

افزایش دقت درون‌یابی تأخیر تروپسفری در شبکه‌های RTK

احسان نکوزاده چهارمحالی^{۱*}، جمال عسگری^۲

^۱ کارشناس ارشد ژئودزی - گروه مهندسی نقشه‌برداری - دانشکده عمران و حمل‌ونقل - دانشگاه اصفهان
e.nekoozade@gmail.com

^۲ دانشیار گروه مهندسی نقشه‌برداری - دانشکده عمران و حمل‌ونقل - دانشگاه اصفهان
jamal.asgari@gmail.com

(تاریخ دریافت خرداد ۱۳۹۹، تاریخ تصویب آبان ۱۳۹۹)

چکیده

پارامتر تأخیر تروپسفری یکی از منابع مهم خطا در بحث تعیین موقعیت است. در شبکه‌های RTK مقدار این پارامتر به صورت نسبی بین ایستگاه‌های مرجع برآورد شده و سپس با استفاده از درون‌یابی برای ایستگاه سیار محاسبه می‌شود. با توجه به اینکه اندازه‌ی این کمیت به طور مستقیم تابعی از ارتفاع ایستگاه مشاهدات می‌باشد، در مواردی که اختلاف ارتفاع بین ایستگاه سیار و ایستگاه‌های مرجع زیاد باشد، انتظار می‌رود که دقت درون‌یابی این کمیت به طور چشمگیری کاهش یابد. برای بررسی این مسأله، در این مقاله دقت درون‌یابی این پارامتر برای دو شبکه به نام‌های سیما و Ebry که دارای ساختار ارتفاعی متفاوتی هستند، بررسی شده است. هر یک از این دو شبکه متشکل از پنج گیرنده‌ی GNSS می‌باشند که در آن‌ها یک گیرنده در مرکز شبکه به عنوان گیرنده‌ی سیار در نظر گرفته شده و سایر گیرنده‌ها به عنوان ایستگاه‌های مرجع در نظر گرفته شده‌اند. در شبکه‌ی اول اختلاف ارتفاع گیرنده‌ی مرکزی و متوسط ارتفاع سایر گیرنده‌ها، ۱۲۲ متر و در شبکه‌ی دوم ۱۰۹۵ متر می‌باشد. در این دو شبکه ابتدا مقادیر تأخیر تروپسفری مطلق در راستای قائم با استفاده از پردازش مشاهدات ایستگاه‌های مرجع به روش PPP برآورد شده و سپس در حالت تفاضلی دوگانه برای موقعیت گیرنده‌ی سیار درون‌یابی شد. پس از محاسبه‌ی پارامترهایی چون حداکثر و حداقل خطا، انحراف معیار و خطای جذر میانگین مربعات برای مقادیر درون‌یابی شده‌ی تأخیر تروپسفری، مشخص شد که دقت درون‌یابی در شبکه‌ی دوم با توجه به اختلاف ارتفاع بین ایستگاه سیار و ایستگاه‌های مرجع، به طور قابل‌توجهی کاهش می‌یابد. بنابراین در ادامه‌ی مقاله روشی جدید جهت درون‌یابی تأخیر تروپسفری ارائه شده است که با استفاده از یک رابطه‌ی فیزیکی به نوعی اثر ارتفاع را از مسأله‌ی درون‌یابی حذف نموده و در نتیجه دقت درون‌یابی را به طور قابل‌توجهی افزایش می‌دهد. پس از بررسی‌ها مشخص شد که اگرچه استفاده از این روش دقت درون‌یابی در هر دو شبکه افزایش می‌دهد، اما میزان افزایش دقت در شبکه‌ی دوم با توجه به ساختار این شبکه بسیار بیشتر است. به گونه‌ای که متوسط خطای درون‌یابی در شبکه‌ی سیما از ۳۲ میلیمتر به ۹ میلیمتر و در شبکه‌ی Ebry از ۲۲۸ میلیمتر به ۱۴ میلیمتر کاهش یافته است. به عبارت دیگر با استفاده از روش ارائه شده، دقت درون‌یابی در این دو شبکه به ترتیب ۶۹/۲ درصد و ۹۳/۷ درصد افزایش یافته است.

واژگان کلیدی: درون‌یابی، تأخیر تروپسفری، تعیین موقعیت تفاضلی، شبکه‌ی تعیین موقعیت کینماتیک آنی، تعیین موقعیت مطلق دقیق

* نویسنده رابط

۱- مقدمه

امواج الکترومغناطیسی ارسال شده از ماهواره‌های سیستم ماهواره‌ای ناوبری جهانی "GNSS"^۱، قبل از رسیدن به گیرنده از اتمسفر زمین عبور می‌کنند. این امواج هنگام ورود از خلأ به اتمسفر دچار شکست می‌شوند. شکست امواج الکترومغناطیسی در اتمسفر، موجب ایجاد تغییر در سرعت و امتداد انتشار آن‌ها می‌شود. برای مطالعه‌ی رفتار این امواج در محیط‌های مختلف، کمیتی به نام ضریب شکست تعریف شده است. ضریب شکست در یک محیط به صورت نسبت بین سرعت نور در خلأ و سرعت نور در محیط مورد نظر تعریف می‌شود. ضریب شکست در محیط‌های مختلف تابع برخی از پارامترها مانند میزان غلظت مواد تشکیل‌دهنده‌ی آن، میدان‌های مغناطیسی موجود و فرکانس امواج ارسال شده است [۱]. بنابراین امواج الکترومغناطیسی در فرکانس‌های مختلف هنگام ورود از خلأ به اتمسفر زمین، رفتارهای متفاوتی از خود نشان می‌دهند. با توجه به این مسأله اتمسفر از نظر پراکنش امواج الکترومغناطیسی به بخش یونسفر و بخش خنثی تقسیم می‌شود که بخش خنثی خود به دو قسمت تروپوسفر و استراتوسفر تقسیم می‌شود. در مطالعات مربوط به GNSS هر دو بخش تروپوسفر و استراتوسفر به اختصار تروپوسفر نامیده می‌شود. در تروپوسفر بر خلاف یونسفر، میزان شکست برای امواج با فرکانس زیر ۳۰ گیگاهرتز مستقل از فرکانس آن‌هاست [۲]. به این معنی که امواج در این فرکانس‌ها به یک میزان از محیط تروپوسفر تأثیر می‌پذیرند [۳]. بنابراین اثر تروپوسفر را با استفاده از مشاهدات دوفرکانسه نمی‌توان حذف کرد. تغییر ضریب شکست امواج در تروپوسفر نسبت به خلأ و به تبع آن تغییر سرعت امواج موجب می‌شود که امواج با تأخیر در گیرنده دریافت شوند و فاصله‌ی بین ماهواره و گیرنده بیشتر از فاصله‌ی واقعی محاسبه شود. به میزان تأخیری که به دلیل وجود تروپوسفر در زمان دریافت امواج ایجاد می‌شود، تأخیر تروپوسفری می‌گویند. تأخیر تروپوسفری یکی از مهم‌ترین منابع خطا در تعیین موقعیت است. بنابراین برای تعیین موقعیت دقیق محاسبه‌ی تصحیحات مربوط به این پارامتر ضروری است [۴]. در سال ۱۹۶۹ هاپفیلد نشان داد که

