

آنالیز نویز سری‌های زمانی GPS به روش تجزیه‌ی سیگنال به مؤلفه‌های مود ذاتی، روش انحراف معیار و روش مثلثاتی

میلاد قربانعلی زاده خانقاه^{۱*}، رامین تهرانچی^۲، خسرو مقتصد آذر^۳

^۱ کارشناسی ارشد ژئودزی - گروه مهندسی نقشه‌برداری - دانشکده مهندسی عمران - دانشگاه تبریز
milad.g97@ms.tabrizu.ac.ir

^۲ دکتری ژئودزی - دانشکده نقشه‌برداری و اطلاعات مکانی - پردیس دانشکده‌های فنی - دانشگاه تهران
ramin.tehranchi@ut.ac.ir

^۳ استادیار گروه مهندسی نقشه‌برداری - دانشکده مهندسی عمران - دانشگاه تبریز
moghtased@tabrizu.ac.ir

(تاریخ دریافت مهر ۱۳۹۹، تاریخ تصویب خرداد ۱۴۰۰)

خلاصه

با توجه به کاربرد وسیع سری‌های زمانی GPS مانند بررسی حرکات تکتونیک، تغییر پسته زمین و دینامیک زلزله و ... ارائه‌ی روشی به‌منظور افزایش سرعت در آنالیز مؤلفه‌های واریانس اهمیت پیدا می‌کند. محققان نشان داده‌اند که تقریباً ۹۰ درصد سری‌های زمانی GPS دارای ترکیب نویز سفید+فلیکر و درصد کمتری دارای ترکیب نویز سفید+رندم‌واک هستند. در برآورد نویز سه‌گانه (سفید، فلیکر و رندم‌واک) با روش بیشترین شباهت، محققان برای کاهش ابعاد از یک رابطه‌ی مثلثاتی استفاده کرده‌اند؛ به صورتی که با ثابت بودن انحراف معیار مجموع نویزها، وقتی یکی از نویزها افزایش یابد نویزهای دیگر کاهش می‌یابند. در تحقیقات اخیر محققان موفق به برآورد نویز سفید با روش تجزیه به مودهای ذاتی شده‌اند. در این پژوهش سعی بر این است ابتدا با استفاده از روش تجزیه به مودهای ذاتی نویز سفید تخمین زده شود و سپس با رابطه مثلثاتی مذکور بتوان نویز فلیکر یا رندم‌واک را تخمین زد. پیش‌بینی می‌شود در صورت موفقیت‌آمیز بودن این پروژه، مقادیر نویز به‌صورت آنی تخمین زده شود. در نهایت نتایج روش پیشنهادی با نتایج برآورد مؤلفه‌های واریانس با کمترین مربعات (LS-VCE) مقایسه می‌شود. روش‌ها ابتدا روی سری‌های شبیه‌سازی شده مورد آزمون قرار گرفت و پس از موفقیت آن، سری‌های زمانی واقعی GPS برای تأیید استفاده شده است. در یک روش جدید دیگر با توجه به این که نویز سفید با روش تجزیه به مودهای ذاتی قابل استخراج و جداسازی است، ابتدا نویز سفید استخراج می‌شود و سپس مؤلفه‌های سری زمانی GPS شامل روند خطی، حرکات پرودیگ با فرکانس‌های سالانه و نیم-سالانه با روش کمترین مربعات استخراج می‌شود. با فرض اینکه باقیمانده نویز رنگی (فلیکر یا رندم‌واک) باشد، نوع نویز فلیکر یا رندم‌واک با استفاده از مقدار هارست مشخص می‌شود و اطلاعات آماری آن نویز قابل تخمین است (روش انحراف معیار). کاربرد دیگر مقدار هارست شناسایی مودهای ذاتی دارای نویز سفید پس از تجزیه سیگنال به مودهای ذاتی است. در این پژوهش تخمین نویز سفید با روش تجزیه به مودهای ذاتی نیز اساساً مورد بازبینی قرار گرفته است؛ ازجمله نحوه‌ی تجزیه و نحوه‌ی تشخیص مودهای دارای نویز سفید. در بین روش‌های تخمین هارست، ۱۲ روش بررسی شد و روش پرودیوگرام-جعبه ای نتایج بهتری دارد. نتایج روش‌های جدید برای سری‌های زمانی GPS و شبیه‌سازی شده دارای نویز سفید+فلیکر بسیار کارآمد، اما برای سری‌های دارای نویز سفید+رندم‌واک با چالش‌هایی همراه است.

واژگان کلیدی: سری‌های زمانی GPS، کمترین مربعات، تجزیه سیگنال به مؤلفه‌های مود ذاتی، پارامتر هارست، نویز

۱- مقدمه

مطالعه‌ی سری‌های زمانی GPS و مدل‌سازی آن کاربردهای زیادی دارد. یک مشکل اصلی این مدل‌سازی وجود نویز بالاست. مطالعات زیادی بر روی آنالیز نویز سری‌های زمانی GPS به روش‌های مختلفی انجام گرفته است. سری‌های زمانی موقعیت عمدتاً در دو بخش تابعی و آماری مورد مطالعه قرار می‌گیرد. بخش تابعی شامل اجزائی از سیگنال است که قابل مدل‌سازی باشد (مانند روند خطی (سرعت)^۱، دوره‌های سالانه و نیم-سالانه، پرش^۲ و اثرات زلزله). مدل آماری نیز بیانگر ساختار نویز در قالب ماتریس کواریانس می‌باشد. به‌منظور به دست آوردن نتایج درست، باید مدل‌های تابعی و آماری با دقت بالایی تقریب زده شوند.

یکی از اثرات سیستماتیک مدل تابعی وجود پرش در سری‌های زمانی می‌باشد که باعث برآورد آریب مجهولات از جمله سرعت می‌شود. روش‌های مختلفی توسط محققین مختلف برای کشف پرش پیشنهاد شده است که از آن جمله می‌توان به (Tehranchi et al (2020, Khazraei And Amiri-Simkooei et al (2019 و Amiri-Simkooei (2021 اشاره کرد.

طبق نتایج محققین (Williams et al (2004 و Calais (1999 ترکیب نویز سفید+فلیکر به‌عنوان بهترین مدل آماری معرفی شده است. محققین همچنین وجود نویز رندموک را در داده‌ها نشان داده‌اند (Johnson & Agnew 2000; Langbein & Bock 2004). تهرانچی و همکاران (۱۳۹۵) با مطالعه‌ی سری‌های زمانی موقعیت منطقه البرز به این نتیجه رسیدند که در نظر نگرفتن مؤلفه‌ی سیستماتیک زلزله می‌تواند اثر خود را به‌صورت حضور نویز رندموک نشان دهد. برآورد مؤلفه‌های نویز سری‌های زمانی با استفاده از روش‌های برآورد مؤلفه‌های واریانس صورت می‌گیرد. برخی از محققین با استفاده از روش بیشترین شباهت^۳ مؤلفه‌های واریانس را محاسبه نموده‌اند (Williams et al 2004; Zhang et al 1997; Mao et al 1999; He et al 2019). امیری سیمکویی در

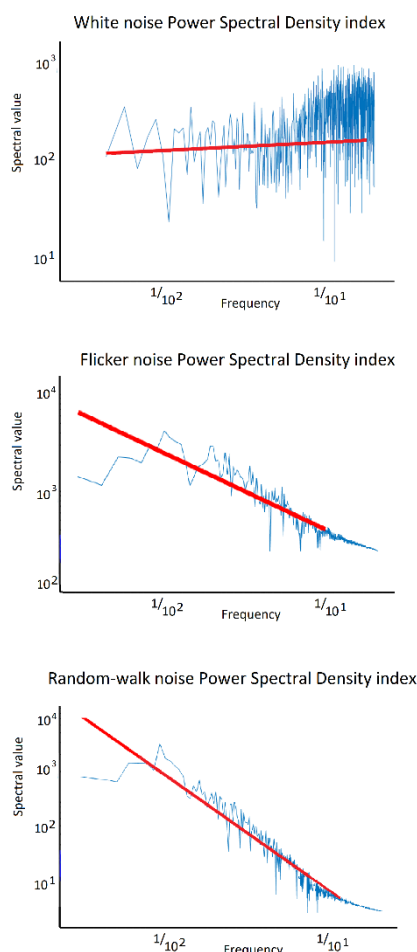
سال ۲۰۰۷ روش کمترین مربعات (LS-VCE)^۴ را برای برآورد مؤلفه‌های واریانس ارائه داده است (Amiri-Simkooei 2007). یکی از اشکالات روش‌های برآورد مؤلفه‌های واریانس این است که امکان دارد مقادیر منفی را به مؤلفه‌های واریانس اختصاص دهد. در مطالعات (Amiri-Simkooei و Moghtased-Azar et al (2016 و (2014 این مشکل برطرف شده است. از جمله مشکلات دیگر این روش‌ها کند بودن آن‌هاست و یافتن روش سریع‌تر برای کاهش زمان انجام محاسبات ضروری است. در این راستا (Tehranchi et al (2021 با استفاده از تبدیل موجک روشی چند برابر سریع‌تر برای برآورد مؤلفه‌های نویز ارائه کرده‌اند. در مطالعه‌ی Bos et al (2013 برای کاهش ابعاد و تسریع محاسبات در روش بیشترین شباهت رابطه‌ی مثلثاتی استفاده شده است. این رابطه‌ی مثلثاتی بیان می‌کند که با افزایش دامنه‌ی نویز سفید و ثابت ماندن دامنه‌ی مجموع نویزها دامنه‌ی نویز رنگی کاهش پیدا می‌کند. روش بیشترین شباهت واریانس‌ها را مجهول در نظر می‌گیرد. آنگاه مقادیری را به آن‌ها نسبت می‌دهد که با توجه به اطلاعات موجود محتمل‌ترین حالت باشند. پیچیدگی کار زمانی که دو مجهول (دو فاز فی و تتا) به‌جای سه مجهول (نویز سفید، فلیکر و رندموک) در نظر گرفته شود کاهش قابل‌توجهی می‌یابد. فاز فی رابطه‌ی مثلثاتی بین نویز سفید و نویز رنگی و فاز تتا رابطه‌ی مثلثاتی بین دو نویز رنگی (فلیکر و رندموک) است. هرچند این ساده‌سازی بسیار مؤثر می‌باشد، همچنان سرعت این روش بسیار پایین است. کمترین مربعات نیز به علت ساختن ماتریس‌های بسیار بزرگ و نیازمندی این روش به تکرار سرعت پایینی دارد. در تحقیقات جدید نویز سفید با استفاده از روش بسیار سریع تجزیه‌ی سینگنال به مؤلفه‌های مود ذاتی توسط (Montillet et al (2013 استخراج شده است. ایراد وارد بر این روش عدم توانایی در تخمین نویز رنگی است. استخراج نویز سفید چنین است که ابتدا سری زمانی GPS به مؤلفه‌های مود ذاتی تجزیه می‌شوند. سپس با استفاده از تخمین پارامتر هارست برای هر مود ذاتی تشخیص داده می‌شود که کدام مود ذاتی دارای نویز سفید است (پارامتر هارست در بخش سوم شرح داده شده است).

