

# ارزیابی روش توابع پایه شعاعی با کرنل اسپیلاین صفحه نازک برای درونیابی بخار آب قابل بارش بر آورد شده از مشاهدات GPS در ایالت کالیفرنیا آمریکا

شیدا چمنکار<sup>1</sup>، یزدان عامریان<sup>2\*</sup>

<sup>1</sup> دانشجوی کارشناسی ارشد ژئودزی - دانشکده مهندسی نقشه‌برداری - دانشگاه صنعتی خواجه‌نصیرالدین طوسی  
chamankar@email.kntu.ac.ir

<sup>2</sup> دانشیار دانشکده مهندسی نقشه‌برداری - دانشگاه صنعتی خواجه‌نصیرالدین طوسی  
amerian@kntu.ac.ir

(تاریخ دریافت: مرداد 1401، تاریخ تصویب: شهریور 1402)

## چکیده

مقدار بخار آب قابل بارش (PWV) یکی از مهم‌ترین داده‌ها در بسیاری از مطالعات هواشناسی است. این مولفه دارای تغییرات مکانی و زمانی بالایی است، امروزه استفاده از مشاهدات سیستم‌های ماهواره‌ای ناوبری جهانی (GNSS) یکی از روش‌های بهبود دقت بر آورد پارامتر بخار آب است. امواج ارسالی از ماهواره‌های GNSS با عبور از لایه تروپوسفر دچار تأخیر می‌شوند. تأخیر تروپوسفری به دو بخش خشک و تر تقسیم می‌شوند که بخش تر به تغییرات بخار آب وابسته است. در این مقاله روش‌های درونیابی بر پایه توابع پایه شعاعی با کرنل اسپیلاین صفحه نازک سه بعدی، شبکه عصبی مصنوعی از نوع پرسپترون، کریجینگ و عکس مجذور فاصله مورد ارزیابی قرار گرفته‌است. منطقه‌ای واقع در آمریکای شمالی شامل 26 ایستگاه سیستم تعیین موقعیت جهانی (GPS) مورد مطالعه قرار گرفته و مقادیر بخار آب قابل بارش در دو روز زمستان و تابستان با استفاده از این داده‌ها به روش‌های فوق‌الذکر ارزیابی شده‌است. مقدار ریشه میانگین مربع خطا (RMSE) با استفاده از روش اسپیلاین صفحه نازک سه بعدی برای دو روز زمستان و تابستان به ترتیب برابر 0/6 و 1/62 میلیمتر بدست آمده‌است، که در مقایسه با سایر روش‌ها دارای کمترین مقدار RMSE و در نتیجه دقت بالاتری در هر دو روز می‌باشد. در نهایت، با استفاده از روش درونیابی اسپیلاین صفحه نازک سه بعدی نقشه متراکم از تغییرات بخار آب لایه تروپوسفر در منطقه مورد مطالعه تهیه شده‌است که می‌تواند بر پیش‌بینی وضعیت جوی و بر آورد میزان بارش تأثیر گذار باشد.

**واژگان کلیدی:** بخار آب قابل بارش، سیستم تعیین موقعیت جهانی، اسپیلاین صفحه نازک، شبکه عصبی مصنوعی، کریجینگ، عکس مجذور فاصله.

\* نویسنده رابط

## 1- مقدمه

با پیشرفت تکنولوژی و روی کار آمدن سیستم‌های ماهواره‌ای ناوبری جهانی (GNSS) و همچنین پیشرفت در زمینه‌های مطالعات علوم زمین و پیش‌بینی‌های هواشناسی، مطالعه بیشتر در مورد اتمسفر و پارامترهای آن اهمیت ویژه‌ای پیدا کرده و باعث پیدایش روش‌های مختلف برای رسیدن به دقت بالاتری برای تخمین پارامترهای اتمسفری شده‌است. لایه تروپوسفر لایه‌ای مهم در مطالعات اتمسفری می‌باشد زیرا سیگنال‌های GNSS به دلیل وقوع پدیده‌های هواشناسی مختلف، بخار آب و ... در این لایه به صورت غیرمستقیم (خمیده) و با تأخیر به زمین می‌رسند [1]. تأخیر تروپوسفری سیگنال GNSS از قسمت‌های خشک و تر تشکیل شده‌است. پیش‌بینی تأخیر تر تروپوسفری (ZWD) و درونیابی پارامترهای آن به دلیل تغییر سریع زمانی و مکانی بخار آب، نسبت به بخش خشک مشکل می‌باشد [2]. به طور کلی تخمین تأخیر تر موضوع مهمی برای تکنیک‌های موقعیت یابی می‌باشد. همچنین پارامتر بخار آب قابل بارش<sup>1</sup> (PWV) که به عنوان تابعی از تأخیر بخش تر تروپوسفر است، کاربرد بسیاری در برنامه‌های پیش‌بینی آب و هوا دارد [3]. با استفاده از درونیابی می‌توان تراکم پارامترهای برآورد شده در تروپوسفر را افزایش داد و با معلوم بودن مقادیر در نقاط محدودی به سایر نقاط منطقه مقداردهی کرد. بطور کلی درونیابی فرآیندی است که طی آن می‌توان مقدار یک کمیت در نقاطی با مختصات معلوم را با استفاده از مقدار همان کمیت در نقاط دیگری با مختصات معلوم بدست آورد [4].

مؤلفه PWV دارای تغییرات مکانی و زمانی بالایی است، بنابراین مدل‌سازی آن بسیار دشوار می‌باشد و مطالعات زیادی در این زمینه انجام شده‌است. کیم و همکاران در سال 2010 دقت دو روش درونیابی داده‌های هواشناسی به نام‌های تصحیح معکوس سطح دریا<sup>2</sup> و کریجینگ<sup>3</sup> را در مورد درونیابی مقادیر PWV بررسی کردند. نتایج، دقت بهتر کریجینگ را نشان داد [5].

لیو و همکاران در سال 2018 با ارائه یک روش درونیابی جدید که آن را روش LZ نامیدند به درونیابی مقادیر PWV پرداختند و سپس نقشه‌ای از تغییرات آن تهیه کردند [6]. غفاری و هوشنگی در سال 2021 با استفاده از روش‌های مبتنی بر یادگیری مقدار PWV را به صورت مکانی-زمانی مدل سازی و سپس پیش بینی کردند. از سه مدل شبکه‌های عصبی مصنوعی سیستم استنتاج عصبی-فازی سازگار و مدل رگرسیون بردار پشتیبان برای انجام این کار استفاده شد. نتایج نشان داد که مدل رگرسیون بردار پشتیبان از قابلیت بسیار بالایی در برآورد مقدار PWV برخوردار بوده است [7].

شانگوی و همکاران در سال 2022 به بهبود دقت برآورد مقادیر PWV بدست آمده از داده‌های ERA-5 با استفاده از روش کاهش مقیاس مبتنی بر شبکه عصبی پرداختند. نتایج 20 درصد بهبود دقت را نشان داد [8].

