-پایین)، به هنگام انتقال این طول به روی نقشه به طور متوسط حدوداً ۴۲ میلی‌متر در کیلومتر یا جمعاً حدود ۲۳ سانتی‌متر کاهش طول را شاهد خواهیم بود. در نتیجه با احتساب خطای تعیین موقعیت، اختلاف مشاهده شده درحد ۲۸ سانتی‌متر غیرمنطقی نیست. باید توجه داشت که در شهرهای مختلف بسته به وسعت منطقه و نیز رفتار ضریب مقیاس مرکب یوتی‌ام، اختلاف می‌تواند بسیار بیش از این باشد. اگر به پیشنهاد مقالهٔ حاضر، سیستم مختصات نقشه در محدودهٔ شهر زنجان را مبتنی بر سیستم تصویر استرئوگرافیک انتخاب کنیم، با استفاده از شکل (۷-بالا) می‌توان دید که اثر ضریب مقیاس مرکب استرئوگرافیک در بیشترین مقدار از ۲۰ میلی‌متر در کیلومتر تجاوز نمی‌کند.

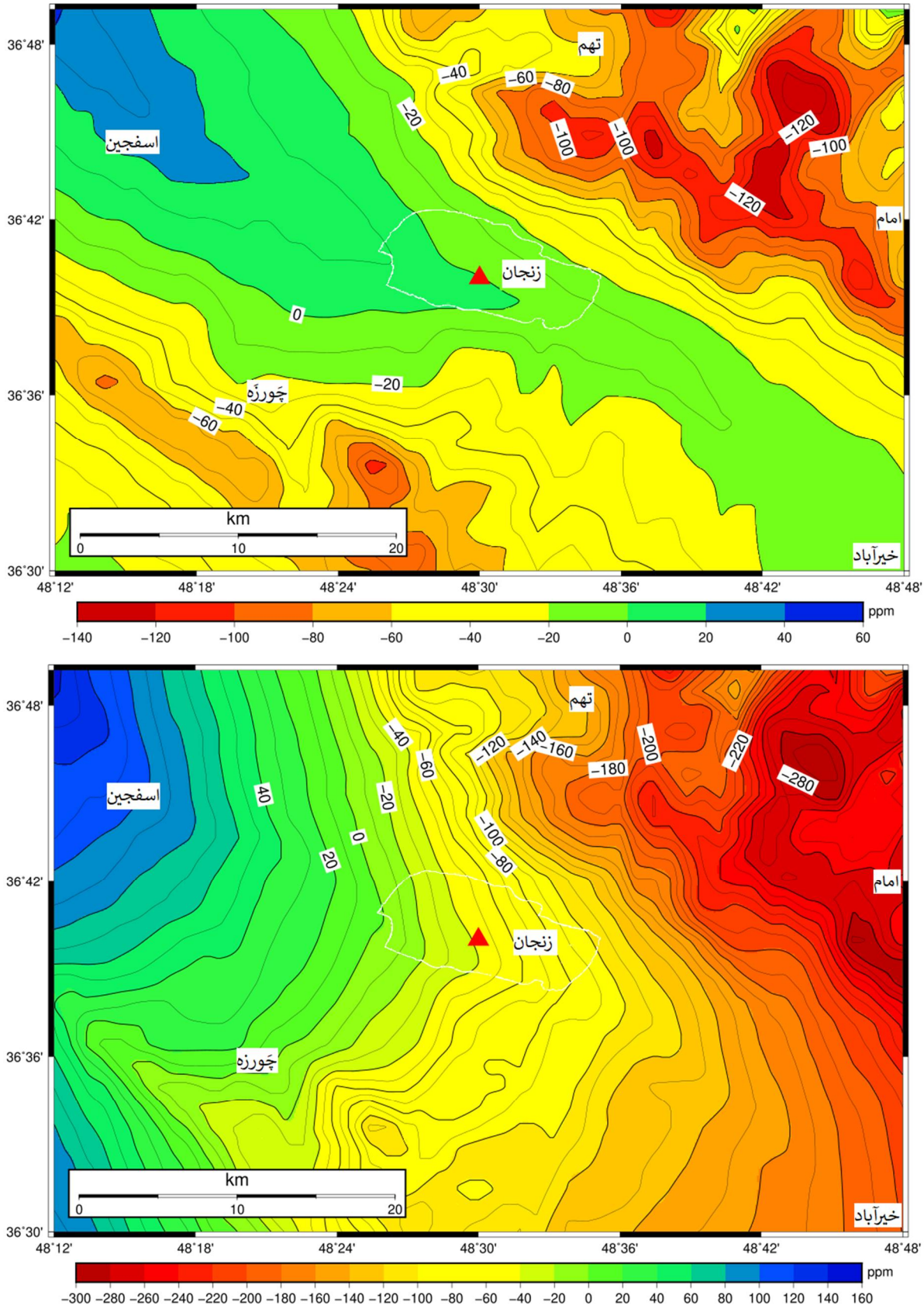
در گذر زمان، نقشه‌های موجود شهر زنجان به صورت پوششی یا موردی، در سیستم تصویر یوتی‌ام و یا در سیستم‌های مختصات محلی دیگر ارائه شده‌اند. ناسازگاری سیستم‌های مختصات با همدیگر، مقایسهٔ نقشه‌ها را دچار مشکل کرده است. علاوه بر این، کاربران نقشه، به هنگام انطباق مختصات حاصل از سامانهٔ شمیم با مختصات نقاط بر روی نقشه‌ها دچار اختلاف می‌شوند. این اختلاف مختصات اغلب بیش از بازهٔ مجاز خطاهای اندازه‌گیری و یا اختلاف ناشی از حرکت‌های زمین در اثر پدیدهٔ تکتونیک است. با عنایت به این که ناسازگاری سیستم‌های مختصات، ماهیت سیستماتیک دارد، در صورت بی‌توجهی ممکن است باعث تجمیع اختلاف‌ها و بروز مسائل فنی و حقوقی جدی شود.