^۱ Rate^۲ Offset^۳ Maximum Likelihood^۴ Least Square Variance Components Estimation

ذاتی استفاده شده است. سپس تشخیص نویز فلیکر از رندمواک و آنالیز نویز فلیکر به روش انحراف معیار ارائه شده است. آنالیز نویز به روش کمترین مربعات پس از آنالیز نویز فلیکر به روش مثلثاتی و آنالیز نویز رندمواک ارائه شده و در آخر قسمت روش‌ها محاسبه‌ی دقت توضیح داده شده است. بعد از شرح داده‌های واقعی مورد استفاده (غیر از شبیه‌سازی شده) نتایج عددی به همراه توضیح مختصر و در انتها نتیجه‌گیری کلی مقاله ارائه شده است.

۲- اندیس طیفی

به منظور توصیف ویژگی‌های نویز سری‌های زمانی GPS می‌توان از اندیس طیفی یا همان اندیس توان طیفی استفاده کرد. اندیس طیفی نسبت افزایش فرکانس به افزایش دامنه را نشان می‌دهد که برای نویز سفید این مقدار برابر صفر، برای نویز فلیکر برابر ۱- و برای نویز رندمواک برابر ۲- هست. در شکل ۱ از بالا به پایین مثال‌هایی برای اندیس‌های طیفی ۰، ۱- و ۲- نمایش داده شده‌اند.



شکل ۱- (بالا) اندیس طیفی نویز سفید، (وسط) اندیس طیفی نویز فلیکر، (پایین) اندیس طیفی نویز رندمواک

در این تحقیق سعی بر این است که برآورد نویز سفید با استفاده از تجزیه سیگنال به مؤلفه‌های مود ذاتی اساساً ارتقا داده شود و سپس با رابطه‌ی مثلثاتی نویز رنگی تخمین زده شود. در صورت موفقیت‌آمیز بودن این روش، سریع‌ترین روش تخمین مقادیر نویز معرفی می‌شود که به صورت آنی مقادیر نویز را برآورد می‌کند. بدین ترتیب، روش تجزیه‌ی سیگنال به مودهای ذاتی و روش‌های مختلف تخمین هارست به منظور افزایش دقت تخمین نویز سفید مورد بررسی قرار گرفته است. در روش تجزیه سیگنال به مؤلفه‌های مود ذاتی مشکل نشت فرکانسی بین مودها اجتناب‌ناپذیر است و محاسبه‌ی نویز سفید در موارد جزئی با مشکل روبه‌رو است. طبق توضیحات (Montillet et al (2013 بعضاً جواب نویز برآورد شده با روش تجزیه به مودهای ذاتی در مقایسه با نرم‌افزار CATS^۱ اشتباه بوده است. پژوهشگران راه‌حل‌های متعددی برای حل مشکل نشت فرکانسی بین مودها ارائه داده‌اند (ولی برای تخمین نویز سفید نتایجی گزارش نشده است). توضیحاتی که در این پژوهش با عنوان تجزیه سیگنال به مودهای ذاتی ارائه شده است، برگرفته از مطالعات (Huang et al (2015 می‌باشد.

با توجه به این که روش تجزیه به مودهای ذاتی قابلیت جداسازی نویز سفید از سری زمانی را دارد (برخلاف روش‌های دیگر که فقط نویز سفید را برآورد می‌کنند)، روش جدید دیگری به نام روش انحراف معیار متولد می‌شود که برای اولین بار در این پژوهش معرفی می‌شود. در روش انحراف معیار ابتدا نویز سفید از سری زمانی جدا می‌شود و سپس مؤلفه‌های سری زمانی GPS شامل روند خطی، حرکات پرودییک با فرکانس‌های سالانه و نیم-سالانه با روش کمترین مربعات استخراج می‌شود. با این فرض که باقی‌مانده نویز رنگی باشد، می‌توان نوع نویز را اعم از فلیکر و رندمواک تشخیص داد و سپس به تخمین مقدار آن پرداخت.

در ادامه پس از توصیف اصطلاحات اندیس طیفی و پارامتر هارست، مدل تابعی و آماری سری زمانی GPS توضیح داده شده و پس از آن طریقه‌ی شبیه‌سازی سری‌های زمانی GPS بیان شده است. در قسمت روش‌ها، ابتدا روش‌های تخمین پارامتر هارست بررسی شده‌است و پس از انتخاب دقیق‌ترینشان، در آنالیز نویز سفید به روش تجزیه به مودهای

^۱ GPS coordinate time series analysis software - by Simon D. P. Williams

۴- مدل تابعی سری‌های زمانی GPS

در آنالیز سری‌های زمانی GPS برای حرکت ایستگاه مدلی استفاده می‌شود که موقعیت ایستگاه در هر سه جهت را می‌توان به صورت زیر بیان کرد:

$$\mathbf{y}(t_i) = y_0 + rt_i + a_1 \sin 2\pi t_i + b_1 \cos 2\pi t_i + a_2 \sin 4\pi t_i + b_2 \cos 4\pi t_i + e_i \quad (5)$$

که t_i به ازای $i=1,2,\dots,L$ زمان هر اپوک و t_0 مبدأ زمان است. ضرایب y_0 و r به ترتیب عرض از مبدأ و سرعت ثابت ایستگاه را نشان می‌دهند. ضرایب a_1 و b_1 بیانگر حرکات دوره‌ای سالانه و a_2 و b_2 حرکات دوره‌ای نیم-سالیه را توصیف می‌کنند و پارامترهای بردار مجهولات $\mathbf{x}$ را تشکیل می‌دهند (Nikolaïdis 2002). البته اثرات زلزله و آفست نیز وجود دارد ولی در این پژوهش از داده‌های بدون این اثرات استفاده شده است.

۵- مدل آماری سری‌های زمانی GPS

در تحلیل نویز سری‌های زمانی فرض می‌شود که $e(t_i)$ به صورت ترکیب خطی از متغیرهای تصادفی مستقل با توزیع یکنواخت $\alpha(t_i)$ و دنباله‌ای از متغیرهای تصادفی وابسته $\beta(t_i)$ باشد (Williams et al 2003):

$$e(t_i) = \sigma_w \alpha(t_i) + \sigma_c \beta(t_i) \quad (6)$$

که در آن ثابت‌های σ_w و σ_c به ترتیب دامنه نویز سفید و نویز رنگی می‌باشد. ماتریس کواریانس مشاهدات به صورت رابطه‌ی ۷ درمی‌آید:

$$Q_y = \sigma_w^2 I + \sigma_c^2 Q_k \quad (7)$$

که در آن Q_y ماتریس کواریانس مشاهدات، I ماتریس کواریانس نویز سفید و Q_k ماتریس کوفاکتور برای نویز رنگی با اندیس طیفی k می‌باشد. ماتریس کوفاکتور نویز سفید برابر ماتریس واحد است و ماتریس کوفاکتور نویزهای فلیکر و رندم‌واک را می‌توان به صورت رابطه‌ی ۱۱ بیان کرد:

$$h_0 = 1 \quad (8)$$

$$h_i = \left(\frac{k}{2} + i - 1\right) \frac{h_{i-1}}{i} \quad (9)$$

توان طیفی بسیاری از پدیده‌های ژئوفیزیکی، از جمله نویز سری‌های زمانی GPS، با یک فرآیند قانون-توان^۱ به خوبی تخمین زده می‌شود (Agnew 1992; Mao et al 1999; Williams 2003a). به منظور محاسبه‌ی اندیس طیفی، نویز را به وسیله‌ی تبدیل فوریه به فضای فرکانس می‌بریم. برای نویز e رابطه‌ی زیر نوشته می‌شود (Nikolaïdis 2002):

$$p_e(f) = \frac{1}{L} \left| \sum_{n=0}^{L-1} e_n \exp(-2\pi i n f) \right|^2 \quad (1)$$

$$P(f) = 10 \log \left(\frac{2 p_e(f)}{f_s} \right) \quad (2)$$

که L تعداد اپوک و f_s فرکانس نمونه‌برداری است. در نمودار لگاریتمی (dB)، شیب خط برازش داده‌شده به پرودوگرام لگاریتمی، اندیس طیفی k را نشان می‌دهد:

$$k = \frac{P(f)}{10 \log f} \quad (3)$$

۳- پارامتر هارست

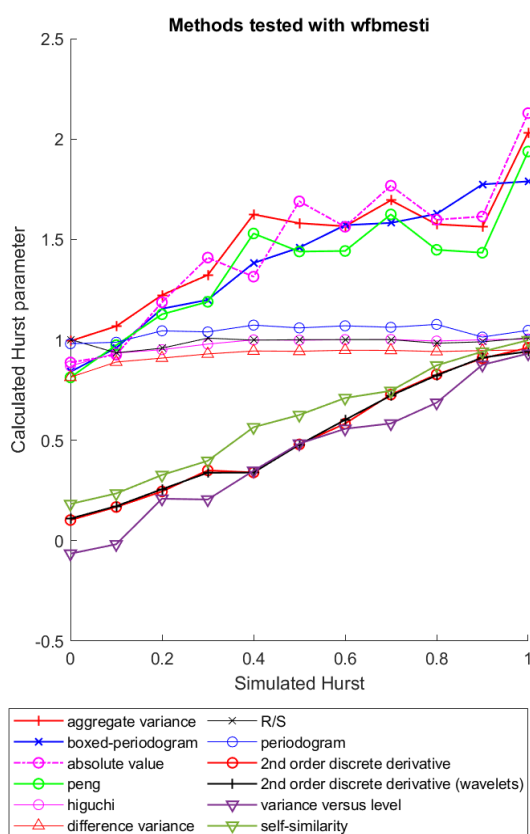
این پارامتر به منظور مشخص کردن نوع نویز سری‌های زمانی استفاده می‌شود. در اصل بین $[0, 1]$ تعریف شده است اما برآورد این مقدار خارج از این بازه هم ممکن است. اگر مقدار محاسبه‌شده کمتر از ۰/۵ باشد، داده‌ها (اپوک‌ها) شباهت معکوس دارند و اطلاعات آماری داده‌ها بیشتر گاوسی است؛ اما در صورتی که مقدار محاسبه‌شده بیشتر از ۰/۵ باشد، داده‌ها شباهت مستقیم دارند و اطلاعات آماری داده‌ها بیشتر براونی است. زمانی که این مقدار ۰/۵ باشد، حرکت براونی استاندارد می‌شود. قابل ذکر است اگر داده در طولش همبستگی داشته باشد (مانند نویز رنگی) مقدار پارامتر هارست بیش از ۰/۵ به دست می‌آید (Montillet And Yu 2011). ارتباط پارامتر هارست و اندیس طیفی در رابطه‌ی ۴ نشان داده شده است (Montillet et al 2013):

$$k = 1 - 2H \quad (4)$$

روش‌های تخمین هارست در بخش روش‌ها توضیح داده شده‌اند.