در این مقاله اولین بار مدل‌سازی PWV با استفاده از درونیابی به روش اسپیلاین صفحه نازک سه بعدی (TPS)<sup>4</sup> مورد بررسی و ارزیابی قرار خواهد گرفت. درونیابی به روش TPS به توزیع داده‌ها وابسته نیست و این موضوع برای مقادیر PWV که دارای توزیع یکنواخت نیستند و در هر زمان و مکان متغییر هستند، حائز اهمیت است. برای ارزیابی دقت روش TPS به منظور تهیه نقشه متراکم از PWV، بررسی مقایسه‌ای بین آن با روش‌های درونیابی از جمله درونیابی کریجینگ، نسبت عکس مجذور فاصله<sup>5</sup> و شبکه عصبی مصنوعی<sup>6</sup> که از متداول‌ترین روش‌های درونیابی پارامترهای هواشناسی هستند، صورت می‌گیرد.

## 2- روش و تئوری

## 1-2- برآورد بخار آب قابل بارش

برای انجام فرآیند درونیابی نیاز به داشتن مقدار PWV در ایستگاه مورد نظر می‌باشد. بنابراین ابتدا باید تأخیر تروپوسفری در راستای زینتی با استفاده از روش تعیین موقعیت نقطه‌ای دقیق (PPP) از داده‌های سیستم تعیین موقعیت جهانی (GPS) محاسبه شود. همچنین تأخیر

4 3D Thin Plate Spline

5 Inverse distance weighted

6 Artificial Neural Network

1 Precipitable Water Vapor

2 Reverse Sea Level Correction

3 Kriging

## 2-2- روش‌های درونیابی مورد استفاده

### 2-2-1- روش توابع پایه شعاعی با کرنل اسپیلیان صفحه نازک سه بعدی

روش توابع پایه شعاعی (RBF) به صورت جمع وزندار تبدیلات تابع پایه متقارن شعاعی تعریف می‌شود. در این روش مجموعه‌ای از داده  $n$  نقطه متمایز  $x_i \in \mathbb{R}^n$  و مقادیر مشاهداتی مربوطه  $f(x_i)$  را در نظر گرفته، تابع پایه شعاعی اصلی که برای درونیابی مورد استفاده قرار می‌گیرد به صورت رابطه (5) می‌باشد [12, 13].

$$f(x) = \sum_{i=1}^n w_i U_i(r) \quad (5)$$

$U_i(r)$  تابع کرنل درونیاب است. این تابع وابسته به فاصله اقلیدسی  $r$  می‌باشد.  $w_i$  ضرایب نامعلوم بسط هستند و با مقادیر ورودی کرنل درونیاب از طریق سیستم خطی  $A_{n \times n} X_{n \times 1} = D_{n \times 1}$  قابل محاسبه می‌باشد. برای اینکه این سیستم خطی قابل حل باشد باید  $\det(A) \neq 0$  باشد و یا توابعی انتخاب شود که دارای شرایط خاصی می‌باشد. بنابراین ماتریس‌ها و توابع معین مثبت را می‌توان تعریف نمود. تابع پایه شعاعی افزوده به صورت رابطه (6) می‌باشد:

$$f(x) = \sum_{i=1}^n \alpha_i U_i(r) + \sum_{k=1}^m \beta_k p_k(x) \quad (6)$$

که در آن ترم دوم مربوط به یک صفحه مسطح است که به بهترین نحو بر نقاط کنترل منطبق می‌شود. تابع  $p_k(x)$  تابع چند جمله‌ای درجه  $m$  و  $u_m$  ضریب مجهول چند جمله‌ای است که ضرایب آن در این مقاله با توجه به اینکه درونیابی در سه بعد ارتفاع، طول و عرض جغرافیایی انجام می‌شود به صورت  $p_1 = 1$ ،  $p_2 = \varphi$ ،  $p_3 = \lambda$  و  $p_4 = h$  تعریف می‌شود. در نتیجه دستگاه خطی درونیابی یک دستگاه فرومعین با  $n$  معادله و  $n+u_m$  مجهول می‌باشد. به عبارتی تعداد مجهولات بیشتر از تعداد مشاهدات است و برای حل آن شروطی اضافه می‌شود. بنابراین به  $u_m$  معادله دیگر برای تشکیل یک دستگاه خطی معین نیاز است. برای انتخاب  $u_m$  معادله اضافی باید رابطه (7) برقرار باشد [13].

$$\sum_{i=1}^n \alpha_i p_k(x_i) = 0 \quad (7)$$

خشک تروپوسفر که طبق قانون جریان گاز ایده‌آل می‌باشد و برای محاسبه آن به مشاهدات فشار نیاز است را می‌توان با استفاده از مدل تجربی خشک ساستاموینن از رابطه‌ی (1) بدست آورد [9, 10].

$$ZHD = \frac{0.002277 \times P_s}{1 - 0.00266 \times \cos(2\varphi) - 0.00000028 \times h} \quad (1)$$

در این رابطه  $P_s$  فشار سطحی بر حسب hPa،  $\varphi$  عرض جغرافیایی و  $h$  ارتفاع بر حسب متر است. سپس با تفاضل تأخیر خشک تروپوسفر (ZHD) از تأخیر کلی تروپوسفری (ZTD) مقدار تأخیر تر تروپوسفری مطابق رابطه (2) می‌آید.

$$ZWD = ZTD - ZHD \quad (2)$$

در نهایت با استفاده از ضریب تبدیل  $\Pi$  تأخیر تر تروپوسفر تبدیل به بخار آب قابل بارش می‌شود و به صورت رابطه (3) می‌باشد.

$$PWV = \Pi \times ZWD \quad (3)$$

$$\Pi = \frac{10^6}{\rho_w \times R \times \left( \frac{k_3}{T_m} + k_2 \right)}$$

$$R = 0.4613 \text{ J.g}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$$

$$k_2 = 22.1 \pm 2.2 \text{ K.hPa}^{-1}$$

$$k_3 = (3.739 \pm 0.012) \times 10^5 \text{ K}^2 \cdot \text{hPa}^{-1}$$

$\rho_w$  چگالی آب،  $R$  ثابت گاز جهانی،  $k_2$  و  $k_3$  ثابت‌های فیزیکی تجربی هستند. همچنین  $T_m$  میانگین وزنی دما می‌باشد و رابطه آن توسط بویس در سال 1992 ارائه شده‌است که تابعی از دمای سطحی در منطقه است و به صورت رابطه (4) بیان می‌شود [11].

$$T_m = 85.63 + 0.668 T_s \quad (4)$$

$T_s$  دمای سطحی بر حسب کلوین در مکان ایستگاه می‌باشد.

رابطه (7) به صورت ماتریسی برابر  $P^T \alpha = 0$  است. ترکیب شرطهای درونیابی و معادلات اضافی، یک دستگاه خطی معادلات را تشکیل می‌دهد که به صورت معادله (8) می‌باشد.

$$\begin{pmatrix} A & P \\ P^T & \beta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (8)$$

A ماتریس طرح می‌باشد و شامل کرنل<sup>1</sup> تابع پایه شعاعی است. انواع مختلفی از کرنلها برای درونیابی به روش توابع پایه شعاعی وجود دارد که در این مقاله کرنل درونیاب اسپیلاین صفحه نازک انتخاب شده است. دقت درونیابی به این روش وابسته به تعیین پارامتر شکل<sup>2</sup> می‌باشد که در کرنلها به کار برده می‌شود، این پارامتر توسط کاربر انتخاب می‌شود. فرمول تجربی فرانک<sup>3</sup> برای انتخاب پارامتر شکل در کرنل درونیابی RBF به خوبی عمل می‌کند و عبارت است از [14]:

$$c = \frac{1.25D}{\sqrt{n}} \quad (9)$$

در رابطه بالا C پارامتر شکل، D قطر کوچکترین دایره‌ای که شامل تمام نقاط کنترل می‌باشد و n تعداد نقاط کنترل می‌باشد.