تأخیر تروپوسفری را می‌توان به دو قسمت خشک و تر تقسیم کرد [۵]. مؤلفه‌ی خشک به دلیل وجود گازهای خشک در تروپوسفر ایجاد می‌شود. در حالی که مؤلفه‌ی تر تابع میزان بخار آب موجود در تروپوسفر است. به علاوه حدود ۹۰ درصد تأخیر تروپوسفری کل، به مؤلفه‌ی خشک مربوط می‌شود [۲]. یکی از مدل‌های نسبتاً دقیق برای محاسبه‌ی قسمت خشک تأخیر تروپوسفری مدل ساستاموینن^۲ است [۶]. در این مدل مؤلفه‌ی خشک تأخیر تروپوسفری به صورت تابعی از ارتفاع ایستگاه مشاهدات محاسبه می‌شود [۲]. به علاوه در شبکه‌های تعیین موقعیت کینماتیک آنی "RTK"^۳ مقدار پارامتر تأخیر تروپوسفری به صورت تفاضلی بین ایستگاه مرجع اصلی و سایر ایستگاه‌های مرجع برآورد شده و سپس با استفاده از درون‌یابی برای گیرنده‌ی سیار محاسبه می‌شود. برای درون‌یابی تصحیحات در این شبکه‌ها از روش‌های مختلفی می‌توان استفاده کرد. یکی از روش‌های رایج، روش درون‌یابی خطی بر اساس فاصله است؛ البته درون‌یابی با استفاده از این روش نسبت به سایر روش‌های درون‌یابی از دقت کم‌تری برخوردار است [۷]. یکی دیگر از روش‌های درون‌یابی تصحیحات، روش کریجینگ است که از مفهومی به نام واریوگرام برای درون‌یابی استفاده می‌کند [۸]. واریوگرام، یک ابزار زمین‌آماري برای اندازه‌گیری همبستگی مکانی یک کمیت است [۹]. علاوه بر دو روش یادشده، از روش ترکیبی خطی نیز برای درون‌یابی تصحیحات می‌توان استفاده کرد. این روش برای محاسبه‌ی اندازه‌ی خطاهای وابسته به فاصله، از مشاهدات تفاضلی یگانه استفاده می‌کند [۱۰، ۱۱]. در سال ۱۹۹۵ از روش درون‌یابی خطی برای محاسبه‌ی تصحیحات یونسفری در حالت تفاضلی دوگانه استفاده شد [۱۲]. در سال‌های ۱۹۹۶ تا ۲۰۰۰ این روش برای مدل کردن سایر خطاهای وابسته به فاصله مانند تأخیر تروپوسفری نیز مورد استفاده قرار گرفت [۱۳، ۱۴]. روش کولوکیشن کمترین مربعات یکی از روش‌های رایج برای محاسبه‌ی آنومالی ثقل در نقاط مختلف زمین است. در سال‌های ۱۹۹۷ تا ۲۰۰۴ در مقالاتی از این روش برای درون‌یابی تصحیحات یونسفری و تروپوسفری استفاده شد [۱۵، ۱۶، ۱۷، ۱۸، ۱۹]. علاوه بر

^۲ Saastamoinen^۳ Real Time Kinematic^۱ Global Navigation Satellite System

رابطه‌ای که برای درون‌یابی استفاده می‌شود، تعیین می‌گردد. در این مقاله چون از روش درون‌یابی خطی استفاده می‌شود، با استفاده از حداقل ۳ ایستگاه مرجع می‌توان به انجام درون‌یابی پرداخت؛ هرچند شبکه‌های انتخاب‌شده دارای ۴ ایستگاه مرجع می‌باشند. با توجه به آنچه گفته شد، در بخش دوم مقاله در مورد تفاوت‌های ساختاری دو شبکه‌ی مورد مطالعه توضیحات مختصری آورده شده است. در بخش سوم، خطای درون‌یابی تأخیر تروپوسفری تفاضلی دوگانه در این دو شبکه محاسبه شده است. در بخش چهارم مقاله، روش مورد نظر جهت درون‌یابی تأخیر تروپوسفری تفاضلی دوگانه ارائه می‌شود و تأثیر این روش در بهبود دقت درون‌یابی بررسی می‌شود. در بخش پایانی مقاله نیز نتایج حاصل از این پژوهش به صورت خلاصه بیان می‌شود.

۲- شبکه‌های مورد مطالعه

همان‌طور که در بخش مقدمه گفته شد، یکی از اهداف این مقاله، بررسی تأثیر اختلاف ارتفاع بین ایستگاه‌های مرجع و ایستگاه سیار بر دقت درون‌یابی تأخیر تروپوسفری می‌باشد. به همین منظور شبکه‌هایی برای مطالعه انتخاب شدند، که از این نظر با هم متفاوت هستند. شبکه‌ی اول شبکه‌ی تعیین موقعیت کینماتیک آبی سیما است که محدوده‌ی داخل شهر اصفهان را پوشش می‌دهد. این شبکه دارای چهار ایستگاه مرجع می‌باشد. به علاوه یک گیرنده به عنوان گیرنده‌ی سیار داخل این شبکه مستقر شده است. در شکل (۱) موقعیت ایستگاه‌های مرجع شبکه‌ی سیما و همچنین گیرنده‌ی داخل شبکه به همراه ارتفاع هر یک از ایستگاه‌ها مشاهده می‌شود.



شکل ۱- موقعیت گیرنده‌ها در شبکه‌ی سیما به همراه ارتفاع آن‌ها

موارد ذکرشده، روش برازش رویه با درجات پایین نیز یکی دیگر از روش‌های درون‌یابی تصحیحات می‌باشد [۷،۲۰]. برای استفاده از این روش شبکه حداقل باید ۴ ایستگاه مرجع داشته باشد [۲۱]. در سال ۲۰۱۶ با وارد کردن پارامتر ارتفاع در روش برازش رویه با درجات پایین، روابط جدیدی جهت اعمال اثر اختلاف ارتفاع در درون‌یابی ارائه شد [۲۲]. البته این روابط براساس مشاهدات تفاضلی یگانه ارائه شدند. همچنین با افزودن متغیر ارتفاع، تعداد پارامترهای مجهول در روابط درون‌یابی افزایش یافته و در نتیجه به ایستگاه‌های مرجع بیشتری برای برآورد این پارامترها نیاز خواهد بود. علاوه بر این روش‌ها، روش برازش رویه‌ی چندمربعی^۱ یکی دیگر از روش‌های درون‌یابی است [۲۳،۲۴]. این روش به دلیل محاسبات ساده‌تر می‌تواند به عنوان جایگزینی برای روش کریجینگ معمولی مورد استفاده قرار بگیرد [۲۵]. در سال ۲۰۱۱ پس از مقایسه‌ی این روش‌ها، در نهایت روش درون‌یابی خطی به عنوان روش بهینه جهت درون‌یابی تصحیحات معرفی شد [۸]. در این مقاله نیز از این روش برای درون‌یابی تأخیر تروپوسفری استفاده می‌شود.

در شبکه‌های RTK با توجه به وابستگی پارامتر تأخیر تروپوسفری به ارتفاع ایستگاه مشاهدات، انتظار می‌رود در مواردی که اختلاف ارتفاع بین ایستگاه‌های مرجع و گیرنده‌ی سیار زیاد است، دقت درون‌یابی این پارامتر به حد قابل توجهی کاهش پیدا کند. برای بررسی این مسأله، در این مقاله دقت درون‌یابی این پارامتر برای دو شبکه متشکل از پنج گیرنده‌ی GNSS که از نظر تغییرات ارتفاعی دارای ساختار متفاوتی هستند، بررسی می‌شود. در ادامه روشی جدید جهت درون‌یابی تأخیر تروپوسفری تفاضلی دوگانه ارائه می‌شود و تأثیر این روش در بهبود دقت درون‌یابی بررسی می‌شود. در این روش، با استفاده از یک رابطه‌ی فیزیکی سعی می‌شود اثر اختلاف ارتفاع ایستگاه‌های مرجع و ایستگاه سیار از مسأله‌ی درون‌یابی حذف شود. روش ارائه‌شده برای مشاهدات تفاضلی دوگانه که به نوعی عاری از خطای ساعت ماهواره و گیرنده هستند، قابل استفاده است. به علاوه با استفاده از این روش محدودیتی در تعداد ایستگاه‌های مرجع وجود ندارد. به عبارت دیگر حداقل تعداد ایستگاه‌های مرجع با توجه با

^۱ Multiquadric Surface Fitting Method

پس از میانگین‌گیری از ارتفاع ایستگاه‌های مرجع مشاهده می‌شود که متوسط ارتفاع این ایستگاه‌ها برابر ۱۵۹۲ متر است که حدود ۱۲۲ متر با ارتفاع گیرنده‌ی داخل شبکه اختلاف دارد.