^۱ Power-law

کمک موجک^۳ و «انحراف تراز»^۴ با دستور *wfbmesti* در متلب قابل محاسبه‌اند. روش‌های پریودوگرام-جعبه‌ای^۵ و خودشباهتی^۶ در پژوهش (Montillet et al 2013) برای تشخیص نویز سفید استفاده شده است. هر تابع به طول l و هارست H در نرم‌افزار متلب با دستور *wfbm (H, l)* قابل تولید است. در این پژوهش توابع به طول ۲۵۰۰ و هارست از ۰ تا ۱ تولید شد و به منظور بررسی روش‌های تخمین پارامتر هارست مورد استفاده قرار گرفت (شکل ۲). در شکل ۲ به نظر می‌رسد روش‌های خودشباهتی و سه روش «مشتق زنجیری مرتبه دوم»، «مشتق زنجیری مرتبه دوم به کمک موجک» و «انحراف تراز»، عملکرد خوبی در برآورد مقدار هارست نسبت به سایر روش‌ها دارند؛ اما با آزمایش نویز شبیه‌سازی شده‌ی شبیه به نویز GPS نتیجه عکس شد. شکل ۳ مشخص می‌کند که روش‌هایی که در شکل ۲ عملکرد بهتری داشته‌اند، غیر قابل استفاده هستند.



شکل ۲- آزمایش روش‌های تخمین هارست با توابع تولید شده در متلب

روش‌های «مشتق زنجیری مرتبه دوم»، «مشتق زنجیری مرتبه دوم به کمک موجک»، انحراف تراز و روش خودشباهتی

^۳ 2nd order discrete derivate using wavelet

^۴ Variance versus level

^۵ Boxed-periodogram

^۶ Self-similarly

$$T = \begin{bmatrix} h_0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ h_1 & h_0 & 0 & \dots & 0 \\ h_2 & h_1 & h_0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ h_n & h_{n-1} & h_{n-2} & \dots & h_0 \end{bmatrix} \quad (10)$$

$$Q_k = TT^T \quad (11)$$

۶- شبیه‌سازی

برای شبیه‌سازی سری زمانی GPS، ضرایب a_1 و y_0 ، ضرایب a_2 و b_2 به صورت تصادفی بین ۵ الی ۱۵ توسط نرم‌افزار متلب انتخاب شده‌اند. مقدار واریانس هریک از نویزهای سفید، فلیکر و رندموک به صورت رندم بین ۴ تا ۳۶ (انحراف معیار ۲ تا ۶) توسط متلب انتخاب شده است. نویز سفید با امید ریاضی صفر و دارای تنوع فرکانسی بالا با دستور *random* در نرم‌افزار متلب قابل تولید است. نویز فلیکر و رندموک با واریانس σ_k^2 را می‌توان با هم گشت^۱ نویز سفید W_j با h_i (از رابطه‌ی ۹) تولید کرد (Bos et al 2008; Hosking 1981):

$$r_j = \sigma_k^2 \sum_{i=0}^{\infty} h_i W_{j-i} / 365.25^{k/4} \quad (12)$$

در داده‌های GPS به دلایل گوناگون گپ ایجاد می‌شود. در این پژوهش، به منظور نزدیک شدن به واقعیت، صفر، ده، بیست، سی و چهل درصد سری زمانی به صورت تصادفی حذف شده است. جدول ۱ پارامترهای شبیه‌سازی شده در سری‌های زمانی را نشان می‌دهد.

جدول ۱- پارامترهای سری‌های زمانی شبیه‌سازی شده

طول سری زمانی	گپ	ترکیب نویز	τ و y_0 b_1 و a_1 b_2 و a_2	تعداد سری نویزها	دامنه‌ی نویزها
۲۵۰۰	۴۰ تا ۶۰	سفید+فلیکر	۱۵ تا ۵	۲۵۰	۲ تا ۶
۳۰۰۰	۴۰ تا ۶۰	سفید+فلیکر	۱۵ تا ۵	۲۵۰	۲ تا ۶
۸۸۰۰	۴۰ تا ۶۰	سفید+ رندموک	۱۵ تا ۵	۱۵۰	۲ تا ۶

۷- روش‌ها

۷-۱- روش‌های تخمین پارامتر هارست

از بین ۱۲ روش تخمین پارامتر هارست، روش‌های «مشتق زنجیری مرتبه دوم»^۲، «مشتق زنجیری مرتبه دوم به

^۱ Convolution

^۲ 2nd order discrete derivate

۷-۲- آنالیز نویز سفید به روش تجزیه‌ی سیگنال به مودهای ذاتی

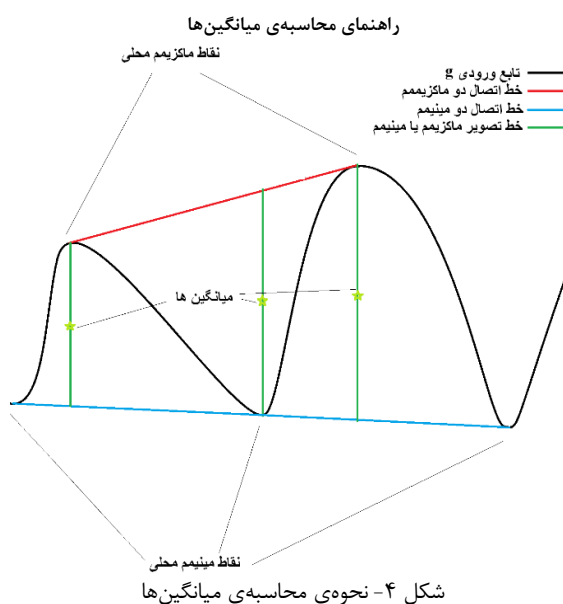
در روش تجزیه‌ی سیگنال به مودهای ذاتی، تابع y به توابع مود ذاتی IMF^۳ تجزیه می‌شوند. تابعی می‌تواند به‌عنوان تابع مود ذاتی انتخاب شود که با دو شرط توابع مود ذاتی سازگار باشد:

۱. در طول کل تابع تعداد اکسترمم‌ها با تعداد صفر گذرها مساوی یا اختلافشان بیش از یک باشد؛
 ۲. میانگین پوش بالا و پوش پایین صفر باشد.
- توابع مود ذاتی با آلفا کردن^۴ تعیین می‌شوند. مراحل آلفا کردن عبارت‌اند از:
- (۱) نقاط اکسترمم تابع ورودی g استخراج می‌شود.

$$g_0(t) = y(t) \quad (13)$$

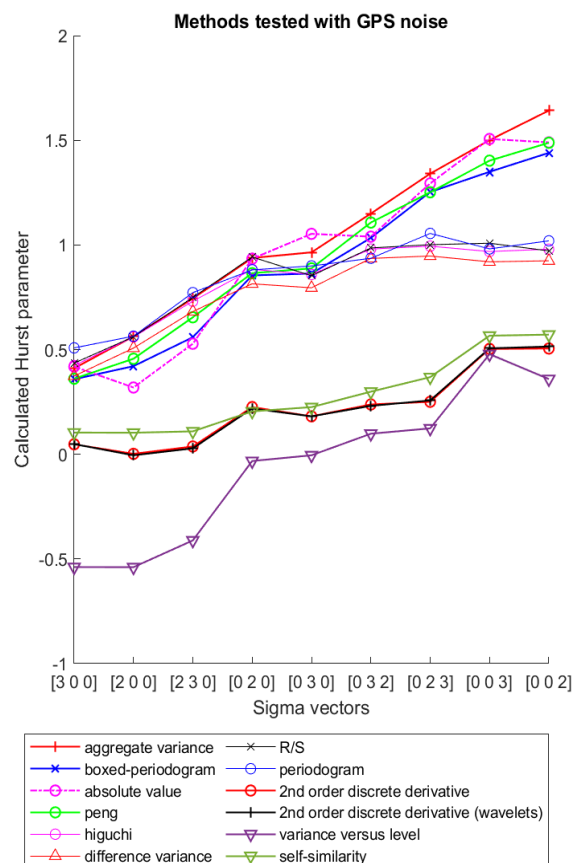
(۲) نقاط ماکزیمم محلی را به هم و نقاط مینیمم محلی را به هم وصل می‌کنیم.

(۳) بعد از اتصال دو ماکزیمم با خط، روی این خط در امتداد عمودی نقطه‌ی مینیمم، نقطه‌ای انتخاب می‌شود (تصویر مینیمم روی خط اتصال دو ماکزیمم) تا بتوان با مینیمم جمع زد و میانگین به دست آورد. متقابلاً بعد از اتصال دو مینیمم با خط، روی این خط در امتداد عمودی نقطه‌ی ماکزیمم، نقطه‌ای انتخاب می‌شود (تصویر ماکزیمم روی خط اتصال دو مینیمم) تا بتوان با ماکزیمم جمع زد و میانگین به دست آورد (شکل ۴).



^۳ Intrinsic mode functions
^۴ Sifting

مقدار کمتر از نیم را نشان می‌دهند و طبق پژوهش Montillet et al 2013 مقدار هارست بین ۰ و ۰/۶ نشان‌دهنده‌ی نویز سفید است؛ درحالی‌که همه‌ی توابع در شکل ۳ دارای نویز سفید نیستند. از طرفی روش‌های پریرودوگرام، هیگوچی^۱، R/S، اختلاف واریانس لحظه‌ای^۲ به‌این‌علت که تفاوتی بین نویز فلیکر و نویز رندم‌واک نشان نمی‌دهند، پیشنهاد نمی‌شوند. برای اطلاعات بیشتر در مورد روش‌های تخمین هارست به مقاله‌ی Rea (2009) مراجعه شود. در شکل ۳ سری‌های دارای نویز سفید، در اکثر روش‌ها بین ۰/۲ و ۰/۶ به‌دست آمده است. با توجه به مطالعات Montillet et al (2013)، مقدار هارست به ما درجه آزادی می‌دهد، به این معنی که می‌توانیم این مقدار را به‌منظور تعیین نویز سفید، کمی بیشتر یا کمتر در نظر بگیریم. آن‌ها با دو بار به دست آوردن نویز سفید یک‌بار با انتخاب مودهای دارای هارست بین ۰ و ۰/۵۴ و یک‌بار با انتخاب مودهای دارای هارست بین ۰ و ۰/۶، عدم قطعیت برآورد نویز سفید را نیز محاسبه کرده‌اند.