سپس با استفاده از روش اعتبار سنجی متقابل، مقدار بهینه پارامتر شکل که کمترین مقدار ریشه میانگین مربع خطا<sup>4</sup> (RMSE) را دارد تعیین می‌گردد [12].

$$RMSE^{cross} = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (\hat{I}_i - I_i)^2} \quad (10)$$

در این رابطه  $\hat{I}_i$  مقدار درونیابی شده و  $I_i$  مقدار حقیقی می‌باشد.

درونیابی به روش TPS مبتنی بر روش توابع پایه شعاعی می‌باشد. برای توصیف خواص ریاضی اسپیلاینها اغلب از مفاهیم مکانیکی استفاده می‌شود. یک صفحه نازک صاف و الاستیک در نظر گرفته می‌شود که تحت تنش قرار گرفته و تغییر شکل می‌یابد. بنابراین می‌توان از قانون هوک

استفاده کرد زیرا طبق قانون هوک تنش متناسب با تغییر شکل است [15]. مدل فیزیکی مورد بحث در اینجا یک صفحه بسیار نازک است که با تابع  $f(x_i, y_i, z_i)$  نمایش داده می‌شود. با هدف درونیابی در سایر نقاط، باید این تابع به گونه‌ای پیدا شود که در رابطه  $f(x_i, y_i, z_i) = d_i$  صدق کند. این رابطه به صورت معادله (11) می‌باشد.

$$f(x, y, z) = \alpha_0 + \alpha_1 x + \alpha_2 y + \alpha_3 z + \sum_{i=1}^n w_i U(r) \quad (11)$$

که در آن  $\alpha_i$  ضرایب ترم صفحه‌ای اسپیلاین بوده و پارامترهای  $w_1, w_2, \dots, w_n$ ، پارامترهای وزن هستند.

با اعمال انرژی خمشی به صفحه، طبق قانون هوک لایه‌های بالایی صفحه کشیده و لایه‌های زیرین فشرده می‌شوند. خم شدن صفحه را می‌توان به صورت کشش یا فشردن تک متغیری در جهت محورهای اصلی، یعنی جهت بردارهای ویژه ماتریس هسین<sup>5</sup> H در نظر گرفت. بنابراین انرژی تغییر شکل از انتگرال  $\text{trace}(H^2)$  بدست می‌آید و با رابطه (12) که بیانگر انرژی خمشی است تعریف می‌شود [16, 17].

$$E_{(int)} = \iiint \left[ \left( \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} \right)^2 + \left( \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} \right)^2 + \left( \frac{\partial^2 f}{\partial z^2} \right)^2 + \right. \quad (12)$$

$$\left. 2 \left( \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} \right)^2 + 2 \left( \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial z} \right)^2 + 2 \left( \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial z} \right)^2 \right] dx dy dz$$

در مکان‌های  $(x_i, y_i, z_i)$ ، مقادیر درونیابی شده  $f(x_i, y_i, z_i)$  باید نزدیکترین حد ممکن به مقادیر اندازه‌گیری شده  $d_i$  باشد. یعنی مطابق رابطه (13) و (14) انرژی خارجی باید تا حد ممکن کوچک باشد.

$$E_{ext} = \sum_{i=1}^n (d_i - f(x_i, y_i, z_i))^2 \quad (13)$$

$$E_{tot} = E_{ext} + c E_{int} \rightarrow \min \quad (14)$$

که در آن  $E_{tot}$  مجموع انرژی داخلی و خارجی می‌باشد. همچنین  $E_{ext}$  و  $E_{int}$  به ترتیب نشان‌دهنده انرژی خارجی و داخلی است.

1 Kernel

2 Shape parameter

3 Franke

4 Root Mean Square Error

5 Hessian

این مسئله با استفاده از معادله اویلر-لاگرانژ و راه حل اساسی آن که یک تابع گرین به صورت  $r^2 \log r$  است، حل می‌شود [15]. بنابراین کرنل درونیابی به روش اسپیلاین صفحه نازک شیفت داده شده به پارامتر شکل  $c$ ، به صورت رابطه (15) تعریف می‌شود که تابعی از فاصله اقلیدسی  $r$  طبق رابطه (16) می‌باشد [12].

$$U(r) = (r^2 + c^2)^2 \log(r^2 + c^2)^{\frac{1}{2}} \quad (15)$$

$$r^2 = (x_1 - x)^2 + (y_1 - y)^2 + (z_1 - z)^2 \quad (16)$$

ضرایب مجهول در رابطه (11) با کمک رابطه  $X = A^{-1}D$  محاسبه می‌شود، که در آن ماتریس مجهولات به صورت رابطه (17) بیان می‌شود.

$$X^T = [w_1 \ w_2 \ \dots \ w_n \ a_0 \ a_1 \ a_2 \ a_3] \quad (17)$$

همچنین  $D$  بردار مشاهدات است که شامل مقادیر معلوم  $Z$  در موقعیت نقاط می‌باشد و با رابطه (18) بیان می‌شود.

$$D^T = [Z \ \dots \ Z \ 0 \ 0 \ 0 \ 0] \quad (18)$$

و ماتریس  $A$  عبارت است:

$$A = \begin{bmatrix} K & P \\ P^T & 0 \end{bmatrix} \quad (19)$$

که در آن:

$$P = \begin{bmatrix} 1 & \phi_1 & \lambda_1 & h_1 \\ 1 & \phi_2 & \lambda_2 & h_2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & \phi_n & \lambda_n & h_n \end{bmatrix} \quad (20)$$

و ماتریس  $K$  شامل توابع گرین بوده و با رابطه (21) بیان می‌شود.

$$K = \begin{bmatrix} U(r_{11}) & U(r_{12}) & \dots & U(r_{1n}) \\ U(r_{21}) & U(r_{22}) & \dots & U(r_{2n}) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ U(r_{n1}) & U(r_{n2}) & \dots & U(r_{nn}) \end{bmatrix} \quad (21)$$

در نتیجه ماتریس  $A$  عبارت است از:

$$\begin{bmatrix} U(r_{11}) & U(r_{12}) & \dots & U(r_{1n}) & 1 & \phi_1 & \lambda_1 & h_1 \\ U(r_{21}) & U(r_{22}) & \dots & U(r_{2n}) & 1 & \phi_2 & \lambda_2 & h_2 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ U(r_{n1}) & U(r_{n2}) & \dots & U(r_{nn}) & 1 & \phi_n & \lambda_n & h_n \\ 1 & 1 & \dots & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \phi_1 & \phi_2 & \dots & \phi_n & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \lambda_1 & \lambda_2 & \dots & \lambda_n & 0 & 0 & 0 & 0 \\ h_1 & h_2 & \dots & h_n & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (22)$$