-مثال ۴: یک مسألهٔ مهندسی

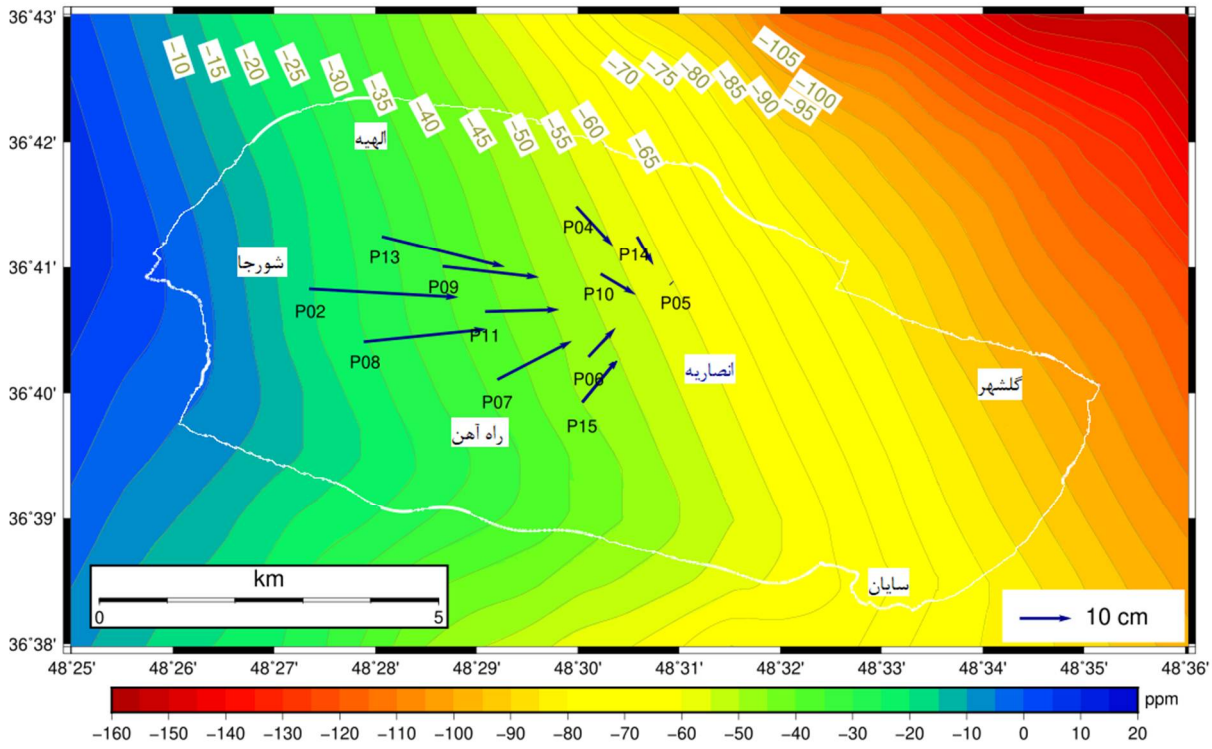
در جریان یک پروژهٔ راه‌سازی در اطراف چابهار، مختصات سه بنچ‌مارک با جی‌ان‌اس‌اس اندازه‌گیری شده و به نقشه‌بردار پروژه فقط مختصات مسطحاتی آن‌ها در سیستم تصویر یوتی‌ام داده شده است. نیم‌قطر بزرگترین بیضی خطای ۹۵ درصد آن‌ها از ۲ سانتی‌متر کوچکتر است. ارتفاع ارتومتریک ایستگاه‌ها هم داده شده که با استفاده از مدل ژئوئید IRG2018 ارائه شده توسط راموز و همکاران (۲۰۱۹)، ارتفاع ژئودتیک ایستگاه‌ها به دست می‌آید. هر چند که در عمل، اندازه‌گیری توأم همهٔ فواصل با جی‌ان‌اس‌اس و توتال استیشن متداول و البته ضروری نیست، در این مطالعه، به منظور راستی‌آزمایی محاسبات، طول افقی بین ایستگاه‌ها با توتال استیشن هم اندازه‌گیری شده است. واضح است که نقشه‌بردار برای محاسبهٔ فواصل ایستگاه‌ها در سطح زمین باید فاصلهٔ محاسبه شده از روی مختصات مسطحاتی را در عکس ضریب مقیاس مرکب خطی بین دو نقطه ضرب کند. برای بررسی



شکل ۶- رفتار ضریب مقیاس مرکب در سیستم تصویر (بالا) استرئوگرافیک و (پایین) یوتی‌ام در منطقهٔ تهران: تغییر طول افقی در اثر انتقال از سطح زمین به صفحهٔ نقشه بر حسب میلی‌متر بر کیلومتر نشان داده شده است. مثلث قرمز با مختصات $(\lambda_0, \varphi_0) = (51^\circ 20', 35^\circ 42')$ نقطهٔ مرکزی سیستم تصویر استرئوگرافیک است. دقت شود که مقیاس رنگ‌ها در دو شکل یکسان نیست.



شکل ۷- رفتار ضریب مقیاس مرکب در سیستم تصویر (بالا) استرئوگرافیک و (پایین) یوتی‌ام در زنجان: تغییر طول افقی در اثر انتقال از سطح زمین به صفحهٔ نقشه بر حسب میلی‌متر بر کیلومتر نشان داده شده است. مثلث قرمز با مختصات $(\lambda_0, \varphi_0) = (48^\circ 30', 36^\circ 40')$ نقطهٔ مرکزی سیستم تصویر استرئوگرافیک است. محدودهٔ تقریبی شهر زنجان با خط سفید رنگ نشان داده شده است. دقت شود که مقیاس رنگ‌ها در دو شکل یکسان نیست.



شکل ۸- بردارهای اختلاف مختصات بنچمارک‌های نقشهٔ ۱/۵۰۰ شهر زنجان در سیستم تصویر یوتی‌ام و سیستم مختصات محلی که شبیه یوتی‌ام شده است. منحنی‌های میزان، تغییر طول‌ها در سیستم تصویر یوتی‌ام را بر حسب میلی‌متر در کیلومتر نشان می‌دهند.