شکل ۳- آزمایش روش‌های تخمین هارست با توابع شبیه نویز GPS بردارها در محور x نشان‌دهنده‌ی $\sigma = [\sigma_w \ \sigma_{fl} \ \sigma_{rw}]$ هستند؛ که به ترتیب نویز سفید، نویز فلیکر و نویز رندم‌واک را نمایش می‌دهند

^۱ higuchi
^۲ Difference [moment] variance

با هم جمع زده می‌شوند. انحراف معیار مجموع مودها را محاسبه می‌کنیم تا انحراف معیار نویز سفید به دست آید (Montillet et al 2013). با توجه به شکل ۳ و توضیحات مربوطه در این پژوهش مقدار هارست به‌منظور محاسبه‌ی نویز سفید بین ۰/۲ و ۰/۵۶ انتخاب شده است. سپس می‌توان مودهای جمع زده‌شده را از سری زمانی تفريق کرد و به عبارتی نویز سفید جدا می‌شود.

۷-۳- تشخیص سفید+فلیکر از سفید+رندمواک و آنالیز نویز فلیکر به روش انحراف معیار

مودهای دارای نویز سفید (S_w) را با روش تجزیه به مؤلفه‌های مود ذاتی استخراج و از سری زمانی تفريق می‌کنیم:

$$\mathbf{y}_{new} = \mathbf{y} - S_w \quad (16)$$

در رابطه‌ی زیر با استفاده از کمترین مربعات مؤلفه‌های بردار مجهولات را به دست می‌آوریم:

$$\hat{\mathbf{x}} = (A^T A)^{-1} A^T \mathbf{y}_{new} \quad (17)$$

$$\hat{\mathbf{e}}' = \mathbf{y}_{new} - A\hat{\mathbf{x}} \quad (18)$$

که $\hat{\mathbf{x}}$ بردار مجهولات و A ماتریس طرح می‌باشند. با فرض اینکه باقی‌مانده ($\hat{\mathbf{e}}'$) دارای نویز رنگی هست، به‌منظور تشخیص نوع نویز (فلیکر یا رندمواک) مقدار هارست برای این باقی‌مانده را محاسبه می‌کنیم.

انتخاب حد آستانه‌ی تفکیک نویز فلیکر از رندمواک به‌صورت آزمایش و خطا بوده است و برای روش‌های مختلف تخمین هارست متفاوت خواهد بود. در این پژوهش که از روش پریودوگرام جعبه‌ای استفاده شده است، در صورتی که مقدار هارست نزدیک ۱ باشد، نویز فلیکر و در صورتی که بیش از ۱/۲ باشد، نویز رندمواک تشخیص داده می‌شود. در اصل مقدار هارست بین صفر و یک تعریف شده است اما با جاگذاری در رابطه‌ی ۴ مقدار هارست سیگنالی با اندیس طیفی ۲- ۱/۵ به دست می‌آید. همچنین در شکل‌های ۲ و ۳ مشخص است که این مقدار بیش از یک و کمتر از صفر نیز به‌دست‌آمده است. تشخیص این دو نوع نویز ۹۵/۵ درصد صحیح است (در آزمایش ۱۰۰۰ سری زمانی شبیه‌سازی‌شده). در صورتی که وجود نویز فلیکر تشخیص داده شود، باقی‌مانده $\hat{\mathbf{e}}'$ را در رابطه‌ی ۱۹ قرار داده و نویز فلیکر را به دست می‌آوریم:

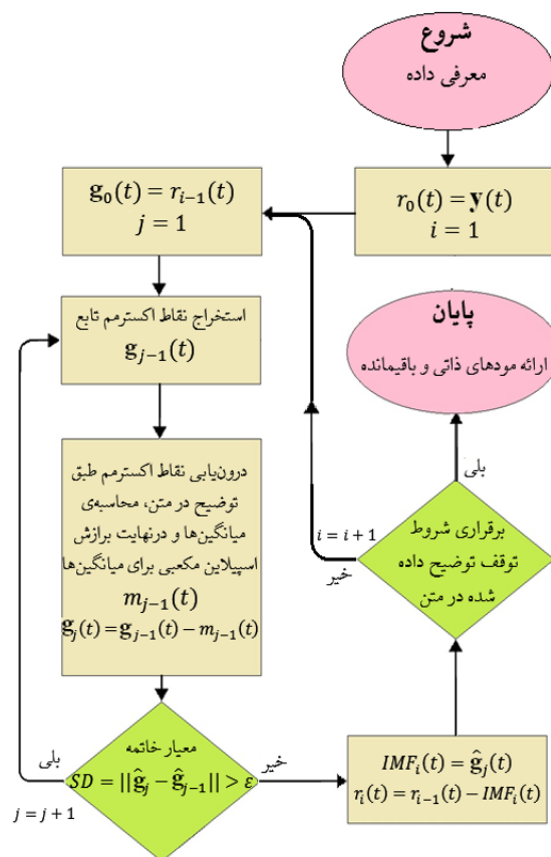
(۴) اسپیلاین مکعبی بر این نقاط میانگین، برازش داده می‌شود (m_j) و از تابع ورودی حلقه کم می‌شود:

$$\hat{\mathbf{g}}_j = \mathbf{g}_{j-1}(t) - \mathbf{m}_j \quad (14)$$

(۵) برای تابع به‌دست‌آمده در مرحله ۴ تا زمانی که حاصل رابطه‌ی ۱۵ از مقدار از پیش تعیین‌شده‌ی اسپیلون کمتر شود، مراحل برای $\hat{\mathbf{g}}_j$ تکرار خواهد شد (حلقه ۱).

$$\|\hat{\mathbf{g}}_j - \hat{\mathbf{g}}_{j-1}\| \quad (15)$$

زمانی که شرط پایان حلقه‌ی اول برقرار شد، اولین IMF به‌دست‌آمده است، عملیات الگ کردن را برای باقی‌مانده تکرار می‌کنیم تا تعداد نقاط اکسترمم کمتر از سه شود. شرط دیگر پایان این حلقه، ۱۰۰ تایی شدن مودها است (حلقه ۲)؛ در عمل هیچ‌وقت تعداد به ۱۰۰ نمی‌رسد (Huang et al 2015). الگوریتم این روش در شکل ۵ نشان داده شده است.



شکل ۵- الگوریتم تجزیه به مؤلفه‌های مود ذاتی

حال مقدار هارست برای هر مود ذاتی محاسبه می‌شود. در صورتی که این مقدار بین ۰ و ۰/۵ باشد، مود ذاتی دارای نویز سفید است. مودهای دارای نویز سفید

۷-۷- آنالیز نوین با LS-VCE

یک مزیت این روش نسبت به سایر روش‌های ارزیابی مؤلفه واریانس این است که برآوردگرهای کمترین مربعات (وزنی) از توزیع مشاهدات مستقل هستند. بر اساس توزیع نرمال مشاهدات اصلی، ماتریس کوواریانس مشاهدات در مدل آماری استخراج می‌شود. بنابراین می‌توان با در نظر گرفتن ماتریس وزن به‌عنوان وارون ماتریس کوواریانس، برآوردگرهای حداقل واریانس را به دست آوریم. تخمین مؤلفه‌های واریانس به روش کمترین مربعات با استفاده از تکرار، روشی قدرتمند و انعطاف‌پذیر است (Amiri-Simkooei 2007):

$$\hat{\sigma}^2 = [\sigma_w^2; \sigma_c^2]^T \quad (25)$$

$$\hat{\sigma}^2 = N^{-1}l \quad (26)$$

$$N_{ij} = \frac{1}{2} \text{trace}(Q_i Q_y^{-1} P_A^\perp Q_j Q_y^{-1} P_A^\perp) \quad (27)$$

$$l_i = \frac{1}{2} \hat{\mathbf{e}}^T Q_y^{-1} Q_i Q_y^{-1} \hat{\mathbf{e}} \quad (28)$$

$$\hat{\mathbf{e}} = P_A^\perp \mathbf{y} \quad (29)$$

$$P_A^\perp = I - A(A^T Q_y^{-1} A)^{-1} A^T Q_y^{-1} \quad (30)$$

در روابط بالا، در هر دو طرف معادله مجهول داریم. پس مقدار آغازین برای بردار $\hat{\sigma}^2$ در نظر گرفته می‌شود و با روش تکرار تا زمانی که $\|\hat{\sigma}_i^2 - \hat{\sigma}_{i-1}^2\|$ کمتر از اپسیلون از پیش تعیین‌شده باشد، قابل حل است.

۷-۸- تأثیر برآورد نوین در دقت سرعت

ماتریس کواریانس مجهولات با رابطه‌ی زیر قابل محاسبه است (Klos et al 2014):

$$Q_x = (A^T Q_y^{-1} A)^{-1} \quad (31)$$

$$Q_x = \begin{bmatrix} \sigma_{y_0}^2 & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \sigma_r^2 & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \sigma_{a_1}^2 & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \sigma_{b_1}^2 & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \sigma_{a_2}^2 & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \sigma_{b_2}^2 \end{bmatrix} \quad (32)$$

$$\sigma_{fl} = \text{std}(\hat{\mathbf{e}}') / (365.25)^{k/4} \quad (19)$$

std انحراف معیار می‌باشد.

۷-۴- آنالیز نوین فلیکر به روش مثلثاتی

Bos et al (2013) از رابطه‌ی مثلثاتی بین نویز سفید و نویز رنگی (رابطه‌ی ۲۰) به‌منظور کاهش ابعاد و تسریع در محاسبات تخمین بیشترین شباهت استفاده کرده‌اند:

$$Q_y = \sigma^2 (\cos^2 \varphi I + \sin^2 \varphi (\cos^2 \theta Q_{fl} + \sin^2 \theta Q_{rw})) \quad (20)$$