در این مقاله باید مقادیر معلوم PWV در رابطه (18) جایگذاری شود و مجهولات محاسبه شود. سپس با جایگذاری مجهولات برآورد شده در رابطه (23) مقادیر PWV در سایر نقاط  $(\phi, \lambda, h)$  بدست می‌آید.

$$f(\phi, \lambda, h) = \alpha_0 + \alpha_1 \phi + \alpha_2 \lambda + \alpha_3 h + \sum_{i=1}^n w_i U(r) \quad (23)$$

## 2-2-2- شبکه عصبی مصنوعی

شبکه عصبی مصنوعی (ANN) یک سیستم پردازش اطلاعات است که با به هم پیوستن بسیاری از نورون‌های مصنوعی از شبکه عصبی بیولوژیکی مغز تقلید می‌کند. شبکه‌های عصبی مصنوعی دارای قابلیت آموزش و تعمیم است. در واقع کار یک شبکه عصبی ایجاد یک الگوی مشخص خروجی با توجه به فرآیند یادگیری بر پایه‌ی الگوی ورودی ارائه شده به سامانه است. شبکه‌های عصبی انواع مختلفی دارند. در این مقاله از شبکه عصبی پرسپترون که بیشترین کاربرد را برای درونیابی دارد، استفاده شده است [18].

شبکه‌های عصبی پرسپترون چندلایه (MLPNN) به دلیل عملکرد سریع، فرآیند پیاده سازی ساده و نیاز به مجموعه آموزش کوچک، متداول ترین نوع از شبکه‌های عصبی هستند [19]. MLPNN مطابق شکل (1) از سه لایه متوالی لایه‌های ورودی، پنهان و خروجی تشکیل شده است. لایه پنهان اطلاعات ورودی را پردازش می‌کند و به لایه خروجی ارسال می‌کند. هیچ روشی برای تعیین تعداد نورون‌ها در لایه پنهان وجود ندارد. بنابراین، تعداد نورون‌ها تنها با آزمون و خطا انتخاب می‌شود. اگر شبکه به مقدار مطلوب همگرا نشود، تعداد نورون‌های لایه پنهان افزایش داده می‌شود [20, 21]. آموزش شبکه عصبی پرسپترون بر پایه قاعده‌ای به نام پس انتشار است.

نقاط نزدیک‌تر تاثیر بیشتری در برآورد نقطه مجهول دارند، به طوری که به نقاط با فاصله یکسان از نقطه با مقادیر ناشناخته وزن یکسانی داده می‌شود و به نقاط نزدیک‌تر وزن بیشتری اختصاص داده می‌شود و به صورت رابطه (26) است [25, 26].

$$f(x, y, z) = \sum_{i=1}^n w_i f(x_i, y_i, z_i) \quad (26)$$

در این رابطه  $f(x_i, y_i, z_i)$  مقدار اندازه‌گیری شده در هر ایستگاه است. وزن  $w_i$  توسط معادله (27) بدست می‌آید.

$$w_i = \frac{r_i^{-2}}{\sum_{i=1}^n r_i^{-2}} \quad (27)$$

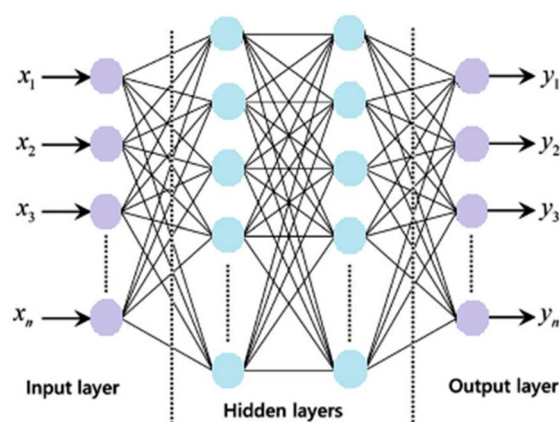
$r$  فاصله اقلیدسی بین ایستگاه‌های نمونه و مکانی که باید درونیابی شود، می‌باشد.

#### 2-2-4- درونیابی به روش کریجینگ

کریجینگ شامل سه روش، کریجینگ ساده، کریجینگ معمولی و کریجینگ جهانی می‌باشد. در این مقاله به علت تعداد نمونه کم با تغییرات زیاد از روش کریجینگ معمولی استفاده شده است [27]. در این روش، وزن‌ها نه تنها بر اساس فاصله بین ایستگاه‌های نمونه و ایستگاهی که باید درونیابی شود، بلکه بر اساس ترتیب مکانی کلی نقاط اندازه‌گیری شده است. برای استفاده از آرایش مکانی در وزن‌ها، همبستگی مکانی باید کمی باشد [26]. بنابراین، در کریجینگ معمولی، وزن  $w_i$ ، به یک مدل متناسب با نقاط اندازه‌گیری شده، فاصله تا محل پیش‌بینی و روابط مکانی بین مقادیر اندازه‌گیری شده در اطراف محل پیش‌بینی بستگی دارد. رابطه کریجینگ هم مانند رابطه (26) تعریف می‌شود. تابع کوواریانس با بررسی تغییرات کمیت مورد نظر، نشان می‌دهد که مقادیر در دو موقعیت نزدیک وابستگی بسیار زیادی داشته و در موقعیت‌های دورتر این همبستگی کاهش می‌یابد. انتخاب تابع وریوگرام یک مرحله مهم و اساسی در پیش‌بینی با روش کریجینگ محسوب می‌شود. ایده وریوگرام با در نظر گرفتن اینکه رابطه مکانی بین دو نمونه به موقعیت جغرافیایی مطلق وابسته نبوده و به موقعیت نسبی آن‌ها وابسته است، شکل گرفته است [28].

وزن‌ها در آموزش شبکه عصبی پرسپترون به گونه‌ای تنظیم می‌شود که خطای بین خروجی مطلوب و خروجی واقعی کاهش یابد. مقادیر  $x_1$  تا  $x_n$  ورودی‌های اصلی با مقادیر حقیقی هستند که در اینجا ورودی‌های ما داری سه متغیر عرض و طول جغرافیایی و ارتفاع ژئودتیک می‌باشد. با توجه به اهمیت هر ورودی به آن وزن داده می‌شود. خروجی هر نورون به صورت رابطه (24) است [13, 22].

$$y_j = f(\sum w_{ji} x_i) \quad (24)$$



شکل 1- ساختار مدل MLPNN [23]

$f$  تابع فعال سازی با استفاده از جمع وزنی ورودی‌ها است [24]. در این مقاله از تابع فعال سازی سیگموئید<sup>1</sup> با رابطه زیر استفاده شده است:

$$f(x) = \frac{1}{1+e^{-x}} \quad (25)$$

#### 2-2-3- درونیابی به روش عکس مجذور فاصله

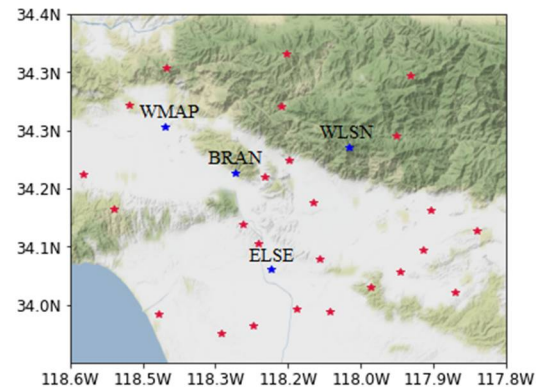
عکس مجذور فاصله (IDW) یکی از متداول‌ترین روش‌های درونیابی فضایی در علوم زمین<sup>2</sup> است. عکس مجذور فاصله یک روش کارآمد همراه با محاسبات و روابط ساده است و بهترین نتیجه را برای نقاط با توزیع یکنواخت دارد. در این روش موقعیت هر نقطه به صورت جداگانه در نظر گرفته شده و موقعیت نسبی نقاط در نظر گرفته نمی‌شود. در این روش وزن تابعی از معکوس فاصله است و