در ادامه‌ی بحث شبکه‌ی دیگری مورد بررسی قرار گرفته است که از نظر تغییرات ارتفاعی ایستگاه‌ها از شبکه‌ی سیما ناهموارتر است. این شبکه به نام Ebry در ایالت یوتا^۱ از ایالات متحده قرار دارد و دارای ۲۱ ایستگاه دائم GNSS است. از مجموعه‌ی ایستگاه‌های این شبکه ۵ ایستگاه برای مطالعه انتخاب شده که موقعیت و ارتفاع آن‌ها در شکل (۲) مشاهده می‌شود.



شکل ۲- موقعیت گیرنده‌ها در شبکه‌ی Ebry به همراه ارتفاع آن‌ها

از بین این پنج ایستگاه، ایستگاهی که تقریباً در مرکز شبکه قرار دارد و با نشان‌گر قرمز رنگ مشخص شده است، به عنوان ایستگاه سیار فرض شده و سایر ایستگاه‌ها نیز به عنوان ایستگاه‌های مرجع در نظر گرفته شده‌اند. ارتفاع متوسط چهار ایستگاه مرجع ۱۷۲۸ متر است که با ارتفاع ایستگاه سیار در مرکز شبکه حدود ۱۰۹۵ متر اختلاف دارد. این اختلاف بسیار بیشتر از مقدار متناظر ۱۲۲ متری در شبکه‌ی سیما است. در ادامه خواهیم دید که این اختلاف چه تأثیری بر دقت درونیابی تأخیر تروپوسفری خواهد داشت.

۳- بررسی دقت درونیابی تأخیر تروپوسفری تفاضلی دوگانه در دو شبکه‌ی سیما و Ebry

در شبکه‌های RTK قبل از درونیابی تصحیحات برای گیرنده‌ی سیار، تأخیر تروپوسفری به صورت تفاضلی دوگانه

بین ایستگاه مرجع اصلی و سایر ایستگاه‌های مرجع برآورد می‌شود. برای محاسبه‌ی تأخیر تروپوسفری تفاضلی دوگانه بین ایستگاه‌های مرجع، می‌توان ابتدا تأخیر تروپوسفری در راستای قائم "ZTD"^۲ را در هر ایستگاه با استفاده از پردازش مشاهدات به روش تعیین موقعیت مطلق دقیق "PPP"^۳ برآورد کرده و پس از تفکیک مؤلفه‌های خشک و تر، با استفاده از توابع تصویر تروپوسفری این مقادیر را به تأخیر تروپوسفری در راستای ماهواره و گیرنده تبدیل کرد. یکی از متغیرهای مورد نیاز برای استفاده از توابع تصویر تروپوسفری، زاویه‌ی زینتی بین ماهواره و گیرنده است. لذا اندازه‌ی این پارامتر نیز در هر لحظه باید محاسبه شود. در مرحله‌ی بعدی تأخیر تروپوسفری تفاضلی دوگانه، برای موقعیت گیرنده‌ی سیار درونیابی می‌شود. در مرحله‌ی آخر نیز برای ارزیابی دقت درونیابی، پارامتر خطای جذر میانگین مربعات "RMSE"^۴ برای مقادیر درونیابی شده، محاسبه می‌شود. در ادامه نحوه‌ی انجام این مراحل جهت بررسی دقت درونیابی تأخیر تروپوسفری در دو شبکه‌ی مورد مطالعه، توضیح داده می‌شود.

۳-۱- محاسبه‌ی ZTD با استفاده از پردازش مشاهدات GNSS به روش PPP

یکی از روش‌های محاسبه‌ی ZTD، پردازش مشاهدات GNSS به روش PPP می‌باشد [۲۶]؛ البته برای محاسبه‌ی ZTD از پردازش به روش تفاضلی دوگانه نیز می‌توان استفاده کرد؛ اما محاسبه‌ی این کمیت با استفاده از روش PPP، هزینه‌ی محاسباتی پایین‌تری نسبت به روش تفاضلی دوگانه دارد [۲۷]. به علاوه محاسبه‌ی ZTD با استفاده از روش PPP به صورت پس پردازش دقتی در محدوده‌ی ۵/۴ تا ۶/۴ میلیمتر دارد [۲۸] که برای بررسی اثر اختلاف ارتفاع بر دقت درونیابی تأخیر تروپوسفری در شبکه‌های RTK مناسب است. در تعیین موقعیت به روش PPP معمولاً از ترکیب یونسفر آزاد برای مشاهدات کد و فاز استفاده می‌شود. در این صورت معادلات مشاهدات در تعیین موقعیت با استفاده از این روش به صورت زیر خواهد بود [۲۶].

$$l_p = \rho + C(dt - dt_r) + T + \varepsilon_p$$

$$l_\phi = \rho + C(dt - dt_r) + T + N\lambda + \varepsilon_\phi$$

^۲ Zenith Total Delay or Zenith Tropospheric Delay

^۳ Precise Point Positioning

^۴ Root Mean Square Error

^۱ Utah

مدل‌های نسبتاً دقیق برای محاسبه‌ی قسمت خشک تأخیر تروپوسفری مدل ساستاموین است که از رابطه‌ی زیر برای محاسبه‌ی این کمیت استفاده می‌کند [۶].

$$T_h = \frac{P_0}{0.0022768 \cdot 1 - 0.00266 \cos(2\varphi) - 0.00000028h_0} \quad (۱)$$

در این رابطه P_0 ، فشار بر حسب هکتوپاسکال و φ عرض ژئودتیکی و h_0 ارتفاع منطقه بر حسب متر است. برای محاسبه‌ی فشار بر حسب ارتفاع نیز می‌توان از رابطه‌ی زیر استفاده نمود [۳۲].

$$P_0 = 1013.25 (1 - 0.0000226 h_0)^{5.225} \quad (۲)$$

پس از محاسبه‌ی قسمت خشک تأخیر تروپوسفری می‌توان با استفاده از رابطه‌ی زیر از تفاضل تأخیر تروپوسفری کل و مؤلفه‌ی خشک تأخیر تروپوسفری، مؤلفه‌ی تر این کمیت را محاسبه کرد [۳۳].

$$T = T_h + T_w \quad (۳)$$

در این رابطه T_h مؤلفه‌ی خشک تأخیر، T_w مؤلفه‌ی تر تأخیر و T تأخیر تروپوسفری کل می‌باشد.

۳-۳- استفاده از توابع تصویر تروپوسفری برای تبدیل تأخیر تروپوسفری قائم به مایل

توابع تصویر، توابعی هستند که تأخیر تروپوسفری قائم را به تأخیر تروپوسفری مایل در راستای ماهواره و گیرنده تبدیل می‌کنند. این توابع برای تبدیل تأخیر قائم به تأخیر مایل، از زاویه‌ی ارتفاعی یا زاویه‌ی زینتی امتداد ماهواره و گیرنده مطابق رابطه‌ی زیر استفاده می‌کنند [۳۲].

$$T(e) = T_h \cdot mf_h(e) + T_w \cdot mf_w(e) \quad (۴)$$

در این رابطه T تأخیر تروپوسفری کل در راستای مایل، e زاویه‌ی ارتفاعی بین ماهواره و گیرنده، T_h تأخیر تروپوسفری خشک در راستای قائم، $mf_h(e)$ تابع تصویر قسمت خشک تأخیر، T_w تأخیر تروپوسفری تر در راستای قائم و $mf_w(e)$ تابع تصویر قسمت تر تأخیر می‌باشد. نحوه‌ی تفکیک مؤلفه‌های تر و خشک تأخیر، در قسمت قبل توضیح داده شد. چند نمونه از توابع تصویر تروپوسفری عبارتند از تابع تصویر مارینی [۳۴]، تابع تصویر مارینی و

در این روابط l_p و l_φ ترکیب یونسفر آزاد برای مشاهدات کد و فاز، ρ فاصله‌ی هندسی از ماهواره تا گیرنده، C سرعت نور، dT و dt خطای ساعت گیرنده و ماهواره، T تأخیر تروپوسفری کل در راستای گیرنده و ماهواره، N ابهام فاز غیرصحیح برای ترکیب یونسفر آزاد مشاهدات فاز، λ طول موج ترکیب یونسفر آزاد و ε_p و ε_φ سایر خطاها موجود در اندازه‌گیری مانند اثر چندمسیری هستند. پارامتر ρ از اختلاف مختصات ماهواره (X_S, Y_S, Z_S) و مختصات گیرنده (X, Y, Z) مطابق رابطه‌ی زیر محاسبه می‌شود.

$$\rho = \sqrt{(X_S - X)^2 + (Y_S - Y)^2 + (Z_S - Z)^2}$$

در تعیین موقعیت به روش PPP مختصات و خطای ساعت ماهواره‌ها معلوم در نظر گرفته شده و از فایل‌های مداری دقیق در معادلات وارد می‌شود. سایر پارامترها نیز به روش سرشکنی کمترین مربعات برآورد می‌شوند.