که Q_{rw} و Q_{fl} به ترتیب ماتریس کوفاکتور نویز فلیکر و نویز رندم‌واک و σ^2 واریانس باقی‌مانده $\mathbf{e}$ است. برای ترکیب نویز سفید+فلیکر فاز θ برابر صفر و برای ترکیب نویز سفید+رندم‌واک فاز θ برابر $\pi/2$ است. دامنه نویز سفید σ_w که قبلاً از تجزیه سیگنال به موده‌های ذاتی به‌دست‌آمده است و دامنه مجموع نویزها σ را در رابطه‌ی ۲۱ قرار می‌دهیم و به کمک فاز φ انحراف معیار نویز فلیکر را از رابطه‌ی ۲۲ به دست می‌آوریم:

$$\varphi = \cos^{-1} \frac{\sigma_w}{\sigma} \quad (21)$$

$$\sigma_{fl} = \sigma \sin \varphi / (365.25)^{k/4} \quad (22)$$

۷-۵- آنالیز نوین رندم‌واک

رابطه‌ی مثلثاتی بین نویز سفید و نویز رنگی با اندیس طیفی k به ازای $k \geq 1/5$ برقرار است (Bos et al 2013). پس برای نویز رندم‌واک با اندیس طیفی ۲- نمی‌توان از این رابطه استفاده کرد. زمانی که از رابطه‌های ۱۹ و ۲۲ به‌منظور تخمین نویز رندم‌واک استفاده شد، مقادیر بسیار متفاوتی به دست آمد. با کمی تغییر در فرمول مقادیر نسبتاً نزدیک به کمترین مربعات در هر دو روش به دست می‌آید. رابطه‌های ۱۹ و ۲۲ به‌منظور محاسبه‌ی نویز رندم‌واک به‌صورت زیر تغییر پیدا می‌کنند:

$$\sigma_{rw} = \sin \varphi \quad (23)$$

$$\sigma_{rw} = \text{std}(\hat{\mathbf{e}}') \quad (24)$$

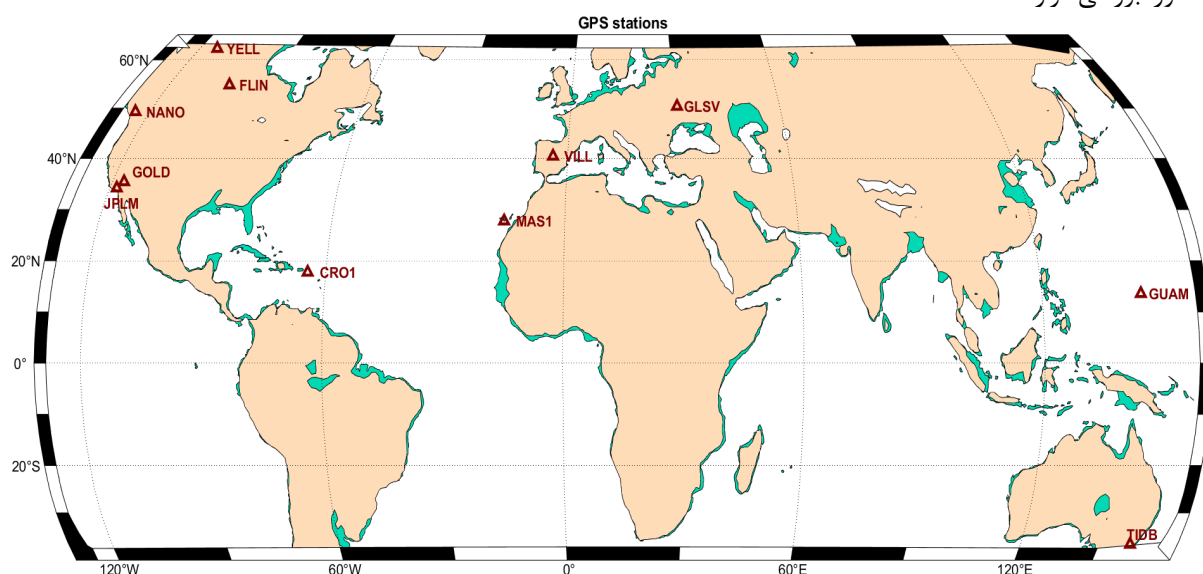
۸- داده‌های مورد استفاده

به منظور تضمین کارایی روش‌های پیشنهادی، از داده‌های واقعی (GPS) نیز در برآورد مؤلفه‌های واریانس استفاده شده و نتایج این روش‌ها با نتایج برآورد مؤلفه‌های واریانس به روش کمترین مربعات مقایسه و ارائه شده است. داده‌های SopacCleanTrendNEU این ایستگاه‌ها از سایت <ftp://garner.ucsd.edu/pub/timeseries/measures/ats> دانلود شده است. در این تحقیق از داده‌هایی که دارای ترکیب نویز سفید+فلیکر باشند استفاده شده است بطوری که معیار انتخاب داده‌ها نتایج مندرج در پژوهش (He et al (2018 می‌باشد. شکل ۶ محل این ایستگاه‌ها را نشان می‌دهد.

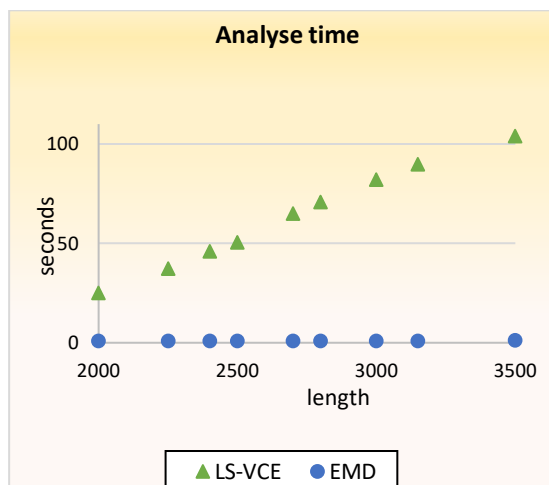
که مؤلفه‌های قطری ماتریس Q_x به ترتیب نشان‌دهنده‌ی واریانس عرض از مبدأ، واریانس سرعت، واریانس مؤلفه‌های نیم-سالانه و واریانس مؤلفه‌های سالانه هستند. در معادله‌ی ۷ یک‌بار نویز شبیه‌سازی شده و یک‌بار نویز مورد محاسبه را قرار می‌دهیم و حاصل را در رابطه‌ی ۳۱ وارد می‌کنیم. مؤلفه‌های قطری، واریانس هستند. برای به دست آوردن دقت نسبی، سیگماها را بدون توان دوم در رابطه‌ی ۳۳ قرار می‌دهیم:

$$\frac{\sigma - \sigma_{sim}}{\sigma_{sim}} \quad (33)$$

که σ_{sim} با مقادیر شبیه‌سازی شده حاصل شده است. در این پژوهش برآورد سرعت مدنظر است لذا واریانس سرعت σ_r^2 مورد بررسی قرار داده شده است.



شکل ۶- مکان ایستگاه‌های GPS مورد استفاده



شکل ۷- هر نقطه نشان‌دهنده‌ی زمان هر یک از سری‌های زمانی هست؛ که از ۵۰۰ سری زمانی با طول‌های متفاوت از ۲۰۰۰ تا ۳۵۰۰ میانگین گرفته شده است

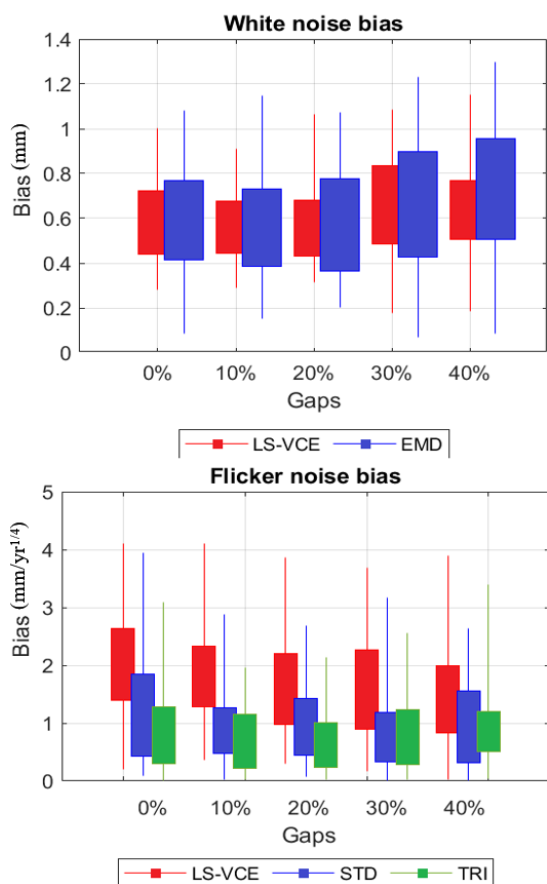
۹- بحث و نتایج عددی

۹-۱- زمان انجام پردازش

مدت زمان محاسبات انجام شده را در شکل ۷ مشاهده می‌کنید. در این شکل منظور از عبارت EMD، مجموع زمان محاسبه‌ی نویز سفید با روش تجزیه به مودهای ذاتی و نویز رنگی با روش‌های مثلثاتی و انحراف معیار است. نتایج در رایانه‌ای با حافظه ۸ گیگابایت به دست آمده است.

۹-۲- سری‌های زمانی شبیه‌سازی شده با ترکیب نویز سفید+فلیکر

نتایج روش‌های تجزیه به مودهای ذاتی و کمترین مربعات در تخمین نویز سفید، نتایج روش‌های مثلثاتی و انحراف معیار با روش کمترین مربعات در تخمین نویز فلیکر و نتایج تعیین سرعت سری زمانی در روش کمترین مربعات و نتایج تعیین سرعت پس از برآورد نویز سفید به روش تجزیه سیگنال به مودهای ذاتی و نتایج عدم قطعیت سرعت^۱ در شکل‌های ۸ تا ۱۳ نمایانند. در قسمت بالای شکل‌های ۸ و ۹ (مربوط به بایاس نویز سفید) روش تجزیه به مودهای ذاتی در مقایسه با روش کمترین مربعات عمل کرد ضعیفی نداشته و با توجه به اینکه در زمان بسیار کمتری به این نتایج رسیده است (شکل ۷)، می‌توان به جای کمترین مربعات از آن استفاده کرد. در قسمت پایین دو شکل ۸ و ۹، بایاس نویز فلیکر در دو روش پیشنهادی کمتر از روش کمترین مربعات هست و در زمان کوتاه‌تر نیز به نتیجه می‌رسند (شکل ۷). در شکل ۱۰ (بایاس سرعت سری‌های زمانی) تفاوت چندانی در برآورد سرعت به وجود نیامده است، اما در شکل ۱۱ عدم قطعیت سرعت در روش پیشنهادی کمتر است. در بررسی داده‌های شبیه‌سازی شده با ترکیب نویز سفید+فلیکر، روش‌های پیشنهادی از کمترین مربعات عملکرد بهتری دارد.

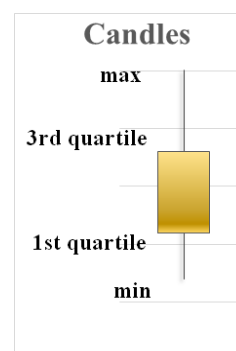


شکل ۸- بایاس نویز سفید (بالا) و نویز فلیکر (پایین). هر شمع اطلاعات آماری ۵۰ سری زمانی به طول ۲۵۰۰ را نشان می‌دهند؛ که دارای مقادیر متنوع گپ هستند

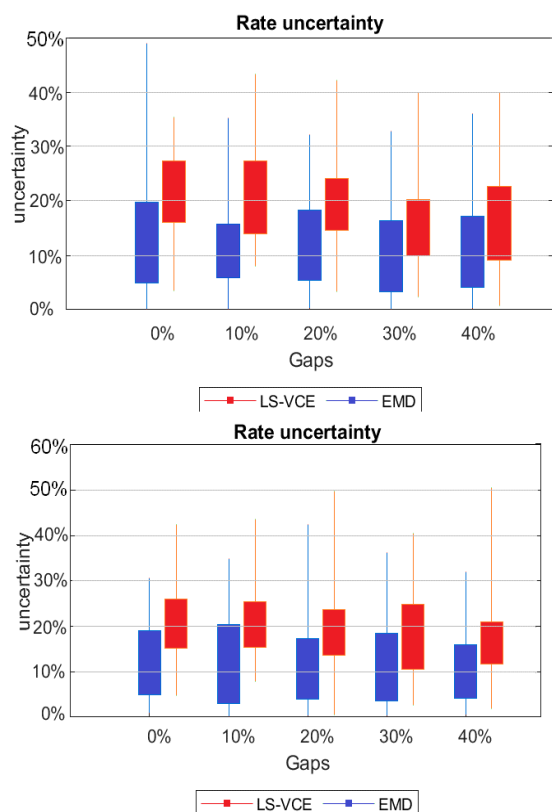
توضیح برخی اصطلاحات اختصاری:

- EMD: تجزیه سیگنال به مؤلفه‌های مود ذاتی.
- TRI: روش مثلثاتی در تخمین نویز فلیکر.
- STD: روش انحراف معیار در تخمین نویز فلیکر.
- Bias یا بایاس: اختلاف از مقدار شبیه‌سازی شده.
- LS-VCE: تخمین مؤلفه‌های واریانس به روش کمترین مربعات.