1 Sigmoid

2 Geostatistical Interpolation

### 3- منطقه مورد مطالعه و داده‌ها

منطقه‌ای به مساحت 1500 کیلومتر مربع در ایالت کالیفرنیا آمریکا که دارای بخش‌های پست و کوهستانی است، انتخاب گردید. در این مقاله از 26 ایستگاه GPS شبکه‌ی UNAVCO که یک موسسه تحقیقاتی مرتبط با علوم زمین است و وظایف مدیریت داده برای داده‌های GPS و محصولات هزاران ایستگاه دائمی توزیع شده در سطح جهانی بر عهده دارد، استفاده شده‌است. همچنین به منظور بررسی صحت نتایج، 4 ایستگاه از این شبکه در نقاط پراکنده همراه با ارتفاعات گوناگون در منطقه به عنوان ایستگاه کنترل در نظر گرفته شد. موقعیت و پراکندگی ایستگاه‌ها در شکل (2) نمایش داده شده‌است.



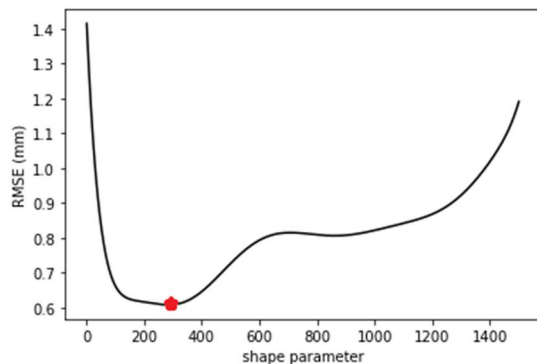
شکل 2- پراکندگی ایستگاه‌های GPS، ستاره‌های قرمز نشان‌دهنده ایستگاه‌های مرجع و ستاره‌های آبی نشان‌دهنده ایستگاه‌های کنترل

مقدار PWV تحت تأثیر شرایط آب و هوایی فعلی، فصل و مکان است. بنابراین برای ارزیابی بهتر مدل‌ها در منطقه مطالعاتی، مشاهدات مربوط به ایستگاه‌های GPS در یک روز تابستانی به تاریخ 28 ژوئیه 2019 که دارای بالاترین مقدار دما و رطوبت نسبی است و یک روز زمستانی به تاریخ 5 فوریه 2020 که دارای پایین‌ترین مقدار دما و رطوبت نسبی است، گرفته شده‌است. همچنین در این مقاله برای برآورد دقیق فشار جو و دمای سطحی به منظور محاسبه PWV از داده‌های باز تحلیل شده ERA-5 استفاده می‌شود. قدرت تفکیک زمانی آن‌ها 1 ساعت و قدرت تفکیک مکانی حدودی 30 کیلومتر است و داده‌ها را در 37 لایه فشاری ارائه می‌دهد.

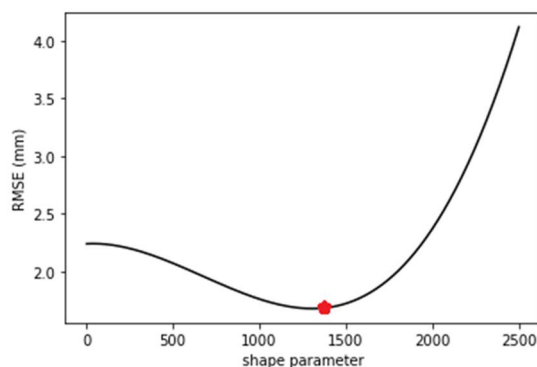
### 4- پردازش‌ها و نتایج

در نرم‌افزار برنیز مشاهدات ایستگاه‌های GPS با استفاده از روش PPP پردازش شده و مقادیر ZTD در هر

ایستگاه با فاصله زمانی 2 ساعت در روز برآورد شده‌است. همچنین مقادیر ZHD با توجه به عرض جغرافیایی و فشار جو در مکان ایستگاه‌ها با استفاده از مدل خشک ساستاموینن محاسبه شده‌است (رابطه (1)). سپس با تفاضل ZHD از ZTD، تأخیر تر تروپوسفری برآورد شده و مقادیر PWV بر حسب میلی‌متر از رابطه (3) محاسبه می‌شود. در نهایت با روش‌های TPS، شبکه عصبی پرسپترون، عکس مجذور فاصله و کریجینگ درونیابی انجام می‌شود. برای درونیابی به روش اسپیلاین صفحه نازک با استفاده از روش اعتبارسنجی متقابل (رابطه (10)) پارامتر شکل بهینه به صورتی تعیین می‌شود که RMSE دارای کمترین مقدار باشد. مقادیر RMSE با توجه به مقادیر گوناگون پارامتر شکل در شکل (3) و (4) نمایش داده شده‌است. پارامتر شکل برای روز زمستانی برابر 300 و برای روز تابستانی برابر 1400، کمترین مقدار RMSE را نشان می‌دهند بنابراین به عنوان پارامتر شکل بهینه انتخاب شده‌اند. سپس با توجه به روابط (15) تا (23)، مقادیر PWV در نقاط کنترل بدست می‌آید.



شکل 3- تعیین پارامتر شکل برای داده‌های روز زمستانی به تاریخ 2020/2/5



شکل 4- تعیین پارامتر شکل برای داده‌های روز تابستانی به تاریخ 2019/7/28

برای درون‌یابی به روش شبکه عصبی پرسپترون در این مقاله از یک لایه ورودی و دو لایه پنهان و یک لایه خروجی مطابق شکل (1) استفاده شده است. همچنین تابع فعال سازی هر دو لایه تابع سیگموئید انتخاب شده است. لایه پنهان اول دارای 7 نورون و لایه پنهان دوم دارای 5 نورون می‌باشد. 30 درصد داده‌ها به عنوان داده آزمون و 70 درصد داده‌ها به عنوان داده‌های آموزش شده انتخاب شده است. ورودی‌ها که شامل مختصات ژئودتیک ایستگاه‌ها هستند، در وزن متناظر خود ضرب شده و مجموع آن‌ها محاسبه می‌شود. در مرحله آموزش اختلاف مقادیر PWV بدست آمده از مشاهدات GPS که به عنوان PWV واقعی وارد سامانه شده از PWV مطلوب محاسبه می‌شود. در این مرحله وزن‌ها اصلاح شده و شبکه آموزش می‌بیند. در نهایت مختصات ژئودتیک ایستگاه‌های کنترل وارد سامانه می‌شود تا مقادیر PWV حاصل شود. در روش کریجینگ معمولی فرض می‌شود که وریانس ویژگی مدنظر در کل محدوده مکانی یک مقدار ثابتی دارد اما میانگین آن نامعلوم است. تابع کوواریانس که در کریجینگ معمولی تعریف می‌شود برای تمام محدوده مکانی مورد نظر معتبر است. بعد از ایجاد تابع وریوگرام مکانی درون‌یابی مقدار PWV در ایستگاه کنترل با استفاده از روش کریجینگ انجام می‌شود. در آخر درون‌یابی به روش عکس مجذور فاصله با استفاده از وزن‌دهی داده‌ها بر اساس فاصله اقلیدسی بین ایستگاه‌های مرجع و ایستگاه‌های کنترل و بهره‌مندی از روابط (26) و (27) انجام می‌شود. سپس روش‌های درون‌یابی انجام شده با معیارهای ارزیابی ریشه میانگین مربع خطا (RMSE) و درصد خطای نسبی مجذور میانگین مربع خطا (RRMSE) با روابط (28) و (29) ارزیابی و مقایسه شده است.