برای پردازش مشاهدات GNSS به روش PPP از نرم‌افزارهای مختلف پردازش مانند Bernese [۲۹]، GAMIT [۳۰] یا CSRS-PPP [۳۱] می‌توان استفاده کرد. امروزه با استفاده از نرم‌افزارهای برخط^۱ مربوط به پردازش مانند CSRS-PPP به راحتی و در کم‌ترین زمان ممکن می‌توان به خروجی مورد نظر دست یافت. لذا در این مقاله از این نرم‌افزار جهت پردازش مشاهدات استفاده شده است. این نرم‌افزار توسط بخش نقشه‌برداری سازمان منابع طبیعی کانادا ارائه شده است. برای استفاده از این سرویس کاربر تنها باید مشاهدات خود را در قالب فایل راینکس در سایت "www.nrcan.gc.ca" بارگذاری نماید. پس از این کار در عرض چند دقیقه خروجی پردازش از طریق ایمیل برای کاربر ارسال می‌شود. مختصات و تأخیر تروپوسفری کل در راستای قائم، از مهم‌ترین قسمت‌های فایل ارسال شده توسط این سرویس هستند. نرخ محاسبه‌ی این پارامترها در فایل خروجی با نرخ فایل مشاهدات بارگذاری شده در سایت، برابر است.

۳-۲- تفکیک مؤلفه‌های خشک و تر ZTD

برای تبدیل تأخیر تروپوسفری قائم به مایل، باید قسمت‌های خشک و تر این کمیت تفکیک شود. یکی از

^۱ Online

مورای [۳۵]، تابع تصویر چائو [۳۶]، تابع تصویر لانی [۳۷]، تابع تصویر دیویس [۳۸]، تابع تصویر هرینگ [۳۹] و تابع تصویر نیل [۴۰]. یکی از توابع تصویر رایج که اخیراً معرفی شده، تابع تصویر "VMF1"^۱ می‌باشد. تابع تصویر VMF1 برای محاسبه‌ی ضرایب تبدیل از رابطه‌ی زیر استفاده می‌کند.

$$mf(e) = \frac{1 + \frac{a}{b}}{1 + \frac{1+c}{a}} \frac{\sin e + \frac{b}{\sin e + c}}{\sin e + \frac{b}{\sin e + c}}$$

در مورد نحوه‌ی به‌دست آوردن ضرایب a و b و c در این رابطه مراجعه به [۳۲] پیشنهاد می‌شود. در ضمن در این مقاله از تابع تصویر جهانی "GMF"^۲ استفاده شده است. این تابع تصویر از توسعه‌ی تابع تصویر VMF1 به دست می‌آید [۴۱] و با استفاده از پارامترهای طول و عرض جغرافیایی ایستگاه محل مشاهدات، زاویه‌ی زینتی بین گیرنده و ماهواره و تاریخ ژولین اصلاح‌شده، ضریب تبدیل تأخیر در راستای قائم به تأخیر در راستای مایل را محاسبه می‌کند. برای استفاده از این تابع تصویر می‌توان از برنامه‌ای که در محیط نرم‌افزار متلب به صورت یک تابع نوشته شده و در آدرس اینترنتی "<https://vmf.geo.tuwien.ac.at/codes/>" موجود است، استفاده کرد.

۳-۴- روش محاسبه‌ی زاویه‌ی زینتی

همان‌طور که در بخش قبل گفته شد، تابع تصویر جهانی برای محاسبه‌ی ضرایب تبدیل از زاویه‌ی زینتی بین ماهواره و گیرنده استفاده می‌کند. برای محاسبه‌ی این زاویه باید مختصات ماهواره‌ی مورد نظر در هر لحظه مشخص باشد. برای این کار می‌توان از محصولات مداری دقیق که توسط مؤسسات مختلف برای هر روز و در فرمت استاندارد "SP3"^۳ ارائه می‌شود، استفاده کرد. در این فایل‌ها مختصات هر ماهواره در چارچوب IGS14 و در فواصل زمانی ۱۵ دقیقه وجود دارد. برای کسب اطلاعات بیشتر در مورد دقت و فرمت این فایل‌ها به [۴۲] و [۴۳] مراجعه شود.

برای اینکه بتوان مختصات ماهواره‌ها را در زمان دلخواه و بین فواصل زمانی ۱۵ دقیقه‌ای به‌دست آورد، از روش‌های مختلف درونیابی می‌توان استفاده کرد. یکی از روش‌های رایج در بحث درونیابی مختصات ماهواره‌ها، درونیابی با استفاده از درجات مختلف چندجمله‌ای‌های لاگرانژ است. طبق مطالعات انجام‌شده با استفاده از درجه‌ی ۸ چندجمله‌ای لاگرانژ نسبت به سایر درجات، به دقت بالاتری می‌توان دست یافت [۴۴]. لذا در این مقاله، از چندجمله‌ای درجه ۸ لاگرانژ برای محاسبه‌ی مختصات ماهواره‌ها استفاده شده است. برای کسب اطلاعات بیشتر در مورد درونیابی با استفاده از چندجمله‌ای‌های لاگرانژ، مراجعه به [۴۵] پیشنهاد می‌شود.

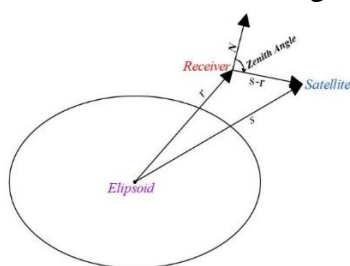
برای محاسبه‌ی زاویه‌ی بین دو بردار از رابطه‌ی مربوط به ضرب داخلی استفاده می‌شود [۴۶]. بنابراین پس از محاسبه‌ی مختصات ماهواره در زمان مورد نظر، با استفاده از رابطه‌ی زیر می‌توان زاویه‌ی زینتی ماهواره را در هر لحظه به دست آورد.

$$\text{Zenith Angle} = \text{Arc cos} \left[\frac{(s-r) \cdot (N)}{|s-r|} \right] \quad (5)$$

در این رابطه s نشان‌دهنده‌ی بردار موقعیت ماهواره و r نشان‌دهنده‌ی بردار موقعیت گیرنده در سیستم مختصات "ECEF"^۴ است. عملگر نقطه نیز نشان‌دهنده‌ی ضرب داخلی است. بردار N بردار یک‌ه‌ی قائم بر بیضوی در ایستگاه مشاهدات است که از رابطه‌ی زیر قابل محاسبه است [۴۷].

$$N = \begin{bmatrix} \cos \varphi \cos \lambda \\ \cos \varphi \sin \lambda \\ \sin \varphi \end{bmatrix} \quad (6)$$

در این رابطه φ و λ طول و عرض جغرافیایی ایستگاه مشاهدات هستند. در شکل زیر موقعیت این بردارها نسبت به یکدیگر نشان داده شده است.



شکل ۳- موقعیت بردارهای مختلف در رابطه‌ی (۵)

۴ Earth Centered Earth Fixed

^۱ Vienna Mapping Function

^۲ Global Mapping Function

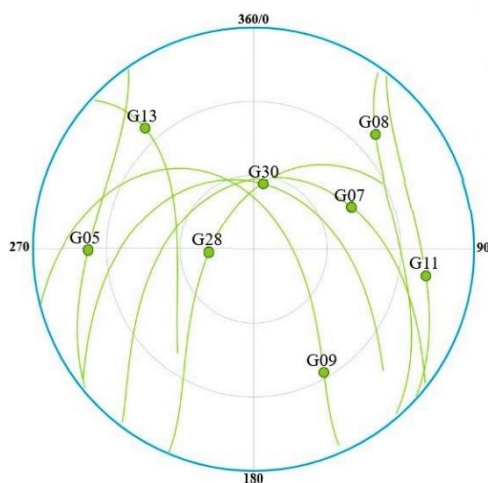
^۳ Standard Product 3

$$T_{Rover_Master} = a\Delta x_{Rover_Master} + b\Delta y_{Rover_Master} \quad (9)$$

در این رابطه به جای Δx_{Rover_Master} و Δy_{Rover_Master} اختلاف مختصات مسطحاتی میان ایستگاه مرجع اصلی و ایستگاه سیار قرار می‌گیرد.