راهنمای شکل‌ها: بالا و پایین مستطیل نشان‌دهنده‌ی چارک سوم و اول می‌باشند و سایه‌های بالا و پایین مقدار بیشینه و کمینه را نشان می‌دهند.



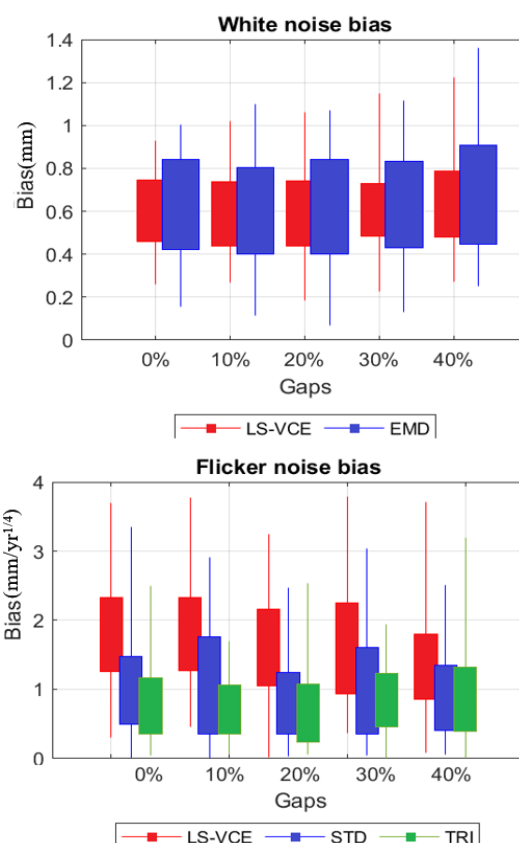
^۱Rate uncertainty



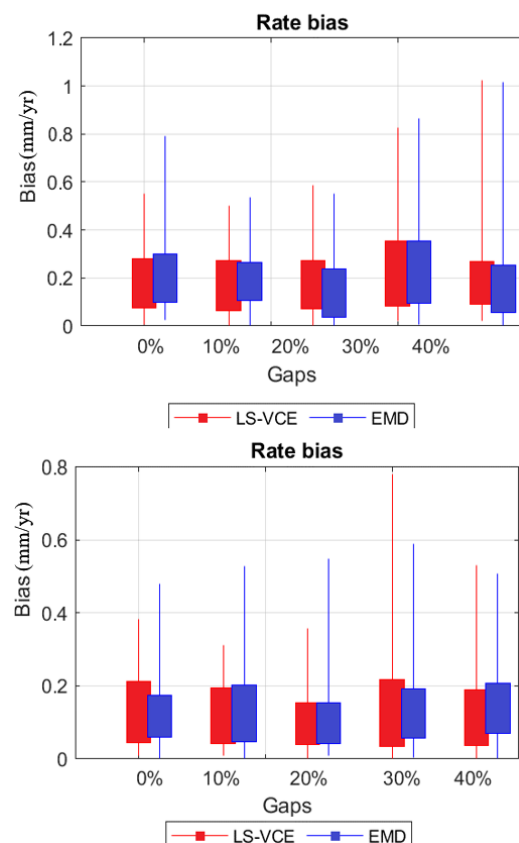
شکل ۱۱- عدم قطعیت سرعت سری‌های زمانی؛ (بالا) سری‌های زمانی به طول ۲۵۰۰ (پایین) سری‌های زمانی به طول ۳۰۰۰.

۳-۹- سری‌های زمانی شبیه‌سازی شده با ترکیب نویز سفید+رندم‌واک

همان‌طور که در قسمت بالایی شکل ۱۲ قابل‌مشاهده هست، در آنالیز نویز سفید و نویز رندم‌واک، بایاس نویز سفید در تجزیه به موده‌های ذاتی کمتر از بایاس کمترین مربعات می‌باشد. به عبارتی روش تجزیه‌ی سیگنال به موده‌های ذاتی در تخمین نویز سفید عملکرد بهتری نسبت به کمترین مربعات داشته است. برخلاف انتظار، روش مثلثاتی و انحراف معیار در برآورد نویز رندم‌واک به‌خوبی برآورد نویز فلیکر عمل‌نکرده‌اند. در شکل ۱۳ مشاهده می‌شود که بایاس سرعت تغییر زیادی نداشته ولی عدم قطعیت سرعت افزایش‌یافته است. مقادیر نویز رندم‌واک در روش‌های پیشنهادی با کمی اختلاف به دست می‌آیند، اما سرعت و عدم قطعیت به‌دست‌آمده از این روش‌ها در مقایسه با کمترین مربعات قابل‌قبول و در زمان بسیار کمتر به دست می‌آید.



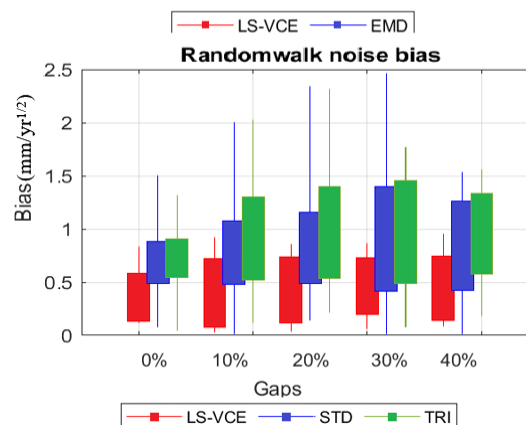
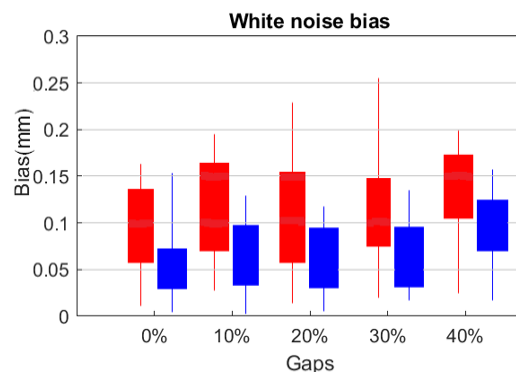
شکل ۹- بایاس نویز سفید (بالا) و نویز فلیکر (پایین). هر شمع اطلاعات آماری ۵۰ سری زمانی به طول ۳۰۰۰ را نشان می‌دهند



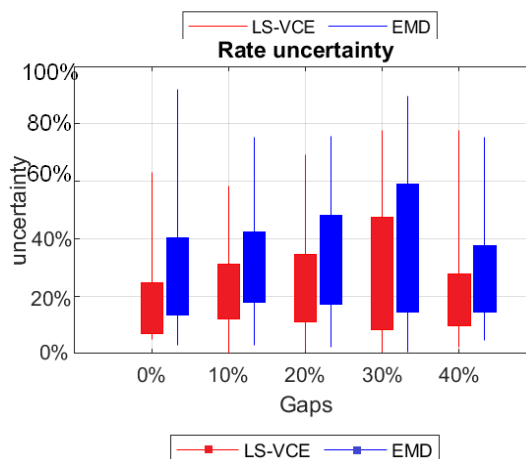
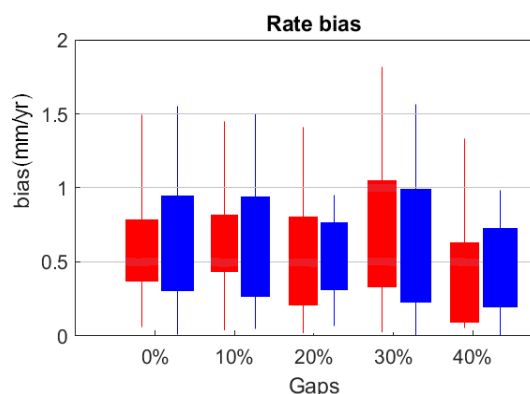
شکل ۱۰- بایاس سرعت سری‌های زمانی؛ (بالا) سری‌های زمانی به طول ۲۵۰۰ (پایین) سری‌های زمانی به طول ۳۰۰۰

۴-۹- نتایج روش‌ها در سری‌های زمانی واقعی GPS

جدول ۲ اختلاف چارک سوم از چارک اول اختلاف‌های مقادیر برآورد شده با روش‌های مختلف را نشان می‌دهد. منظور از عبارت "اختلاف نویز سفید EMD"، اختلاف نویز سفید برآورد شده از روش تجزیه به موده‌های ذاتی نسبت به نویز سفید برآورد شده از روش کمترین مربعات می‌باشد. هرچه مقدار IQR کمتر باشد نشان می‌دهد اختلاف‌های مقادیر برآورد شده به هم نزدیک‌ترند و داده پرت ندارند. در شکل‌های ۱۴ و ۱۵ به ترتیب برآورد نویز سفید و برآورد نویز فلیکر روش‌های پیشنهادی با روش کمترین مربعات مقایسه شده است. محاسبه‌ی عدم قطعیت نویزهای روش‌های مختلف با جاگذاری دامنه‌ی نویز در رابطه‌ی ۷ و محاسبه‌ی ماتریس N (ماتریس واریانس کواریانس مؤلفه‌های نویز) از رابطه‌ی ۲۷ انجام می‌شود. با توجه به عدم قطعیت نویز سفید در ایستگاه YELL در شکل ۱۶، تخمین نویز سفید به روش تجزیه به موده‌های ذاتی دقیق‌تر از کمترین مربعات انجام شده است. در شکل ۱۷ در بیشتر ایستگاه‌ها عدم قطعیت نویز فلیکر در روش‌های پیشنهادی خوب و در دو مورد قابل قبول است. نهایتاً شکل ۱۸ که سرعت ایستگاه‌ها را نشان می‌دهد، تفاوت‌ها به قدری کوچک هستند که به چشم نمی‌آیند. عملکرد استخراج نویز سفید به روش تجزیه به موده‌های ذاتی مطلوب است. بین دو روش مثلثاتی و انحراف معیار نتایج روش مثلثاتی به کمترین مربعات نزدیک‌تر است. محاسبه‌ی سرعت با استفاده از ماتریس وزن تشکیل‌شده از مؤلفه‌های واریانس انجام می‌شود. سرعت محاسبه‌شده با مؤلفه‌های کمترین مربعات و روش‌های پیشنهادی تفاوت چندانی ندارند (میانگین اختلاف سرعت روش انحراف معیار mm/yr ۰/۰۰۹ و در روش مثلثاتی mm/yr ۰/۰۰۶ است). عدم قطعیت نسبی سرعت در روش مثلثاتی کمتر از روش انحراف معیار است.