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (PWV_i - PWV_i^R)^2} \quad (28)$$

$$RRMSE = \frac{RMSE}{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n PWV_i^R} \times 100 \quad (29)$$

که در آن  $PWV_i^R$  مقدار حقیقی و  $PWV$  مقدار درون‌یابی شده در هر ایستگاه کنترل است. جدول (1) نشان دهنده‌ی مقایسه نتایج می‌باشد.

با توجه به جدول (1) در روز زمستانی RRMSE روش TPS برابر با 10/83 می‌باشد که 4 درصد نسبت به روش

عکس مجذور فاصله، 7 درصد نسبت به روش کریجینگ و 9 درصد نسبت به روش شبکه عصبی مصنوعی بهبود دقت را نشان می‌دهد. همچنین RRMSE روش TPS در روز تابستانی برابر با 8/59 می‌باشد که 6 درصد نسبت به روش عکس مجذور فاصله، 2 درصد نسبت به روش کریجینگ و 9 درصد نسبت به روش شبکه عصبی مصنوعی بهبود دقت را نشان می‌دهد. مقدار RMSE روش TPS نیز در هر دو روز کمتر از سایر روش‌ها بدست آمده است. بنابراین، با توجه به نتایج، روش درون‌یابی TPS دارای بالاترین دقت است زیرا با تعریف تابع در TPS، خطای اعتبار سنجی کلی به حداقل می‌رسد.

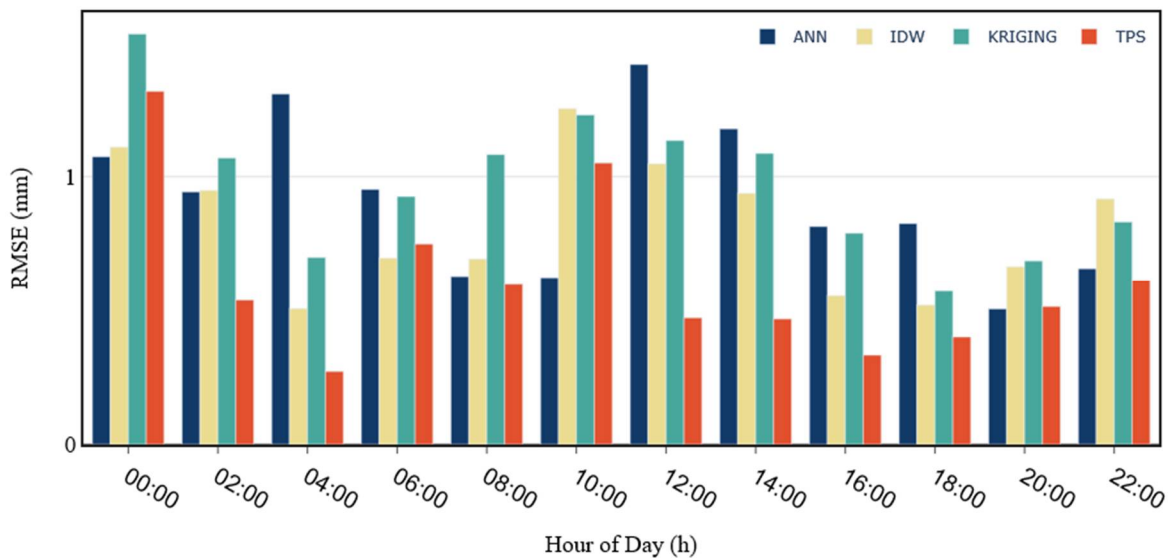
جدول 1- مقایسه آماری با توجه به نتایج بدست آمده

روش	تابستان		زمستان	
	RRMSE (%)	RMSE (mm)	RRMSE (%)	RMSE (mm)
TPS	1/62	0/6	8/59	10/83
IDW	2/73	0/82	14/49	14/64
KRIGING	1/98	0/97	10/52	17/31
ANN	3/29	1/07	17/41	19/20

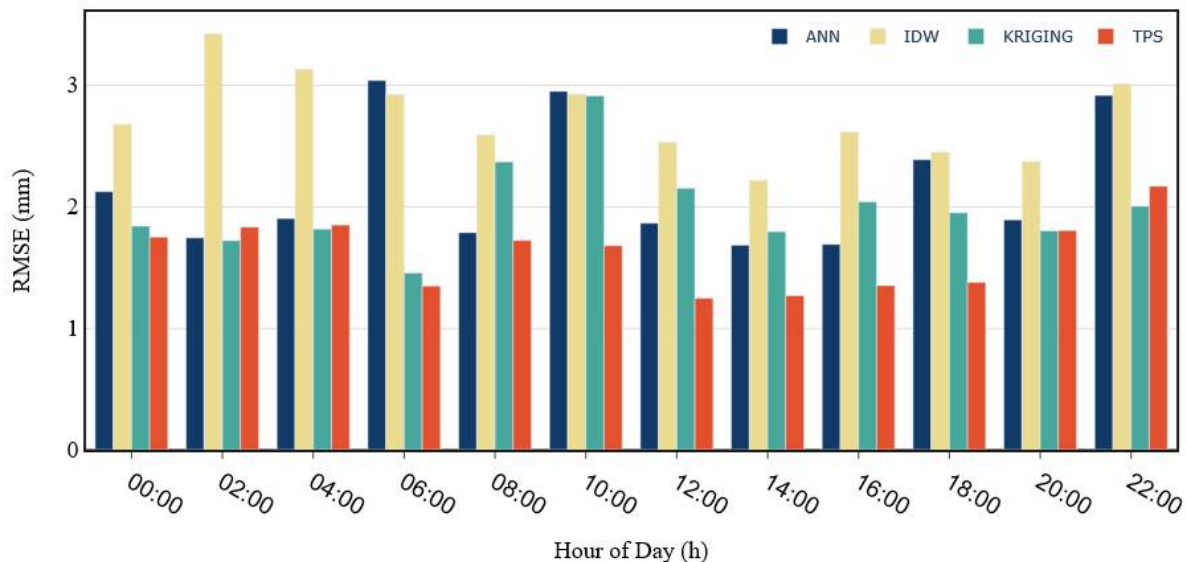
مقدار RRMSE روش کریجینگ در روز تابستانی حدود 7 درصد کمتر از مقدار RRMSE در روز زمستانی است و این موضوع نشان می‌دهد که همبستگی فضایی مقادیر PWV در روز تابستانی بیشتر از روز زمستانی است و این موضوع حائز اهمیت برای درون‌یابی به روش کریجینگ می‌باشد. بنابراین با توجه به اینکه مقادیر PWV در هر زمان و مکان بسیار متغیر است، نمی‌توان به روش کریجینگ اتکا کرد.