۳-۶- بررسی دقت درون‌یابی تأخیر تروپوسفری تفاضلی دوگانه در شبکه‌های سیما و Ebry

برای بررسی دقت درون‌یابی تأخیر تروپوسفری در شبکه‌های سیما و Ebry نزدیک‌ترین ایستگاه‌های مرجع به گیرنده‌ی سیار در این دو شبکه، به عنوان ایستگاه مرجع اصلی در نظر گرفته شدند. سپس پارامتر تأخیر تروپوسفری تفاضلی دوگانه بین این ایستگاه‌ها و سایر ایستگاه‌های مرجع به روشی که در بخش قبل توضیح داده شد، محاسبه گردید. لازم به ذکر است مقادیر این پارامتر در ۱۰۰ آپک و برای ماهواره‌هایی که در این بازه‌ی زمانی برای هر پنج ایستگاه در دو شبکه قابل رؤیت بودند، محاسبه شده است. از بین این ماهواره‌ها، ماهواره‌ای که دارای بیشترین زاویه‌ی ارتفاعی نسبت به ایستگاه سیار بوده است، به عنوان ماهواره‌ی مرجع در نظر گرفته شده است. شکل‌های ۴ و ۵ نمودار آسمانی این ماهواره‌ها را در محل ایستگاه سیار نشان می‌دهند. دایره‌های سبز رنگ در این دو شکل، مربوط به محدوده‌ی حرکت ماهواره‌ها در بازه‌ی زمانی انجام محاسبات است.



شکل ۴- نمودار آسمانی ماهواره‌ها در شبکه‌ی سیما

۳-۵- درون‌یابی تأخیر تروپوسفری تفاضلی دوگانه

پس از تبدیل تأخیر تروپوسفری در راستای زنیته به تأخیر تروپوسفری در راستای ماهواره و گیرنده، تأخیر تروپوسفری تفاضلی دوگانه بین ایستگاه‌های مرجع قابل محاسبه است. معادله‌ی تأخیر تروپوسفری تفاضلی دوگانه برای ایستگاه‌های A و B و ماهواره‌های i و j به صورت زیر است:

$$T_{AB}^{ij} = T_B^j - T_B^i - T_A^j + T_A^i \quad (7)$$

در این رابطه T_B^j به معنای تأخیر تروپوسفری کل ایستگاه B در راستای ماهواره‌ی j می‌باشد. سایر پارامترها نیز به همین صورت تعریف می‌شوند. در شبکه‌های RTK معمولاً نزدیک‌ترین ایستگاه مرجع به ایستگاه سیار به عنوان ایستگاه مرجع اصلی در نظر گرفته می‌شود و تصحیحات تفاضلی دوگانه برای سایر ایستگاه‌ها نسبت به این ایستگاه محاسبه می‌شود. در مرحله‌ی بعدی این تصحیحات با استفاده از درون‌یابی برای موقعیت گیرنده‌ی سیار محاسبه می‌شوند. یکی از روش‌های رایج در بحث درون‌یابی تأخیر تروپوسفری روش درون‌یابی خطی است [۱۳]. از این روش برای مدل‌کردن خطاهای وابسته به فاصله مانند خطاهای یونسفری و تروپوسفری و همچنین خطاهای مربوط به مدار، استفاده کرد. برای یک شبکه دارای n ایستگاه مرجع، مدل درون‌یابی خطی به صورت زیر نوشته می‌شود [۴۸].

$$\begin{bmatrix} T_{1_Master} \\ T_{2_Master} \\ \vdots \\ T_{n-1_Master} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta x_{1_Master} & \Delta y_{1_Master} \\ \Delta x_{2_Master} & \Delta y_{2_Master} \\ \vdots & \vdots \\ \Delta x_{n-1_Master} & \Delta y_{n-1_Master} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} \quad (8)$$

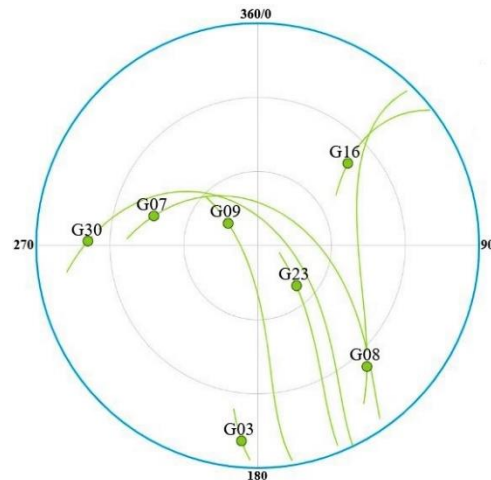
در این رابطه، T_{i_Master} نشان‌دهنده‌ی تأخیر تروپوسفری تفاضلی دوگانه میان ایستگاه مرجع اصلی و ایستگاه مرجع i ام، Δx_{i_Master} و Δy_{i_Master} اختلاف مختصات مسطحاتی میان ایستگاه مرجع اصلی و ایستگاه مرجع i ام می‌باشد. پارامترهای a و b را می‌توان با استفاده از سرشکنی کمترین مربعات برای هر آپک و هر ماهواره برآورد کرد [۴۸]. پس از برآورد ضرایب a و b، می‌توان با استفاده از رابطه‌ی زیر تأخیر تروپوسفری تفاضلی دوگانه را بین ایستگاه مرجع اصلی و ایستگاه سیار درون‌یابی نمود.

$$RMSE = \sqrt{\sum_{k=1}^N \frac{(T_{Master-Rover}^{ij}(C) - T_{Master-Rover}^{ij}(I))^2}{N}} \quad (11)$$

در این رابطه $T_{Master-Rover}^{ij}(I)$ تأخیر تروپوسفری تفاضلی دوگانه درونیابی شده "Interpolated" بین ایستگاه مرجع اصلی و گیرنده‌ی سیار است. $T_{Master-Rover}^{ij}(C)$ تأخیر تروپوسفری تفاضلی دوگانه محاسبه شده "Computed" بین ایستگاه مرجع اصلی و گیرنده‌ی سیار است که با استفاده از مقادیر تأخیر تروپوسفری مطلق در دو ایستگاه و به کارگیری تابع تصویر GMF محاسبه شده است. شمارنده‌ی k مربوط به شماره‌ی اپک و N تعداد کل اپک‌ها است. پس از انجام محاسبات، متوسط پارامتر RMSE مربوط به درونیابی تأخیر تروپوسفری در شبکه‌ی سیما برابر ۳۲ میلی‌متر تعیین شد. درحالی که مقدار این پارامتر در شبکه‌ی Ebry برابر ۲۲۸ میلی‌متر محاسبه شد. مقادیر این پارامتر به تفکیک ماهواره‌ها در جدول‌های (۱) و (۲) آورده شده است. با توجه به مقدار متوسط RMSE در دوشبکه‌ی مورد مطالعه، مشاهده می‌شود که خطای درونیابی در شبکه‌ی Ebry بسیار بیشتر از شبکه‌ی سیما است. علت این امر را می‌توان اختلاف ارتفاع قابل توجه ایستگاه مرکزی نسبت به سایر ایستگاه‌ها در این شبکه دانست.