میزان تغییر طول‌ها و معرفی قابلیت سیستم تصویر استرئوگرافیک، در جدول ۲ جزئیات این محاسبات آورده شده است. از بررسی سه سطر آخر این جدول نتیجه می‌شود که اگر حتی ضریب مقیاس مرکب در سیستم تصویر استرئوگرافیک اعمال نشود، تفاوت طول‌های اندازه‌گیری شده بر روی زمین و محاسبه شده از روی نقشه کمتر از خطاهای اندازه‌گیری است. این در حالی است که در سیستم تصویر یوتی‌ام، این اختلاف می‌تواند به مراتب بیشتر و البته غیرقابل چشم‌پوشی باشد. باید در نظر داشت که فاصلهٔ نقطهٔ مرکزی سیستم تصویر استرئوگرافیک و نقاط مورد بررسی در حدود ۴۰ کیلومتر است. شکل ۹ رفتار ضریب مقیاس مرکب در منطقهٔ چابهار را در سیستم‌های تصویر استرئوگرافیک و یوتی‌ام نشان می‌دهد. با توجه به توپوگرافی منطقه، در مناطق وسیعی از این نواحی، اثر ضریب مقیاس مرکب استرئوگرافیک کمتر از ۲۰ میلی‌متر در کیلومتر است. این در حالی است که این عدد در مورد سیستم تصویر یوتی‌ام ممکن است تا ۸۰۰ میلی‌متر در کیلومتر هم برسد.

۴-نتیجه‌گیری و پیشنهادات

استفاده از سیستم تصویر یوتی‌ام در ایران فراگیر شده است. با این حال، دو مسأله به طور کلی در استفاده از این سیستم تصویر در نقشه‌های بزرگ مقیاس وجود دارد: اولاً هر قاچ، سیستم مختصات خود را دارد که این موضوع برای مناطق واقع در دو قاچ مجاور مشکل ایجاد می‌کند. ثانیاً ضریب مقیاس شبکه، رفتاری پیچیده و وابسته به موقعیت دارد. علاوه بر این، ضریب مقیاس قابلیت انعطاف نداشته و برای هر نقطه به طور قطعی تعریف شده است. این در حالی است که کاربران نقشه به داشتن ضریب مقیاس واحد در پهنهٔ نقشه علاقمند هستند. برای مشکل اول، تهیه‌کنندگان نقشه در ایران، راه حل آزموده شده‌ای ندارند. برای مشکل دوم هم، نوعی محلی‌سازی نقشه‌ها موسوم به «یوتی‌ام محلی!» متداول شده است که با توجه به جهانی بودن سیستم تصویر یوتی‌ام، این اصطلاح از نظر فنی صحیح نیست. این روش محلی‌سازی بدون داشتن دستورالعمل واحد، در عمل باعث ناسازگاری و به وجود آمدن مسائل فنی مثلاً در پیاده‌سازی طرح‌ها و یا حل مشکلات حقوقی اراضی شده است.

پیشنهاد تحقیق حاضر، استفاده از سیستم تصویر "استرئوگرافیک دومرحله‌ای مایل" برای کاربردهای محلی در نقشه‌های بزرگ مقیاس است. این سیستم تصویر از نوع صفحه‌ای و متشابه است که کاربر، فقط باید دو پارامتر را معرفی کند: (الف) مختصات یک نقطه به عنوان نقطهٔ مرکزی و (ب) ضریب مقیاس انتخابی در آن نقطه. روش انتخاب ضریب مقیاس در متن مقاله توضیح داده شده است. مزایای این سیستم تصویر را می‌توان به صورت زیر خلاصه کرد:

۱- بر خلاف یوتی‌ام، از نظر تئوری، انتخاب نقطهٔ مرکزی تصویر در اختیار کاربر و کاملاً دلخواه است. برای اجتناب از نابسامانی، می‌توان برای یک منطقه (مثلاً برای یک شهر)، نقطهٔ مشخصی را به عنوان نقطهٔ مرکزی سیستم تصویر برای همیشه معرفی کرد.