مقادیر RRMSE روش عکس مجذور فاصله در هر دو روز زمستانی و تابستانی یکسان است و دقت یکسان این روش در هر شرایط زمانی را نشان می‌دهد زیرا درون‌یابی فقط با توجه به فاصله اقلیدسی بین ایستگاه‌ها انجام شده است. مقدار RRMSE شبکه عصبی مصنوعی نیز در روز تابستانی 2 درصد کمتر از روز زمستانی است که استحکام این سامانه به منظور درون‌یابی PWV را نشان می‌دهد. در ادامه نتایج بدست آمده از مقدار RMSE مدل‌های درون‌یابی شده در دو روز زمستان و تابستان با قدرت تفکیک 2 ساعت در شکل‌های (5) و (6) نمایش داده شده است.





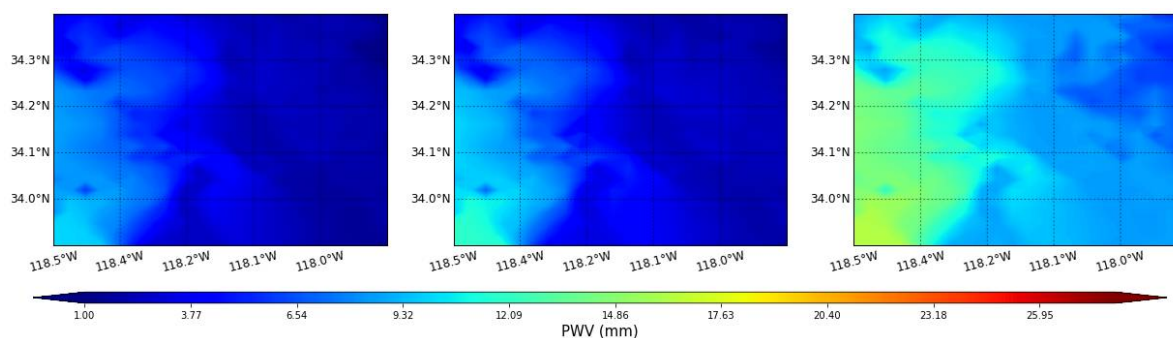
شکل 5- مقایسه روش‌های درونیابی در روز زمستانی به تاریخ 2020/2/5



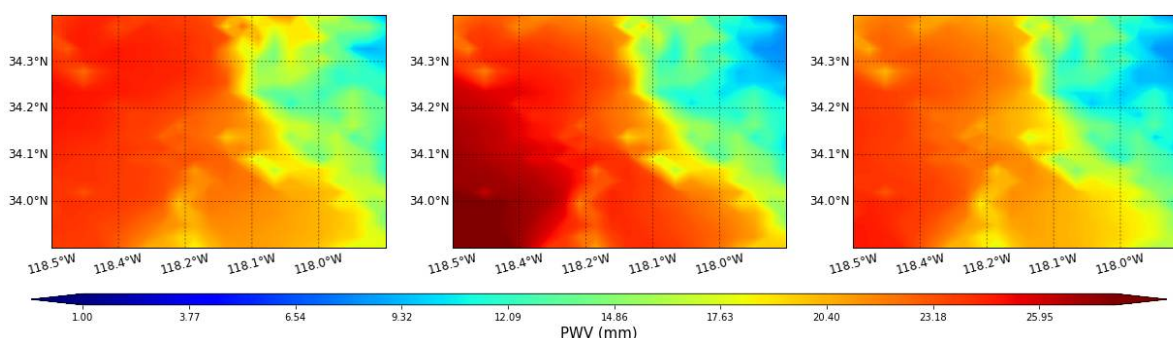
شکل 6- مقایسه روش‌های درونیابی در روز تابستانی به تاریخ 2019/7/28

به وسعت منطقه مطالعاتی و نمایش جزئیات بیشتر از تغییرات PWV در نقشه، طول و عرض منطقه را به 25 قسمت مساوی تقسیم و یک گرید منظم از نقاطی با فاصله حدود 2/9 کیلومتر از یکدیگر تشکیل می‌گردد. سپس از درونیابی به روش TPS برای برآورد مقادیر PWV در این نقاط استفاده می‌شود. نقشه‌های متراکم از PWV برای بررسی تغییرات PWV با بهترین دقت در 3 ساعت متفاوت از روز در شکل‌های (7) و (8) نمایش داده شده‌است.

همان‌طور که در شکل‌های (5) و (6) مشاهده می‌شود با توجه به تغییرات رطوبت و دما در هر اپک زمانی، دقت برآورد PWV با هر کدام از روش‌ها تغییر می‌کند. با این وجود روش TPS در اکثر اپک‌های زمانی دقت بهتری را نسبت به سایر روش‌ها نشان می‌دهد بنابراین روش قابل اتکاتری نسبت به سایر روش‌ها به منظور برآورد مقادیر TPS می‌باشد. در مرحله بعد نقشه متراکم PWV منطقه در لایه تروپوسفر با استفاده از روش TPS تهیه می‌شود. برای این هدف با توجه



شکل 7- نقشه متراکم از مقدار بخار آب قابل بارش در روز زمستانی (2020/2/5) به ترتیب از چپ به راست در ساعات 2، 8 و 22



شکل 8- نقشه متراکم از مقدار بخار آب قابل بارش در روز تابستانی (2019/7/28) به ترتیب از چپ به راست در ساعات 2، 8 و 22

فوریه 2020) برابر 300 و در روز تابستانی (28 ژوئیه 2019) برابر 1400 می‌باشد. این موضوع نشان می‌دهد که پارامتر شکل علاوه بر تعداد ایستگاه‌ها و نحوه‌ی پراکندگی آن‌ها در مساحت منطقه مورد نظر، به چگونگی تغییرات PWV در هر منطقه با زمان وابسته است.

درون‌یابی مقادیر PWV با توجه به موقعیت نقاط  $(\varphi, \lambda, h)$  و با استفاده از روش‌های ذکر شده، انجام شد. مقدار RMSE بدست آمده برای روش TPS در دو روز زمستان و تابستان برابر با  $0/6$  و  $1/62$  میلیمتر و کمتر از سایر روش‌ها بوده‌است و به این معنی است که روش TPS با توجه به پراکندگی ایستگاه‌های GPS از چند کیلومتر تا ده-ها کیلومتر دقت بهتری را در مقایسه با سایر روش‌ها ارائه می‌دهد و روش مناسب‌تری برای درون‌یابی با داده‌های پراکنده است. بنابراین به تهیه نقشه متراکم از مقادیر PWV با استفاده از روش TPS در منطقه مطالعاتی واقع در ایالت کالیفرنیا آمریکا پرداخته شد. نقشه متراکم از مقادیر PWV می‌تواند بر پیش‌بینی وضعیت جوی و نیز برآورد میزان بارش به خصوص در مورد محاسبات مخازن سدها و وقوع سیلاب بسیار اثر گذار باشد.