۴- افزایش دقت درونیابی تأخیر تروپوسفری تفاضلی دوگانه

در بخش قبل مشاهده شده که اختلاف ارتفاع بین ایستگاه‌های مرجع و ایستگاه سیار، دقت درونیابی تأخیر تروپوسفری را به حد قابل توجهی کاهش می‌دهد. با توجه به اینکه پارامتر ارتفاع به طور مستقیم روی مؤلفه‌ی خشک تأخیر تروپوسفری تأثیر می‌گذارد و این مؤلفه حدود ۹۰ درصد از تأخیر تروپوسفری کل را تشکیل می‌دهد، می‌توان نتیجه گرفت که این کاهش دقت به قسمت خشک تأخیر تروپوسفری مربوط است. به عبارت دیگر اختلاف بین مؤلفه‌ی خشک تأخیر تروپوسفری در ایستگاه‌های مرجع نسبت به مقدار این پارامتر در ایستگاه سیار، موجب کاهش دقت درونیابی می‌شود. با توجه به این فرضیه در این بخش از مقاله یک روش جدید جهت بهبود دقت درونیابی تأخیر تروپوسفری تفاضلی دوگانه



شکل ۵- نمودار آسمانی ماهواره‌ها در شبکه‌ی Ebry

لازم به ذکر است در شبکه‌ی سیما ماهواره‌ی G28 و در شبکه‌ی Ebry ماهواره‌ی G09 به عنوان ماهواره‌ی مرجع در نظر گرفته شده است. پس از انتخاب ماهواره‌ی مرجع، تأخیر تروپوسفری تفاضلی دوگانه بین ایستگاه‌های مرجع اصلی و گیرنده‌های واقع در داخل شبکه، به شیوه‌ای که در بخش ۵-۳ توضیح داده شد، درونیابی گردید. با در نظر گرفتن معادلات سرشکنی مربوط به برآورد ضرایب مجهول a و b در رابطه‌ی درونیابی، فرآیند درونیابی را برای می‌توان در قالب رابطه‌ی زیر تشریح کرد. اندیس‌های i و j در این رابطه مربوط به ماهواره‌های انتخاب شده هستند.

$$T_{Rover-Master}^{ij} = ((A^T A)^{-1} A^T L)^T (\Delta x_{Rover-Master}, \Delta y_{Rover-Master})^T \quad (10)$$

که در این رابطه:

$$A = \begin{bmatrix} \Delta x_{1-Master} & \Delta y_{1-Master} \\ \Delta x_{2-Master} & \Delta y_{2-Master} \\ \Delta x_{3-Master} & \Delta y_{3-Master} \end{bmatrix}$$

$$L = \begin{bmatrix} T_{1-Master}^{ij} \\ T_{2-Master}^{ij} \\ T_{3-Master}^{ij} \end{bmatrix}$$

در مرحله‌ی بعد تأخیر تروپوسفری تفاضلی دوگانه برای ایستگاه داخل شبکه نسبت به ایستگاه مرجع اصلی بدون درونیابی و به صورت مستقیم با استفاده از رابطه‌ی (۷) محاسبه شد. سپس پارامتر RMSE با استفاده از مقادیر درونیابی شده و مقادیری که به صورت مستقیم محاسبه شده، تعیین گردید. برای محاسبه‌ی این پارامتر از رابطه‌ی زیر استفاده شده است.

در ماتریس ضرایب مشابه حالت قبل اختلاف مختصات مسطحاتی بین ایستگاه مرجع اصلی و سایر ایستگاه‌های مرجع قرار می‌گیرد. در بردار مشاهدات، مقادیر مربوط به مؤلفه‌ی تر تأخیر تروپوسفری تفاضلی دوگانه بین ایستگاه‌های مرجع و ایستگاه مرجع اصلی قرار می‌گیرد.

$$L = \begin{bmatrix} T_{w_Master}^j - T_{w_Master}^i - T_{w_1}^j + T_{w_1}^i \\ T_{w_Master}^j - T_{w_Master}^i - T_{w_2}^j + T_{w_2}^i \\ T_{w_Master}^j - T_{w_Master}^i - T_{w_3}^j + T_{w_3}^i \end{bmatrix}$$

برای محاسبه‌ی درایه‌های این ماتریس از رابطه‌ی (۱۳) استفاده می‌کنیم. بنابراین خواهیم داشت.

$$L = \begin{bmatrix} T_{Master-1}^{ij} - T_{h_Master}^j + T_{h_Master}^i + T_{h_1}^j - T_{h_1}^i \\ T_{Master-2}^{ij} - T_{h_Master}^j + T_{h_Master}^i + T_{h_2}^j - T_{h_2}^i \\ T_{Master-3}^{ij} - T_{h_Master}^j + T_{h_Master}^i + T_{h_3}^j - T_{h_3}^i \end{bmatrix}$$

پس از درون‌یابی قسمت تر، قسمت خشک این پارامتر را با استفاده از رابطه‌ی ساستاموین و تابع تصویر GMF محاسبه کرده و به قسمت تر درون‌یابی‌شده اضافه می‌کنیم. در این صورت، تأخیر تروپوسفری کل تفاضلی دوگانه بین ایستگاه سیار و ایستگاه مرجع اصلی مطابق رابطه‌ی زیر محاسبه می‌شود.

$$\begin{aligned} T_{Rover-Master}^{ij} &= T_{wRover-Master}^{ij} + T_{hRover-Master}^{ij} \\ &= T_{wRover-Master}^{ij} + T_{hMaster}^j - T_{hMaster}^i \\ &\quad - T_{h_Rover}^j + T_{h_Rover}^i \end{aligned} \quad (15)$$

در این رابطه $T_{h_Master}^i$ تأخیر تروپوسفری خشک برای ایستگاه مرجع اصلی در راستای ماهواره‌ی i ام و $T_{h_Rover}^i$ تأخیر تروپوسفری خشک برای ایستگاه سیار در راستای ماهواره‌ی i ام است. با جایگذاری رابطه‌ی (۱۴) در این رابطه، به رابطه‌ی کلی زیر خواهیم رسید.

$$\begin{aligned} T_{Master-Rover}^{ij} &= ((A^T A)^{-1} A^T L)^T (\Delta x_{Rover-Master} \cdot \Delta y_{Rover-Master})^T \\ &\quad + T_{h_Master}^j - T_{h_Master}^i - T_{h_Rover}^j + T_{h_Rover}^i \end{aligned} \quad (16)$$

پس از به‌کارگیری این روش برای درون‌یابی تأخیر تروپوسفری تفاضلی دوگانه در دو شبکه‌ی مورد بررسی، پارامترهای حداقل و حداکثر خطا در طول مدت زمان انجام مشاهدات و همچنین پارامترهای انحراف معیار،

شبکه‌های RTK ارائه می‌شود. بر مبنای این روش قسمت خشک تأخیر تروپوسفری را از فرآیند درون‌یابی حذف کرده و قسمت تر این پارامتر را در حالت تفاضلی دوگانه بین ایستگاه مرجع اصلی و سایر ایستگاه‌های مرجع، محاسبه می‌کنیم. سپس مؤلفه‌ی تر تأخیر تروپوسفری را در حالت تفاضلی دوگانه بین ایستگاه مرجع اصلی و ایستگاه سیار، درون‌یابی می‌کنیم. در مرحله‌ی بعد قسمت خشک این پارامتر را با استفاده از رابطه‌ی ساستاموین و تابع تصویر GMF محاسبه کرده و به قسمت تر درون‌یابی‌شده اضافه می‌کنیم. در این حالت تأثیر اختلاف ارتفاع بین گیرنده‌ی سیار و ایستگاه‌های مرجع به خوبی در مسأله‌ی درون‌یابی لحاظ می‌شود. با توجه به آنچه گفته‌شد، برای ارائه‌ی روابط درون‌یابی در این حالت، رابطه‌ی (۷) را به شکل زیر بسط داده و قسمت‌های خشک و تر تأخیر تروپوسفری را در هر ایستگاه تفکیک می‌کنیم.

$$\begin{aligned} T_{AB}^{ij} &= T_{hB}^j + T_{wB}^j - T_{hB}^i - T_{wB}^i - T_{hA}^j \\ &\quad - T_{wA}^j + T_{hA}^i + T_{wA}^i \end{aligned} \quad (12)$$