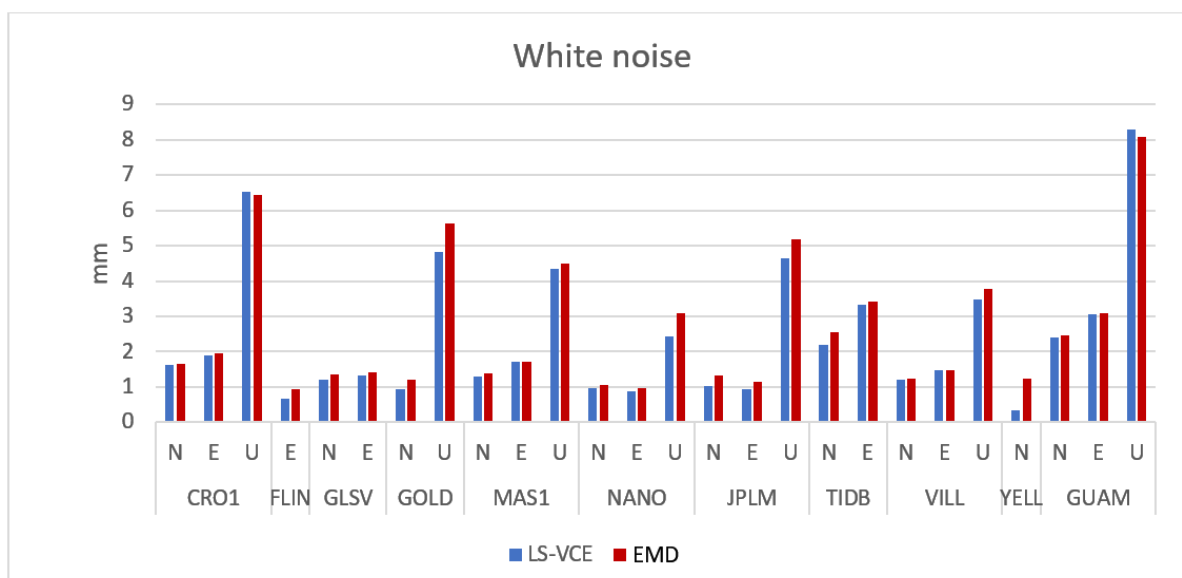
شکل ۱۲- بایاس نویز سفید (بالا) و بایاس نویز رندم واک (پایین) هر شمع اطلاعات آماری ۳۰ سری زمانی ۲۴ ساله را نشان می‌دهد



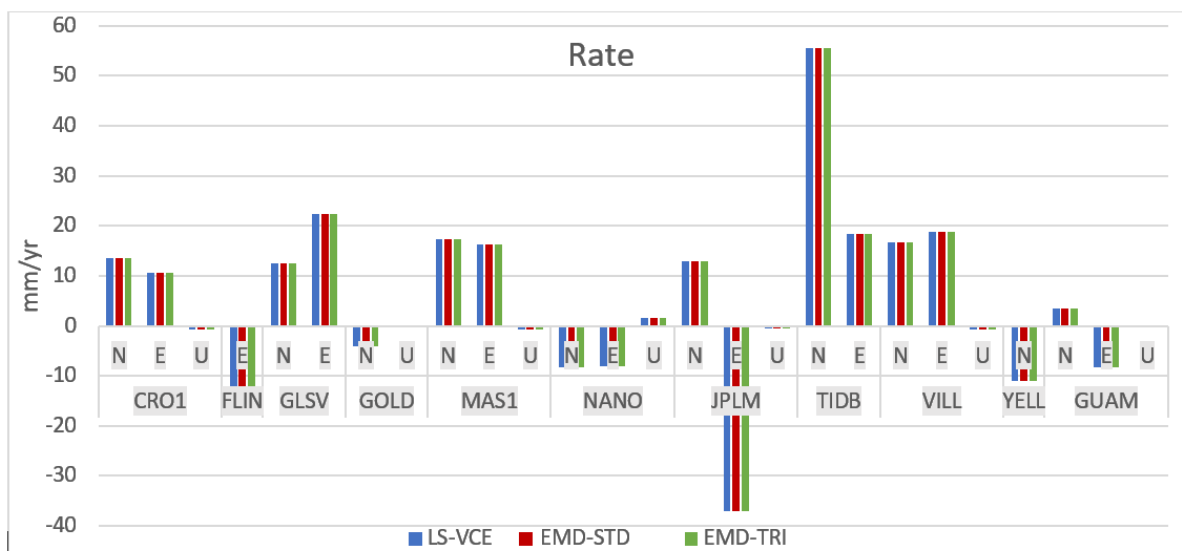
شکل ۱۳- (بالا) بایاس سرعت سری‌های زمانی ۲۴ ساله، (پایین) عدم قطعیت سرعت سری‌های زمانی ۲۴ ساله

جدول ۲- اختلاف چارک سوم از چارک اول در برآوردهای روش‌های پیشنهادی و کمترین مربعات GPS

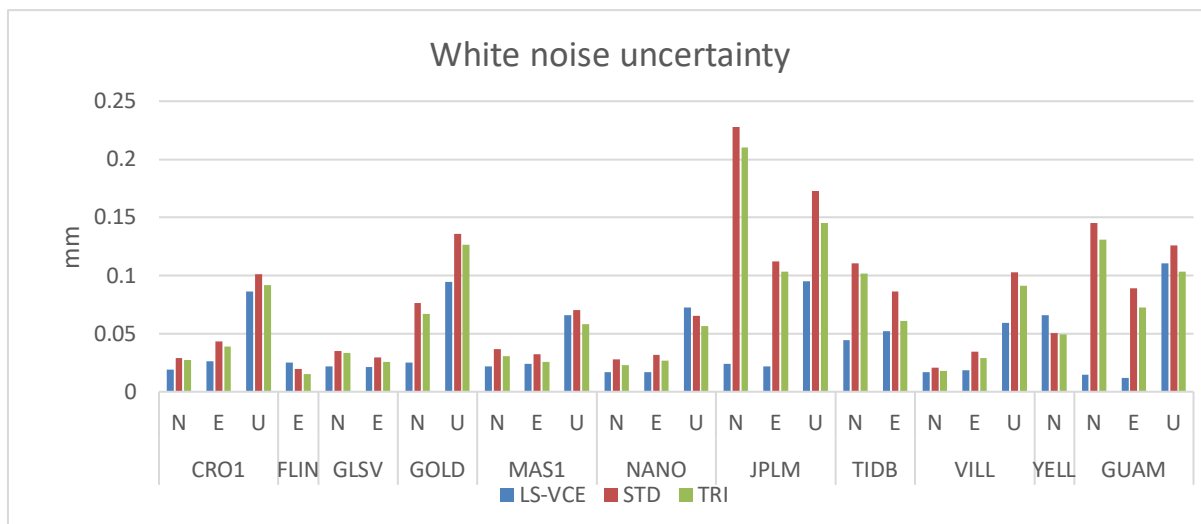
واحد	IQR	اختلاف نسبت به LS-VCE
mm	۰,۲۳۷	اختلاف نویز سفید EMD
mm/yr ^{^(1/4)}	۵,۱۸۱	اختلاف نویز فلیکر STD
mm/yr ^{^(1/4)}	۴,۳۱۲	اختلاف نویز فلیکر TRI
mm/yr	۰,۰۰۹	اختلاف سرعت EMD+STD
mm/yr	۰,۰۰۸	اختلاف سرعت EMD+TRI
mm/yr	۰,۰۵۹	اختلاف عدم قطعیت سرعت EMD+STD
mm/yr	۰,۰۴۶	اختلاف عدم قطعیت سرعت EMD+TRI
mm	۰,۰۴۵	اختلاف عدم قطعیت نویز سفید EMD+STD
mm	۰,۰۳۶	اختلاف عدم قطعیت نویز سفید EMD+TRI
mm/yr ^{^(1/4)}	۰,۰۸۷	اختلاف عدم قطعیت نویز فلیکر EMD+STD
mm/yr ^{^(1/4)}	۰,۰۷۳	اختلاف عدم قطعیت نویز فلیکر EMD+TRI



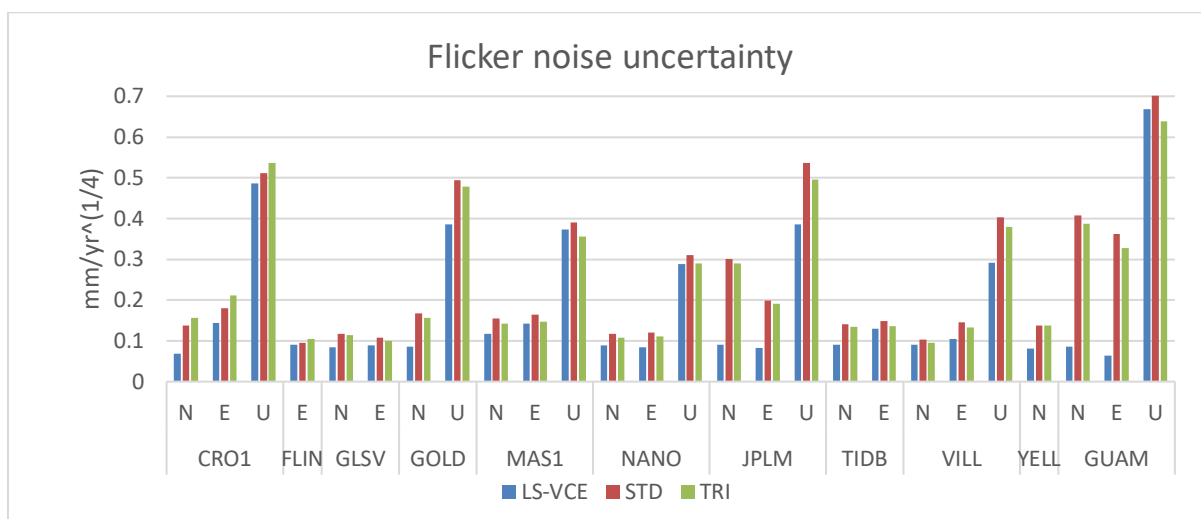
شکل ۱۴- مقایسه‌ی برآورد نویز سفید با دو روش تجزیه به مدهای ذاتی و کمترین مربعات