نقشه‌های ایجاد شده می‌تواند میزان بارش بر حسب میلیمتر را در صورت وقوع بارش در منطقه نمایش دهد. با توجه به شکل‌های (7) و (8) به طور کلی مقدار PWV در مناطق کوهستانی کاهش و در مناطق ساحلی افزایش یافته‌است و در روز زمستانی از 1 تا 17 میلیمتر و در روز تابستانی از 7 تا 28 میلیمتر متغیر است. همچنین مقدار آن برای روز زمستانی در طول روز در حال افزایش است و برای روز تابستانی در طول روز افزایش و سپس با نزدیک شدن به شب کاهش می‌یابد.

## 5- نتیجه گیری

در این مقاله روش TPS سه بعدی برای بهبود دقت برآورد مقادیر PWV در لایه تروپوسفر پیشنهاد شده و با روش‌های شبکه عصبی مصنوعی، عکس مجذور فاصله و کریجینگ مقایسه گردیده‌است. برای مقایسه و ارزیابی بهتر نتایج، پردازش داده‌ها در دو روز تابستان (28 ژوئیه 2019) و زمستان (5 فوریه 2020) در سال انجام شد. با استفاده از روش اعتبارسنجی متقابل، پارامتر شکل مناسب روش TPS در این دو روز مقادیر متفاوتی است و در روز زمستانی (5

## مراجع

- [1] T. Nilsson, J. Böhm, D. D. Wijaya, A. Tresch, V. Nafisi, and H. Schuh, "Path delays in the neutral atmosphere," *Atmospheric effects in space geodesy*, pp. 73-136: Springer, 2013.
- [2] E. K. Smith, and S. Weintraub, "The constants in the equation for atmospheric refractive index at radio frequencies," *Proceedings of the IRE*, vol. 41, no. 8, pp. 1035-1037, 1953.
- [3] B. Chen, W. Dai, Z. Liu, L. Wu, and P. Xia, "Assessments of GMI-derived precipitable water vapor products over the south and east China seas using radiosonde and GNSS," *Advances in Meteorology*, vol. 2018, 2018.
- [4] P. J. Davis, *Interpolation and approximation*: Courier Corporation, 1975.
- [5] D.-S. Kim, J.-H. Won, H.-I. Kim, K.-H. Kim, and K.-D. Park, "Accuracy analysis of GPS-derived precipitable water vapor according to interpolation methods of meteorological data," *Spatial Information Research*, vol. 18, no. 4, pp. 33-41, 2010.
- [6] C. Liu, N. Zheng, K. Zhang, and J. Liu, "A new method for refining the GNSS-derived precipitable water vapor map", *Sensors*, vol. 19, no. 3, pp. 698, 2019.
- [7] S. R. Ghaffari-Razin and N. Hooshangi, "Estimation of Precipitable Water Vapor (PWV) using learning-based methods in north-west of Iran", *Geographic Information*, vol. 30, no. 120, pp. 139-155, 2022.
- [8] X. Ma, Y. Yao, B. Zhang, M. Yang, and H. Liu, "Improving the accuracy and spatial resolution of precipitable water vapor dataset using a neural network-based downscaling method," *Atmospheric Environment*, vol. 269, pp. 118850, 2022.
- [9] V. Mendes, "Modeling the neutral-atmospheric propagation delay in radiometric space techniques," *UNB geodesy and geomatics engineering technical report*, no. 199, 1999.
- [10] J. Saastamoinen, "Atmospheric correction for the troposphere and stratosphere in radio ranging satellites," *The use of artificial satellites for geodesy*, vol. 15, pp. 247-251, 1972.
- [11] M. Bevis, S. Businger, T. A. Herring, C. Rocken, R. A. Anthes, and R. H. Ware, "GPS meteorology: Remote sensing of atmospheric water vapor using the global positioning system," *Journal of Geophysical Research: Atmospheres*, vol. 97 ,no. D14, pp. 15787-15801, 1992.
- [12] C. J. Trahan, and R. E. Wyatt, "Radial basis function interpolation in the quantum trajectory method: optimization of the multi-quadric shape parameter," *Journal of Computational Physics*, vol. 185, no. 1, pp. 27-49, 2003.
- [13] M. A. Sharifi, "Comparison of the geodetic height correcting surface determination methods: A case study for Tehran," *Iranian Journal of Geophysics*, vol. 10, no. 3, pp. 40-52, 2016.
- [14] R. Franke, "Scattered data interpolation: tests of some methods," *Mathematics of computation*, vol. 38, no. 157, pp. 181-200, 1982.
- [15] W. Keller, and A. Borkowski, "Thin plate spline interpolation," *Journal of Geodesy*, vol. 93, no. 9, pp. 1251-1269, 2019.
- [16] Z. Tang, K. Chen, M. Pan, M. Wang, and Z. Song, "An augmentation strategy for medical image processing based on statistical shape model and 3D thin plate spline for deep learning," *IEEE Access*, vol. 7, pp. 133111-133121, 2019.
- [17] V. Balek, and I. Mizera, "Mechanical models in nonparametric regression," *From Probability to Statistics and Back: High-Dimensional Models and Processes—A Festschrift in Honor of Jon A. Wellner*, pp. 5-19, 2013.
- [18] G. Zhang, B. E. Patuwo, and M. Y. Hu, "Forecasting with artificial neural networks:: The state of the art," *International journal of forecasting*, vol. 14, no. 1, pp. 35-62, 1998.
- [19] Y. Kocuyigit, A. Alkan, and H. Erol, "Classification of EEG recordings by using fast independent component analysis and artificial neural network," *Journal of Medical Systems*, vol. 32, no. 1, pp. 17-20, 2008.
- [20] A. Subasi, "Automatic recognition of alertness level from EEG by using neural network and wavelet coefficients," *Expert systems with applications*, vol. 28, no. 4, pp. 701-711, 2005.
- [21] S. N. Oğulata, C. Şahin, and R. Erol, "Neural network-based computer-aided diagnosis in classification of primary generalized epilepsy by EEG signals," *Journal of medical systems*, vol. 33, no. 2, pp. 107-112, 2009.

- [22] U. Orhan, M. Hekim, and M. Ozer, "EEG signals classification using the K-means clustering and a multilayer perceptron neural network model," *Expert Systems with Applications*, vol. 38, no. 10, pp. 13475-13481, 2011.
- [23] R. Zhang, Y. Shen, Z. Tang, W. Li, and D. Zhang, "A Review of Numerical Research on the Pressure Swing Adsorption Process," *Processes*, vol. 10, no. 5, pp. 812, 2022.
- [24] I. A. Basheer, and M. Hajmeer, "Artificial neural networks: fundamentals, computing, design, and application," *Journal of microbiological methods*, vol. 43, no. 1, pp. 3-31, 2000.
- [25] D. Shepard", "A two-dimensional interpolation function for irregularly-spaced data." pp. 517-524.
- [26] D. D. Sarma, *Geostatistics with applications in earth sciences*: Springer Science & Business Media, 2010.
- [27] I. Sayin, F. Arikan, and O. Arikan, "Regional TEC mapping with random field priors and kriging," *Radio Science*, vol. 43, no. 05, pp. 1-14, 2008.
- [28] A. Lichtenstern, "Kriging methods in spatial statistics," 2013.