در این رابطه T_{hB}^j مربوط به قسمت خشک تأخیر تروپوسفری و T_{wB}^j مربوط به قسمت تر تأخیر تروپوسفری برای ایستگاه B و ماهواره‌ی j می‌باشد. سایر پارامترها نیز به همین صورت تعریف می‌شوند. در مرحله‌ی بعد مطابق رابطه‌ی زیر قسمت‌های خشک را از تأخیر تروپوسفری کل تفاضلی دوگانه کم می‌کنیم تا تأخیر تروپوسفری تر تفاضلی دوگانه محاسبه شود.

$$\begin{aligned} T_{AB}^{ij} - T_{hB}^j + T_{hB}^i + T_{hA}^j - T_{hA}^i \\ = T_{wB}^j - T_{wB}^i - T_{wA}^j + T_{wA}^i \end{aligned} \quad (13)$$

نحوه‌ی محاسبه‌ی قسمت‌های خشک با استفاده از رابطه‌ی ساستاموین و تابع تصویر در بخش‌های قبل توضیح داده شد. تأخیر کل نیز در شبکه‌های RTK پس از حل معادلات تفاضلی دوگانه محاسبه می‌شود، اما در اینجا تأخیر مطلق با استفاده از تابع تصویر برای ماهواره‌ی مورد نظر محاسبه شده و پس از تفاضل‌گیری برای هر دو ایستگاه، به تأخیر کل تفاضلی دوگانه تبدیل شده است. برای درون‌یابی تأخیر تروپوسفری تر تفاضلی دوگانه بین ایستگاه مرجع اصلی و ایستگاه سیار از رابطه‌ی زیر استفاده می‌کنیم.

$$\begin{aligned} T_{wRover-Master}^{ij} &= ((A^T A)^{-1} A^T L)^T (\Delta x_{Rover-Master} \cdot \Delta y_{Rover-Master})^T \end{aligned} \quad (14)$$

میانگین خطا و RMSE بر حسب میلیمتر محاسبه شدند. در جدول‌های (۱) و (۲) مقادیر این پارامترها به ترتیب بر اساس متوسط زاویه‌ی زینتی ماهواره‌ها در مدت زمان مورد نظر آورده شده است. در این جداول قسمت‌های سفیدرنگ مربوط به روش درونیابی معمولی و قسمت‌های طوسی رنگ مربوط به روش درونیابی پیشنهادی هستند. در ستون آخر نیز متوسط زاویه‌ی زینتی برای هر ماهواره بر حسب درجه آورده شده است.

جدول ۱- پارامترهای مربوط به درونیابی در شبکه‌ی سیما

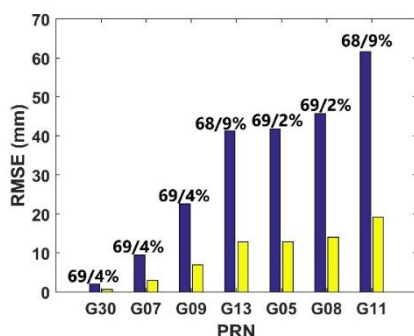
PRN	Min (mm)	Max (mm)	σ (mm)	Mean (mm)	RMSE (mm)	ZA (degree)
G30	۱	۲	۰	۲	۲	۲۷
	۰	۱	۰	۱	۱	
G07	۶	۱۲	۲	۹	۹	۴۴
	۰	۵	۲	۲	۳	
G09	۱۴	۲۹	۵	۲۲	۲۳	۵۷
	۰	۱۲	۵	۶	۷	
G13	۲۴	۵۴	۱۰	۴۰	۴۱	۶۶
	۰	۵	۲	۲	۳	
G05	۲۵	۵۴	۹	۴۱	۴۲	۶۷
	۰	۲۲	۱۰	۱۱	۱۳	
G08	۲۸	۵۸	۱۰	۴۴	۴۶	۶۸
	۰	۲۴	۱۰	۱۲	۱۴	
G11	۳۷	۸۰	۱۴	۶۰	۶۲	۷۲
	۰	۳۲	۱۴	۱۶	۱۹	

جدول ۲- پارامترهای مربوط به درونیابی در شبکه‌ی Ebry

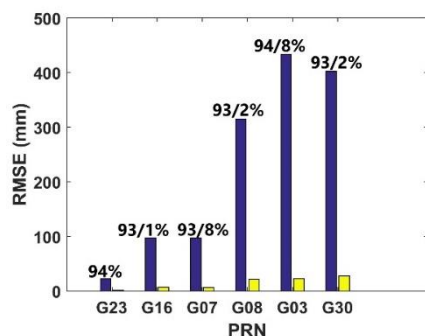
PRN	Min (mm)	Max (mm)	σ (mm)	Mean (mm)	RMSE (mm)	ZA (degree)
G23	۰	۴۳	۲۱	۱۹	۲۲	۲۰
	۰	۳	۱	۱	۱	
G16	۳۰	۱۵۹	۳۸	۸۹	۹۷	۴۵
	۰	۱۱	۴	۶	۷	
G07	۶۴	۱۳۱	۱۸	۹۵	۹۷	۴۶
	۰	۱۰	۴	۶	۶	
G08	۲۳۵	۴۰۵	۵۰	۳۱۱	۳۱۵	۶۴
	۱۴	۲۸	۴	۲۱	۲۱	
G03	۳۳۷	۵۹۶	۷۴	۴۲۷	۴۳۳	۷۰
	۲	۴۳	۲۰	۱۸	۲۲	
G30	۲۹۳	۵۲۵	۶۷	۳۹۶	۴۰۲	۷۱
	۱۷	۳۷	۶	۲۷	۲۷	

با بررسی پارامترهای محاسبه‌شده در این دو جدول، مشاهده می‌شود که غیر از پارامتر انحراف معیار که فقط در یک مورد و برای ماهواره‌ی G05 در شبکه‌ی سیما افزایش

یک میلیمتری داشته، مقدار سایر پارامترها با استفاده از روش ارائه‌شده کاهش یافته است. این مسأله نشان‌گر این است که برای تمام ماهواره‌ها و در هر دو شبکه، استفاده از روش پیشنهادی موجب افزایش دقت درونیابی شده است. به گونه‌ای که متوسط پارامتر RMSE برای شبکه‌ی سیما به ۹ میلیمتر و برای شبکه‌ی Ebry به ۱۴ میلیمتر کاهش یافته است. در نمودارهای (۱) و (۲) مقدار پارامتر RMSE برای هر دو شبکه قبل و بعد از به‌کارگیری روش پیشنهادی به همراه درصد بهبود دقت درونیابی آورده شده است. در این نمودارها، قسمت‌های آبی مربوط به مقدار RMSE برای درونیابی به روش معمولی است که در بخش قبل مورد بحث قرار گرفت و قسمت‌های زرد مربوط به درونیابی به روش جدید است که در این بخش ارائه شد.



نمودار ۱- پارامتر RMSE (mm) قبل و بعد از به‌کارگیری روش پیشنهادی در شبکه‌ی سیما



نمودار ۲- پارامتر RMSE (mm) قبل و بعد از به‌کارگیری روش پیشنهادی در شبکه‌ی Ebry

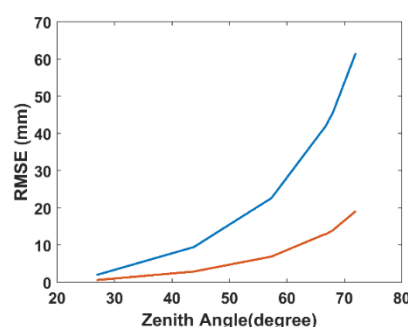
همان‌طور که در این دو نمودار مشاهده می‌شود، در هر دو شبکه استفاده از روش ارائه‌شده برای درونیابی، افزایش دقت را به همراه داشته است. البته این افزایش دقت، برای شبکه‌ی Ebry با توجه به اختلاف ارتفاع زیاد ایستگاه‌های مرجع نسبت به ایستگاه سیار، به طور قابل‌توجهی بیشتر از شبکه‌ی سیما بوده است. به گونه‌ای

در حالی که برای ماهواره‌ی G11 که دارای بیشترین زاویه‌ی زینتی بوده است، دقت درون‌یابی ۴۳ میلیمتر بهبود پیدا کرده است. این مقادیر برای ماهواره‌های G23 و G30 از شبکه‌ی Ebry که دارای چنین شرایطی بوده‌اند، به ترتیب ۲۱ و ۳۷۵ میلیمتر بوده است.