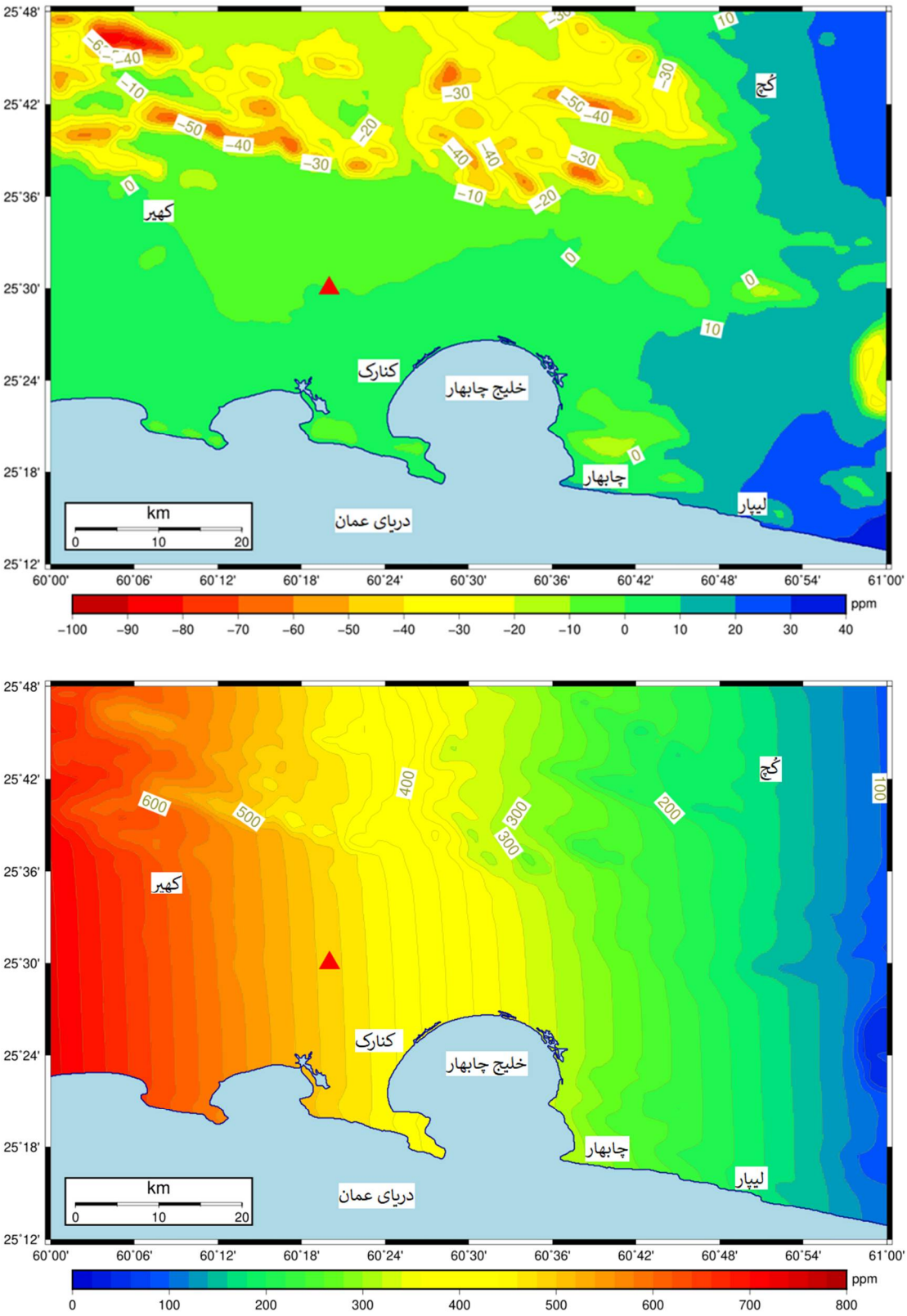
۲- ضریب مقیاس در نقطهٔ مرکزی را می‌توان به گونه‌ای انتخاب کرد که در اطراف آن، عملاً تغییر فاصله وجود نداشته باشد (ضریب مقیاس منطقه برابر یک باشد). این انتخاب نیز می‌تواند یک بار برای همیشه برای یک منطقه صورت گیرد.

۳- بر خلاف سیستم‌های مختصات محلی، تبدیل مختصات کارتزین به ژئودتیک و بالعکس در این سیستم تصویر (مثل هر سیستم تصویر دیگری) به سادگی انجام‌پذیر است. اغلب نقشه‌های بزرگ مقیاس (مانند ۱/۵۰۰، ۱/۱۰۰۰ و ۱/۲۰۰۰) در وسعت‌های نه چندان زیاد، در حد وسعت یک شهر تهیه می‌شوند. مثال‌های عنوان شده در این تحقیق نشان داد که برای کاربردهای محلی، سیستم تصویر استرئوگرافیک به راحتی می‌تواند هم کاربران و هم تهیه‌کنندگان نقشه را عملاً از ضریب مقیاس و حساسیت‌های مرتبط با آن بی‌نیاز سازد.

بر خلاف سیستم تصویر یوتی‌ام، نقشه‌بردار در انتخاب ضریب مقیاس واحد، آزادی عمل دارد. در مواردی هم که به دلیل رفتار توپوگرافی، ضریب مقیاس مرکب استرئوگرافیک اعداد بزرگتر از حد مجاز (بسته به مقیاس نقشه) نشان می‌دهد، نقشه‌بردار محاسب باید در حاشیهٔ نقشه موضوع را به کاربر یادآور شود. برای اجتناب از تعدد سیستم‌های مختصات، یک نهاد متولی، مانند سازمان نقشه‌برداری کشور، می‌تواند برای هر شهر، یک نقطهٔ مرکزی معرفی کرده و به عنوان یکی از مشخصه‌های هندسی محل ثبت کند.

جدول ۲- فرایند محاسبهٔ طول روی زمین با داشتن مختصات ژئودتیک نقاط در سیستم‌های تصویر یوتی‌ام و استرئوگرافیک