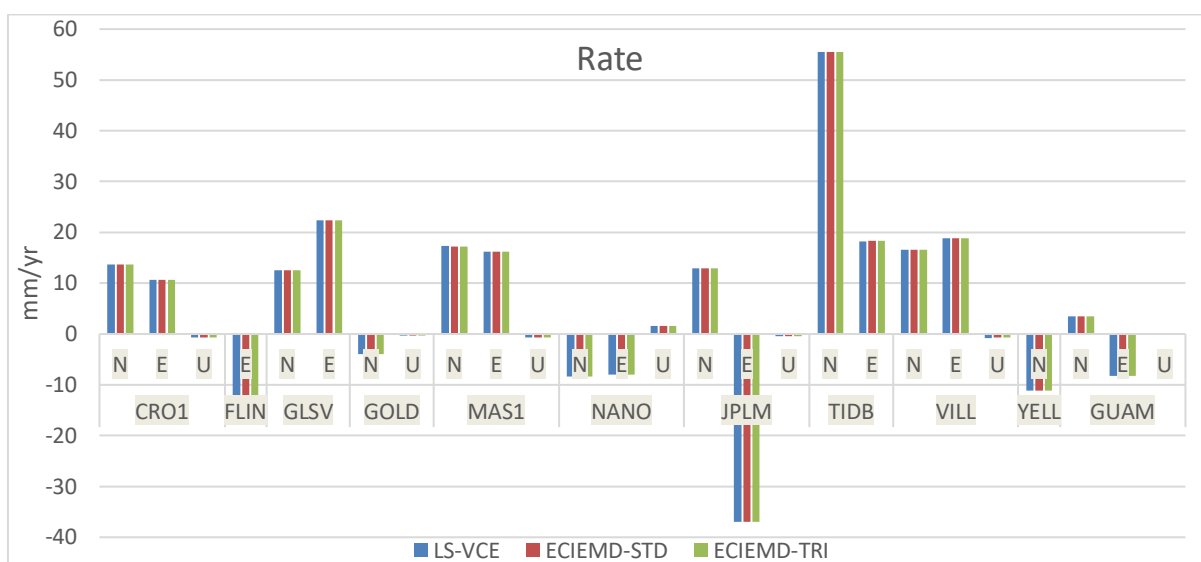
شکل ۱۵- مقایسه‌ی برآورد نویز فلیکر با روش‌های کمترین مربعات، انحراف معیار و مثلثاتی



شکل ۱۶- عدم قطعیت نویز سفید



شکل ۱۷- عدم قطعیت نویز فلیکر



شکل ۱۸- سرعت (شیب) ایستگاه‌های GPS

۱۰- نتیجه گیری

رندمواک کامل نیستند و به مطالعه بیشتری نیاز دارند. از این رو به عنوان کارهای آینده به پژوهشگران پیشنهاد می شود. در آزمون این روش با داده های واقعی، چون مقدار واقعی در دسترس نیست، نمی توان به صورت قطع گفت که روش پیشنهادی بهتر از کمترین مربعات است، اما نزدیک بودن نتایج به کمترین مربعات نشان دهنده ی قابل استفاده بودن این روش ها می باشد. عدم قطعیت نویز و عدم قطعیت سرعت توسط کمترین مربعات محاسبه شده اند و کمی زمان بر هستند. به همین علت یافتن روشی دیگر برای محاسبه ی دقت لازم هست. این پژوهش روش آبی تخمین مقادیر نویز (نویز سفید و نویز فلیکر) را به محققان تقدیم می کند.

ایده ی تخمین مؤلفه های واریانس با روش های پیشنهادی نتیجه بخش است. اطلاعات آماری نویز سفید سری های زمانی GPS به کمک روش تجزیه ی سیگنال به مؤلفه های مود ذاتی به صورت آبی و لحظه ای با موفقیت استخراج می شود و پس از تشخیص نویز فلیکر از رندمواک توسط مقدار هارست، اطلاعات آماری این نویز نیز به کمک روش انحراف معیار و روش مثلثاتی قابل استخراج است. در تخمین نویز فلیکر روش های انحراف معیار و مثلثاتی در زمان کمتر و بایاس کمتر به نسبت کمترین مربعات در داده های شبیه سازی شده به نتیجه رسیدند. لذا استفاده از این روش ها به جای کمترین مربعات پیشنهاد می شود. روش های جدید در برآورد نویز

مراجع

- [1] Amiri-Simkooei, A.R. (2007), "Least-squares variance component estimation theory and GPS applications." PhD thesis, Delft University of Technology, publication on Geodesy, 64, Netherlands Geodetic Commission, Delft.
- [2] Amiri-Simkooei, A. R., Tiberius, C. C. J. M., Teunissen, P. J. G. (2007), "Assessment of noise in GPS coordinate time series: Methodology and results." J. Geophys. Res., 112, B07413, doi: 10.1029/2006JB004913.
- [3] Amiri-Simkooei, A.R., (2016), "Non-negative least-squares variance component estimation with application to GPS time series." J Geod 90, pp. 451–466 <https://doi.org/10.1007/s00190-016-0886-9>
- [4] Amiri-Simkooei, A.R., Hosseini-Asl, M., Asgari, J. et al. (2019), "Offset detection in GPS position time series using multivariate analysis." GPS Solut 23, p. 13.
- [5] Bos, M. S., Fernandes, R. M. S., Williams, S. D. P., Bastos, L. (2013), "Fast error analysis of continuous gnss observations with missing data." J. Geod, Vol. 87, No4, pp. 351–360.
- [6] Bos, M. S., Fernandes, R. M. S., Williams, S. D. P., Bastos, L. (2008), "Fast error analysis of continuous GPS observations." J. Geod., 82, pp. 157–166.
- [7] Calais, E, (1999), "Continuous GPS measurements across the Western Alps 1996-1998." Geop. J. Int., p. 138.
- [8] Dong, D., Fang, P., Bock, Y., Cheng, M.K. and Miyazaki, S. (2002), "Anatomy of apparent seasonal variations from GPS-derived site position time series." J. Geophys. Res., Vol. 107, No B4, 2075.
- [9] He X., Bos M.S., Montillet J.-P., Fernandes R.M.S., (2018), "Investigation of information criteria and noise models for GNSS time series." J. Geod., doi:10.1007/s00190-019-01244-y.
- [10] Hosking, J. R. M. (1981), "Fractional differencing." Biometrika, Vol. 68, PP. 165–176.
- [11] Huang, J., Tang, J., Zhang, M., Zhang, X., Han T. (2015), "An improved EMD based on cubic spline interpolation of extremum centers." J. Vibroengineering, Vol. 17, No. 5, PP. 2393-2402.
- [12] Johnson, H. O., & Agnew D. C. (2000), "Correlated noise in geodetic time series." U.S. Geol. Surv. Final Tech. Rep., FTR-1434-HQ-97-GR-03155.
- [13] Kasdin, N. J. (1995), "Discrete simulation of colored noise and stochastic processes and $1/f^\alpha$ power-law noise generation." Proc. IEEE, Vol. 83, No. 5, PP. 802–827.
- [14] Khazraei, S. M. & Amiri-Simkooei, A. R. (2021), "Improving offset detection algorithm of GNSS position time-series using spline function theory." Geophys. J. Int., Volume 224, Issue 1, Pages 257–270, <https://doi.org/10.1093/gji/ggaa453>.

- [15] Klos, A., Bogusz, J., Figurski, M., Kosek, W. (2014), "Uncertainties of geodetic velocities from permanent GPS observations the sudeten case study." *Acta Geodyn. Geomater.*, Vol. 11, No. 3 (175), pp. 201–209, doi: 10.13168/AGG.2014.0005.
- [16] Langbein, J. & Bock Y. (2004), "High-rate real-time GPS network at Parkfield: Utility for detecting fault slip and seismic displacements." *Geophys. Res. Lett.*, Vol. 31, L15S20.
- [17] Mao, A., Harrison, C. G. A., Dixon, T. H. (1999), "Noise in GPS coordinate time series." *J. Geophys. Res.*, 104(B2), 2797–2816, doi: 10.1029/1998JB900033.
- [18] Moghtased-Azar, K., Tehranchi, R., Amiri-Simkooei, A.R. (2014), "An alternative method for non-negative estimation of variance components." *J Geod* 88, pp. 427–439, doi: 10.1007/s0019001406930.
- [19] Montillet, J. P., Tregoning, P., McClusky, S., Kegen Y., (2013), "Extracting White Noise Statistics in GPS Coordinate Time Series." *IEEE, Geosci. And R. S. Lett.*, Vol. 10, No. 3, P. 563.
- [20] Montillet, J. P., Yu, K., (2011), "Leaky LMS algorithm and fractional Brownian motion model for GNSS receiver position estimation." *IEEE VTC FALL*, pp. 1–5.
- [21] Nikolaidis, R., (2002), "Observation of Geodetic and Seismic Deformation with the Global Positioning System." Ph. D. Thesis, University of California.
- [22] Rea, W., Oxley, L., Reale, M., Brown, J. (2009), "Estimators for Long Range Dependence: An Empirical Study." *Elect. J. Stat.*, Vol. 0, ISSN: 1935-7524.
- [23] Tehranchi, R., Moghtased-Azar, K., Nankali, H. R. (1395), "Analysis of GPS Time Series over the Alborz Range." *JGST*. 5 (4) pp.127-135, <http://jgst.issge.ir/article-1-397-fa.html>.
- [24] Tehranchi, R., Moghtased-Azar, K., Safari, A. (2020), "A new statistical test based on the WR for detecting offsets in GPS experriment." *Earth and Space Sci.*, 7, e2019EA000810, doi: 10.1029/2019EA000810.
- [25] Tehranchi, R., Moghtased-Azar, K., Safari, A. (2021), "Fast approximation algorithm to noise components estimation in long-term GPS coordinate time series." *J Geod* 95, 18. doi:10.1007/s00190-021-01473-0
- [26] Williams, S. D. P., Bock, Y., Fang, P., Jamason, P., Nikolaidis, R. M., Prawirodirdjo, L., Miller, M., Johnson, D. J. (2004), "Error analysis of continuous GPS position time series." *J. Geophys. Res.*, Vol. 109 No. B03412.
- [27] Williams, S. D. P. (2008), "CATS: GPS coordinate time series analysis software." *GPS Solutions*, vol. 12, no. 2, pp. 147–153.
- [28] Williams, S. D. P. (2003), "The effect of coloured noise on the uncertainties of rates estimated from geodetic time series." *J of Geod.*, Vol. 76, No. 9-10, PP. 483-494.
- [29] Zhang, J., Bock, Y., Johnson, H., Fang, P., Williams, S., Genrich, J., Wdowinski, S., Behr, J. (1997), "Southern California permanent GPS geodetic array: Error analysis of daily position estimates and site velocities." *J. Geophys. Res.*, 102 (B8), 18035–18055, doi: 10. 1029/97 JB01380.