نام نقطه	P_1		P_2		P_3	
مختصات ژئودتیک مسطحاتی (WGS84)	طول	عرض	طول	عرض	طول	عرض
	60° 42′ 42.09132″	25° 24′ 16.39265″	60° 43′ 03.80980″	25° 24′ 07.13315″	60° 43′ 25.01356″	25° 23′ 57.89742″
ارتفاع ارتومتریک H (متر)	5.915		6.097		6.140	
ارتفاع ژئوئید N (متر)	-29.2		-29.2		-29.2	
ارتفاع ژئودتیک h (متر)	-23.3		-23.1		-23.1	
ضریب مقیاس ارتفاعی ρ_h	1.00000366089		1.00000362947		1.00000362947	
محاسبات در سیستم تصویر یوتی‌ام						
مختصات شبکه (فاچ 41) (متر)	مؤلفهٔ شرقی-غربی (E_1)	مؤلفهٔ شمال-جنوبی (N_1)	مؤلفهٔ شرقی-غربی (E_2)	مؤلفهٔ شمال-جنوبی (N_2)	مؤلفهٔ شرقی-غربی (E_3)	مؤلفهٔ شمالی-جنوبی (N_3)
	269810.398	2811717.326	270412.604	2811421.970	271000.459	2811127.620
فاصله بر روی نقشه D_{UTM} (متر)	$D_{UTM}(P_1P_2)=\sqrt{(E_2-E_1)^2+(N_2-N_1)^2}=670.736$			$D_{UTM}(P_2P_3)=\sqrt{(E_3-E_2)^2+(N_3-N_2)^2}=657.431$		
ضریب مقیاس شبکه k_{UTM}	1.00025436607		1.00025094667		1.00024761741	
ضریب مقیاس مرکب $c_{UTM}=\rho_h k_{UTM}$	1.00025802789		1.00025457705		1.00025124778	
ضریب مقیاس مرکب خطی $\bar{c}_{UTM}$	$\bar{c}_{UTM}(P_1P_2)=\big(c_{UTM}(P_1)+c_{UTM}(P_2)\big)/2=1.00025630247$			$\bar{c}_{UTM}(P_2P_3)=\big(c_{UTM}(P_2)+c_{UTM}(P_3)\big)/2=1.00025291241$		
فاصلهٔ محاسبه شده بر روی زمین $S_{UTM}=D_{UTM}/\bar{c}_{UTM}$ (متر)	670.564			657.265		
محاسبات در سیستم تصویر استرئوگرافیک دومرحله‌ای						
نقطهٔ مرکزی (P_0)	طول ژئودتیک		عرض ژئودتیک		ارتفاع ژئودتیک (متر)	
	$\lambda_0=60°\ 20'$		$\varphi_0=25°\ 30'$		$h_0=-15$	
ضریب مقیاس اولیه در نقطهٔ مرکزی	$k_0=1/\rho_{h_0}=1/1.00000235677=0.999997643232$					
مختصات یوتی‌ام نقطهٔ مرکزی (متر)	$N_0=2823000.688$			$E_0=231945.315$		
مختصات شبکه (متر)	مؤلفهٔ شرقی-غربی (x_1)	مؤلفهٔ شمال-جنوبی (y_1)	مؤلفهٔ شرقی-غربی (x_2)	مؤلفهٔ شمال-جنوبی (y_2)	مؤلفهٔ شرقی-غربی (x_3)	مؤلفهٔ شمالی-جنوبی (y_3)
	270014.642	2812481.201	270622.479	2812198.004	271215.953	2811915.523
فاصله بر روی نقشه D_{ST_2} (متر)	$D_{ST_2}(P_1P_2)=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}=670.572$			$D_{ST_2}(P_2P_3)=\sqrt{(x_3-x_2)^2+(y_3-y_2)^2}=657.272$		
ضریب مقیاس شبکه k_{ST_2}	1.00000722955		1.00000755471		1.00000787837	
ضریب مقیاس مرکب $c_{ST_2}=\rho_h k_{ST_2}$	1.00001089047		1.00001118421		1.00001150786	
ضریب مقیاس مرکب خطی $\bar{c}_{ST_2}$	$\bar{c}_{ST_2}(P_1P_2)=\big(c_{ST_2}(P_1)+c_{ST_2}(P_2)\big)/2=1.00001103734$			$\bar{c}_{ST_2}(P_2P_3)=\big(c_{ST_2}(P_2)+c_{ST_2}(P_3)\big)/2=1.00001134604$		
فاصلهٔ محاسبه شده بر روی زمین $S_{ST_2}=D_{ST_2}/\bar{c}_{ST_2}$ (متر)	670.564			657.265		
مقایسهٔ طول‌های محاسبه شده با طول‌های اندازه‌گیری شده با توتال استیشن						
طول زمینی D مشاهده شده (متر)	670.555			657.283		
اختلاف طول مشاهده شده و محاسبه شدهٔ یوتی‌ام بدون اعمال ضریب مقیاس مرکب ($D-D_{UTM}$) (متر)	670.555 - 670.736 = -0.181			657.283 - 657.431 = -0.148		
اختلاف طول مشاهده و محاسبه شدهٔ یوتی‌ام و استرئوگرافیک پس از اعمال ضریب مقیاس مرکب: ($D-S_{ST_2}$) و ($D-S_{UTM}$) (متر)	670.555 - 670.564 = -0.009			657.283 - 657.265 = 0.018		
اختلاف طول مشاهده شده و محاسبه شدهٔ استرئوگرافیک بدون اعمال ضریب مقیاس مرکب ($D-D_{ST_2}$) (متر)	670.555 - 670.572 = -0.017			657.283 - 657.272 = 0.011		



شکل ۹- رفتار ضریب مقیاس مرکب در سیستم تصویر (بالا) استرئوگرافیک و (پایین) یوتی‌ام در چابهار: تغییر طول افقی در اثر انتقال از سطح زمین به صفحهٔ نقشه بر حسب میلی‌متر بر کیلومتر نشان داده شده است. مثلث قرمز با مختصات $(\lambda_0, \varphi_0) = (60^\circ 20', 25^\circ 30')$ نقطهٔ مرکزی سیستم تصویر استرئوگرافیک است. دقت شود که مقیاس رنگ‌ها در دو شکل یکسان نیست.

ضمائم

ضمیمهٔ A: ضریب مقیاس ارتفاعی

اصولاً خمی که از روی بیضوی بر روی صفحهٔ نقشه تصویر می‌شود، ژئودزیک است. با این حال، بنا به تصریح ونیچک و کراکِوسکی (۱۹۸۶) اختلاف طول ژئودزیک با طول مقطع قائم برای یک طول ۶۰۰ کیلومتری به یک صدم میلی‌متر هم نمی‌رسد و لذا قابل اغماض است. طول مایل (S) با رابطهٔ زیر به طول ژئودزیک متناظر آن بر روی بیضوی (s) تبدیل می‌شود (تورگه، ۲۰۱۲):

$$s = 2R_m \arcsin\left(\frac{s_0}{2R_m}\right) = S - \frac{h_2+h_1}{2R_m}S - \frac{(h_2-h_1)^2}{2S} + \frac{s_0^3}{24R_m^2} \qquad (A\text{-}1)$$

که در آن h_1 و h_2 ارتفاع ژئودتیک نقاط ابتدا و انتها، R_m شعاع متوسط اویلر و s_0 طول وتر بیضوی است که از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$s_0 = \sqrt{\frac{S^2-(h_2-h_1)^2}{\left(1+\frac{h_1}{R_m}\right)\left(1+\frac{h_2}{R_m}\right)}} \qquad (A\text{-}2)$$

برای محاسبهٔ ضریب مقیاس ارتفاعی ابتدا طرفین رابطهٔ (A-۱) را بر S تقسیم می‌کنیم. در نتیجه:

$$r = 1 - \frac{h_2+h_1}{2R_m} - \frac{(h_2-h_1)^2}{2S^2} + \frac{s_0^3}{24R_m^2 S} \qquad (A\text{-}3)$$

اکنون این جملات را به سه قسمت به شکل زیر تفکیک کرده و هر قسمت را جداگانه تحلیل می‌کنیم:

$$r = \rho_h + \rho_v + \rho_c \qquad (A\text{-}4)$$

$$\rho_h = 1 - \frac{h_m}{R_m}, \quad h_m = \frac{h_2+h_1}{2} \qquad (A\text{-}5)$$

$$\rho_v = -\frac{(h_2-h_1)^2}{2S^2} \qquad (A\text{-}6)$$

$$\rho_c = \frac{s_0^3}{24R_m^2 S} \qquad (A\text{-}7)$$

جملهٔ ρ_h ناشی از ارتفاع متوسط نقاط ابتدا و انتها است و در واقع این جمله به عنوان ضریب مقیاس ارتفاعی در نظر گرفته می‌شود. در منابع مختلف این ضریب به شکل زیر آورده می‌شود:

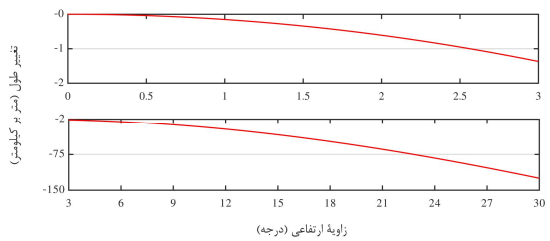
$$\rho_h = \frac{R_m}{R_m + h_m} \qquad (A\text{-}8)$$

با در نظر گرفتن اتحاد

$$(1 \pm x)^{-1} = \sum_{k=0}^{\infty} (\mp 1)^k x^k, \qquad |x| < 1 \qquad (A\text{-}9)$$

و از آنجا که نسبت h_m/R_m عدد کوچکی است، می‌توان از توان دوم به بعد سری صرف‌نظر کرده و رابطهٔ (A-5) را به دست آورد.

جملهٔ ρ_v با شیب امتداد واصل نقاط ابتدا و انتها ارتباط مستقیم دارد و در تعریف ضریب مقیاس ارتفاعی نقشی ندارد. با این حال، به منظور تحلیل رفتار این جمله، نسبت اختلاف ارتفاع $(h_2 - h_1)$ به فاصلهٔ مایل (S) را به تقریب برابر با سینوس زاویهٔ ارتفاعی می‌گیریم. تغییرات ρ_v بر حسب این زاویه در شکل A۱ نشان داده شده است. همان‌طور که انتظار می‌رفت مقدار این تغییر در مناطق مسطح، کم و در مناطق شیب‌دار، زیاد است. لذا برای تبدیل فواصل مایل از سطح زمین به روی بیضوی، در مناطق شیب‌دار و کوهستانی، با توجه به این که شیب امتدادها به جهت آن‌ها وابسته است، باید مستقیماً از رابطهٔ (A-۱) استفاده شود.



شکل A1. تغییر طول مایل به هنگام تبدیل به روی بیضوی ناشی از اختلاف ارتفاع نقاط. شکل بالا برای زوایای ارتفاعی کم و شکل پایین برای زوایای ارتفاعی زیاد ترسیم شده است.

برای تبدیل عکس، یعنی تبدیل از روی بیضوی به سطح زمین رابطهٔ زیر برقرار است:

$$S = \sqrt{4R_m^2\left(1+\frac{h_1}{R_m}\right)\left(1+\frac{h_2}{R_m}\right)\sin^2\left(\frac{s}{2R_m}\right) + (h_2-h_1)^2}$$

(A-۱۰)

جملهٔ ρ_c فقط به فاصلهٔ بین دو نقطه بستگی دارد. از آنجا که شعاع زمین عدد بزرگی است و در مخرج کسر قرار گرفته و به توان دو نیز رسیده است، مقدار این جمله در عمل قابل چشم‌پوشی است (حدود ۰/۰۰۰۰۱۰ برای طول ۱۰۰ کیلومتری).

ضمیمهٔ B: ضریب مقیاس در سیستم تصویر یوتی‌ام

برای تبدیل یک طول دیفرانسیلی در نقطه‌ای با مختصات ژئودتیک مسطحاتی (λ, φ) به طول متناظر آن در صفحهٔ تصویر «تی‌ام» یا «یوتی‌ام» از روابط ضریب مقیاس به شکل زیر استفاده می‌شود:

$$k_{TM} = k_0\left(1+\frac{(1+C)A^2}{2} + \frac{(5-4T+42C+13C^2-28\acute{e}^2)A^4}{24} + \frac{(61-148T+16T^2)A^6}{720}\right) \quad \text{(B-۱)}$$

$$\acute{e}^2 = \frac{e^2}{1-e^2} \quad \text{(B-۲)}$$

$$T = \tan^2\varphi \quad \text{(B-۳)}$$

$$C = \acute{e}^2\cos^2\varphi \quad \text{(B-۴)}$$

$$A = (\lambda-\lambda_0)\cos\varphi \quad \text{(B-۵)}$$

k_0 ضریب مقیاس در نصف‌النهار مرکزی است که در سیستم تصویر یوتی‌ام برابر با ۰/۹۹۹۶ در نظر گرفته می‌شود. پارامترهای دیگر همانند پارامترهای روابط ضمیمهٔ (A) هستند.

ضمیمهٔ C: تصویر کانفورمال رویهٔ بیضوی بر سطح کره

این تصویر، مرحلهٔ اول فرایند سیستم تصویر استرئوگرافیک دو مرحله‌ای است. در این فرایند، مختصات ژئودتیک (λ, φ) به مختصات کانفورمال (Λ, χ) تبدیل می‌شوند. به این منظور به ترتیب زیر عمل می‌کنیم (تامسون و همکاران، ۱۹۷۷):

۱- نقطهٔ مرکزی سیستم تصویر با مختصات ژئودتیک (λ_0, φ_0) را انتخاب می‌کنیم.

۲- ضریب c_1 را با رابطهٔ زیر محاسبه می‌کنیم:

$$c_1 = \sqrt{1+\frac{e^2}{1-e^2}\cos^4\varphi_0} \quad \text{(C-۱)}$$

۳- طول و عرض کانفورمال در نقطهٔ مرکزی را با روابط زیر محاسبه می‌کنیم:

$$\chi_0 = \sin^{-1}\left(\frac{\sin\varphi_0}{c_1}\right) \quad \text{(C-۲)}$$

$$\Lambda_0 = c_1\lambda_0 \quad \text{(C-۳)}$$

۴- ضریب c_2 را با رابطهٔ زیر محاسبه می‌کنیم:

$$c_2 = \tan\left(\frac{\chi_0}{2}+\frac{\pi}{4}\right)\left(\tan\left(\frac{\varphi_0}{2}+\frac{\pi}{4}\right)\left(\frac{1-e\sin\varphi_0}{1+e\sin\varphi_0}\right)^{\frac{e}{2}}\right)^{-c_1} \quad \text{(C-۴)}$$

۵- مختصات ژئودتیک (λ, φ) یک نقطهٔ دلخواه با روابط زیر به مختصات کانفورمال (Λ, χ) آن تبدیل می‌شوند:

$$\chi = 2\tan^{-1}\left(c_2\left(\tan\left(\frac{\varphi}{2}+\frac{\pi}{4}\right)\left(\frac{1-e\sin\varphi}{1+e\sin\varphi}\right)^{\frac{e}{2}}\right)^{c_1}\right)-\frac{\pi}{2} \quad \text{(C-۵)}$$

$$\Lambda = c_1\lambda \quad \text{(C-۶)}$$

e در این روابط، خروج از مرکزیت بیضوی است. ضریب مقیاس تبدیل کانفورمال از بیضوی به کره با رابطهٔ زیر محاسبه می‌شود:

$$k_1 = c_1\frac{R_m\cos\chi}{N\cos\varphi} \quad \text{(C-۷)}$$

که در آن $R_m = \sqrt{M(\varphi_0)N(\varphi_0)}$ شعاع متوسط در نقطهٔ مرکزی و M و N به ترتیب شعاع‌های مقاطع نصف‌النهاری و قائم اولیه هستند.

ضمیمهٔ D: تصویر استرئوگرافیک کره بر صفحه

این تصویر، مرحلهٔ دوم فرایند سیستم تصویر استرئوگرافیک دو مرحله‌ای است. مختصات کانفورمال (Λ, χ) یک نقطه بر روی کره با روابط زیر به مختصات کارتزین (x, y) تبدیل می‌شوند (تامسون و همکاران، ۱۹۷۷):

$$x = x_0 + 2R_m k_0 \frac{\cos\chi \sin(\Lambda - \Lambda_0)}{1 + \sin\chi_0 \sin\chi + \cos\chi_0 \cos\chi \cos(\Lambda - \Lambda_0)} \quad \text{(D-۱)}$$

$$y = y_0 + 2R_m k_0 \frac{\cos\chi_0 \sin\chi - \sin\chi_0 \cos\chi \cos(\Lambda - \Lambda_0)}{1 + \sin\chi_0 \sin\chi + \cos\chi_0 \cos\chi \cos(\Lambda - \Lambda_0)} \quad \text{(D-۲)}$$

که در آن (x_0, y_0) مبدأ قراردادی موسوم به false origin است و اصولاً برای اجتناب از مختصات منفی در صفحهٔ نقشه استفاده می‌شود. همچنین k_0 ضریب مقیاس در نقطهٔ مرکزی است که می‌تواند عددی غیر از یک باشد.

ضریب مقیاس در این مرحله، یعنی تصویر استرئوگرافیک کره به صفحه، با رابطهٔ زیر محاسبه می‌شود:

$$k_2 = \frac{2}{1 + \sin\chi_0 \sin\chi + \cos\chi_0 \cos\chi \cos(\Lambda - \Lambda_0)} \quad \text{(D-۳)}$$

این کمیت رفتار شعاعی دارد به نحوی که با دور شدن از نقطهٔ مرکزی، مقدار آن افزایش می‌یابد.

ضمیمهٔ E: روابط وارون سیستم تصویر استرئوگرافیک دومرحله‌ای

مختصات کارتزین (x, y) در دو مرحله به مختصات ژئودتیک (λ, φ) تبدیل می‌شوند: (الف) تبدیل زوج (x, y) به مختصات کانفورمال (Λ, χ) و (ب) تبدیل (Λ, χ) به (λ, φ). روابط مرحلهٔ اول عبارتند از (تامسون و همکاران، ۱۹۷۷):

$$\chi = \sin^{-1}(\sin\chi_0 \cos\delta + \cos\chi_0 \sin\delta \sin\beta) \quad \text{(E-۱)}$$

که در آن

$$\beta = \sin^{-1}\left(\frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}}\right) \quad \text{(E-۲)}$$

و

$$\delta = 2\tan^{-1}\left(\frac{\sqrt{x^2 + y^2}}{2R_m}\right) \quad \text{(E-۳)}$$

همچنین،

$$\Lambda = \Lambda_0 + \sin^{-1}\left(\frac{\cos\beta \sin\delta}{\cos\chi}\right) \quad \text{(E-۴)}$$

مرحلهٔ دوم تبدیل با رابطهٔ

$$\lambda = \frac{\Lambda}{c_1} \quad \text{(E-۵)}$$

انجام می‌شود که c_1 از رابطهٔ (C-۱) به دست می‌آید.

پارامترهای φ و χ با رابطهٔ غیرخطی (C-۵) به همدیگر مرتبط می‌شوند. تامسون و همکاران (۱۹۷۷) حل عددی این معادلهٔ غیرخطی با روش نیوتن-رافسون را برای رسیدن از χ به φ پیشنهاد می‌دهند.

یادآوری: در این روش برای حل معادلهٔ غیرخطی $f(\theta) = 0$ باید ابتدا یک مقدار اولیهٔ θ_0 انتخاب شود. در ادامه، جواب θ_n با تکرار $\theta_n = \theta_{n-1} - \frac{f(\theta)}{f'(\theta)}, n = 1,2, \ldots$ به دست می‌آید که در آن $f'(\theta)$ مشتق اول $f(\theta)$ است. تکرار تا رسیدن $|\theta_n - \theta_{n-1}|$ به صفر مفروض ادامه پیدا می‌کند.

برای محاسبهٔ φ، ابتدا رابطهٔ (C-۵) را به صورت معادلهٔ (E-۶) در زیر بازنویسی می‌کنیم. مشتق اول این رابطه نسبت به φ نیز در رابطهٔ (E-۷) در زیر آمده است. برای شروع، اولین مقدار φ_0 را برابر χ از رابطهٔ (E-۱) انتخاب می‌کنیم. تکرار تا رسیدن اختلاف دو مرحله به کمتر از 10^{-5} ثانیهٔ کمانی معادل کمتر از ۱ میلی‌متر بر روی زمین ادامه پیدا می‌کند.

$$f(\varphi) = c_2\left(\tan\left(\frac{\varphi}{2} + \frac{\pi}{4}\right)\left(\frac{1 - e\sin\varphi}{1 + e\sin\varphi}\right)^{\frac{e}{2}}\right)^{c_1} - \tan\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\chi}{2}\right) = 0 \quad \text{(E-۶)}$$

$$f'(\varphi) = c_1 c_2 \left(\tan\left(\frac{\pi}{4}+\frac{\varphi}{2}\right)\left(\frac{1-e\sin\varphi}{1+e\sin\varphi}\right)^{\frac{e}{2}} \right)^{c_1-1} \left(\left(\frac{1-e\sin\varphi}{1+e\sin\varphi}\right)^{\frac{e}{2}} \left(\frac{\sec^2\left(\frac{\pi}{4}+\frac{\varphi}{2}\right)}{2} - \frac{e^2\cos\varphi}{1-e^2\sin^2\varphi}\tan\left(\frac{\pi}{4}+\frac{\varphi}{2}\right) \right) \right) = 0 \quad \text{(E-۷)}$$

سپاسگزاری

نویسندگان مقاله مراتب قدردانی خود را از شهرداری زنجان برای در اختیار گذاشتن داده‌های شبکهٔ ژئودتیک نقشه‌های ۱/۵۰۰ زنجان و از آقای مهندس ایمان اعتدال برای کمک به تحلیل این داده‌ها ابراز می‌کنند. همچنین از هم‌فکری و مساعدت آقایان دکتر جمال عسگری (دانشگاه اصفهان)، مهندس محمدعلی انواری (سازمان نقشه‌برداری وقت خراسان) مهندس صادق سعادتی (دانشگاه زنجان)، مهندس محسن بهنیان (شرکت مهندسین مشاور مسیر و پیمایش زنجان)، مهندس مرتضی آژ و مهندس رامین شیرسوار صمیمانه قدردانی می‌شود.

مراجع

[۱] Annoni A., C. Luzet, E. Gubler and J. Ihde (2003) Map Projections for Europe. European Commission Joint Research Center, Printed in Italy

[۲] Anvaari M.A. (1999) Choosing a Proper Map Projection for Khorasan Province. Proc. of Geomatics Conference, NCC, pp. 71-80 (in Persian)

[۳] Bomford G. (1980) Geodesy. Clarendon Press, Oxford. Fourth Edition, pp. 82-85

[۴] Habib M. (2013) Proposal for Developing the Syrian Stereographic Projection. Survey Review, Volume 40, Issue 307, pp. 92-101

[۵] Hradilek H. and A. C. Hamilton (1973) Systematic Analysis of Distortions in Map Projections. Technical report No. 34, Department of Geodesy and Geomatics Engineering, University of New Brunswick, Canada

[۶] Iranian Planning and Budget Organization (2005) Surveying Uniform Instructions, Fourth Volume: Cartography. Office of Technical Affairs, Development of Criteria and Reduction of Earthquake Risk, P. 3 (in Persian)

[۷] Krakiwsky E.J. (1973) Conformal Map Projections in Geodesy. Technical report No. 37, Department of Geodesy and Geomatics Engineering, University of New Brunswick, Canada

[۸] Marshak S. and Mitra G. (1988). Basic methods of structural geology. Englewood Cliffs, N.J: Prentice Hall. Chicago, USA

[۹] Ramouz S., Y. Afrasteh, M. Reguzzoni, A. Safari, A. Saadat (2019). IRG2018: A regional geoid model in Iran using Least Squares Collocation. Studia Geophysica et Geodaetica, 63(2), pp. 191-214

[۱۰] Salehi M., J. Asgari and A. Amiri-Simkooei (2016) Precise Coordinate Transformation Between Local System and UTM by Height Interpolation of LiDAR Points (Case Study: City of Isfahan). Scientific-Research Quarterly of Geographical Data (SEPEHR), Vol 25, No. 97, pp. 67-79 (in Persian)

[۱۱] Sarpoolaki M., B. Shami and M. Seddighi (2005) Coordinate System and Map Projection used in NCC Maps. NCC Publications, 964-69232-35-X, pp. 5-6 (in Persian)

[۱۲] Snyder J.P. (1987) Map Projections-A Working Manual. U.S. Geological Survey Professional paper 1395, Unites States Printing Office, Washington

[۱۳] Thomson D.B., M.P. Mephan and R.R. Steeves (1977) The Stereographic Double Projection. Technical report No. 46, Department of Geodesy and Geomatics Engineering, University of New Brunswick, Canada

[۱۴] Tong X., D. Liang, G. Xu and S. Zhang (2011) Positional accuracy improvement: a comparative study in Shanghai, China. International Journal of Geographical Information Science, 25:7, 1147-1171, DOI: 10.1080/13658816.2010.515948

[۱۵] Tutić D. and L. Miljenko (2008) Stereographic Map Projection of Croatia. 13th International Conference on Geometry and Graphics (ICGG 2008): Proc. Weiss, Gunter. https://www.bib.irb.hr/366767

[۱۶] USGS report No. 70047422 (1993) Map Projections. DOI: 10.3133/70047422

[۱۷] Vaníček, P., E. Krakiwsky (1986) Geodesy the Concepts, second ed., North-Holland Publishing Company. p. 352