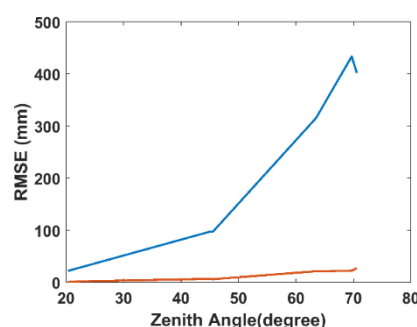
۵- نتیجه‌گیری و پیشنهادات

در این مقاله دقت درون‌یابی تأخیر تروپسفری در حالت تفاضلی دوگانه و در دو شبکه با ساختار ارتفاعی متفاوت مورد بررسی قرار گرفت. پس از انجام بررسی‌ها مشخص شد که اختلاف ارتفاع بین ایستگاه‌های مرجع و گیرنده‌ی سیار دقت درون‌یابی را به حد قابل توجهی کاهش می‌دهد. به گونه‌ای که در شبکه‌ی دوم که این اختلاف ارتفاع برابر ۱۰۹۵ متر بوده نسبت به شبکه‌ی اول که اختلاف ارتفاع ۱۲۲ متر بوده، دقت درون‌یابی حدود ۱۹۶ میلیمتر کاهش یافته است. به همین منظور در ادامه‌ی مقاله روشی جدید جهت حذف اثر ارتفاع بر دقت درون‌یابی تأخیر تروپسفری در شبکه‌های RTK ارائه شد. پس از انجام درون‌یابی مشخص شد که با استفاده از این روش دقت درون‌یابی در هر دو شبکه افزایش می‌یابد. هرچند میزان افزایش دقت در شبکه‌ی دوم با توجه به ساختار ارتفاعی این شبکه بیشتر از شبکه‌ی اول بوده است. به گونه‌ای که با به‌کارگیری روش ارائه‌شده به نوعی اثر اختلاف ارتفاع بین گیرنده‌ی سیار و ایستگاه مرجع از مسأله‌ی درون‌یابی حذف شده و متوسط خطای درون‌یابی در شبکه‌ی سیما از ۳۲ میلیمتر به ۹ میلیمتر و در شبکه‌ی Ebry از ۲۲۸ میلیمتر به ۱۴ میلیمتر کاهش یافته است. این اعداد نشان‌دهنده‌ی افزایش ۶۹/۲ و ۹۳/۷ درصدی دقت درون‌یابی در شبکه‌های مورد مطالعه هستند. در ادامه تأثیر زاویه‌ی زینتی ماهواره‌ی غیرمرجع بر دقت درون‌یابی تأخیر تروپسفری مورد بحث قرار گرفت. پس از انجام بررسی‌ها مشخص شد که افزایش زاویه‌ی زینتی ماهواره‌ی غیرمرجع برای هر دو روش درون‌یابی استفاده‌شده دقت درون‌یابی را کاهش می‌دهد. به علاوه روش ارائه‌شده برای درون‌یابی تأخیر تروپسفری برای تمام ماهواره‌ها صرف نظر از زاویه‌ی ارتفاعی آن‌ها موجب افزایش دقت درون‌یابی شده است. هرچند این افزایش دقت برای ماهواره‌هایی که در ارتفاع پایین نسبت به افق

که میزان بهبود دقت در شبکه‌ی سیما به طور متوسط ۶۹/۲ درصد و در شبکه‌ی Ebry ۹۳/۷ درصد بوده است. یکی دیگر از پارامترهایی که ممکن است بر دقت درون‌یابی مؤثر باشد، زاویه‌ی زینتی ماهواره‌هاست. برای بررسی این مسأله در نمودارهای (۳) و (۴) مقدار پارامتر RMSE مربوط به درون‌یابی بر حسب متوسط زاویه‌ی زینتی ماهواره‌های غیرمرجع آورده شده است. در این دو نمودار منحنی آبی‌رنگ مربوط به خطای درون‌یابی به روش معمولی است و منحنی قرمز رنگ خطای درون‌یابی با استفاده از روش پیشنهادی را نشان می‌دهد.



نمودار ۳- پارامتر RMSE (mm) بر حسب زاویه‌ی زینتی ماهواره‌ها (درجه) در شبکه‌ی سیما



نمودار ۴- پارامتر RMSE (mm) بر حسب زاویه‌ی زینتی ماهواره‌ها (درجه) در شبکه‌ی Ebry

همانطور که در این دو نمودار و همچنین جدول‌های (۱) و (۲) مشاهده می‌شود، با افزایش زاویه‌ی زینتی ماهواره‌ی غیرمرجع دقت درون‌یابی در هر دو روش کاهش می‌یابد. اگرچه در یک نقطه از نمودار مربوط به شبکه‌ی Ebry نوسان کوچکی مشاهده می‌شود، اما روند کلی در همه‌ی نمودارها صعودی است. به علاوه ملاحظه می‌شود که با افزایش زاویه‌ی زینتی اختلاف خطای درون‌یابی بین دو روش نیز افزایش می‌یابد و روش پیشنهادی تأثیر بیشتری بر افزایش دقت درون‌یابی خواهد داشت. مثلاً در شبکه‌ی سیما میزان افزایش دقت برای ماهواره‌ی G30 که کمترین زاویه‌ی زینتی را داشته، یک میلیمتر بوده است.

قرار داشته‌اند، بیشتر بوده است. به طوری که میزان افزایش دقت برای ماهواره‌های با ارتفاع بالا در شبکه‌های سیما و Ebry به ترتیب ۱ و ۲۱ میلیمتر بوده است. درحالی‌که این مقادیر برای ماهواره‌های با ارتفاع پایین ۴۳ و ۳۷۵ میلیمتر بوده است. با توجه به آنچه گفته شد می‌توان نتیجه گرفت که استفاده روش پیشنهادی به خصوص در مناطقی با ساختار ارتفاعی ناهمگن و همچنین برای ماهواره‌های با ارتفاع پایین، بسیار مؤثر واقع می‌شود.

مراجع

در پژوهش‌های آینده نیز می‌توان به جای استفاده از رابطه‌ی درونیابی خطی که در این مقاله استفاده شد، از سایر روابط درونیابی مانند برازش رویه با درجات پایین، روش ترکیبی خطی و غیره استفاده کرد و دقت درونیابی را با ترکیب روش ارائه شده در این مقاله برای حذف اثر اختلاف ارتفاع و روابط درونیابی مختلف، مورد بررسی قرارداد.

- [1] R. B. Langley, P. J. Teunissen, and O. Montenbruck, "Introduction to GNSS," in Springer Handbook of Global Navigation Satellite Systems, ed: Springer, pp. 3-23, 2017.
- [2] B. Hofmann-Wellenhof, H. Lichtenegger, and E. "Wasle, GNSS—global navigation satellite systems: GPS, GLONASS, Galileo and more," Springer Science & Business Media, 2007.
- [3] G. Seeber, Satellite geodesy: foundations, methods, and applications: Walter de gruyter, 2008.
- [4] B. Wichayangkoon, "Elements of GPS precise point positioning," Spatial Information Science and Engineering, University of Maine, 2000.
- [5] H. Hopfield, "Two-quartic tropospheric refractivity profile for correcting satellite data," Journal of Geophysical research, vol. 74, pp. 4487-4499, 1969.
- [6] E. Krueger, T. Schueler, G. W. Hein, A. Martellucci, and G. Blarmino, "Galileo tropospheric correction approaches developed within GSTB-V1," in Proc. ENC-GNSS, 2004.
- [7] L. Dai, S. Han, J. Wang, and C. Rizos, "Comparison of interpolation algorithms in network-based GPS techniques," Navigation, vol. 50, pp. 277-293, 2003.
- [8] A. Al-Shaery, S. Lim, and C. Rizos, "Investigation of different interpolation models used in Network-RTK for the virtual reference station technique," Journal of Global Positioning Systems, vol. 10, pp. 136-148, 2011.
- [9] M. Hohn, Geostatistics and petroleum geology: Springer Science & Business Media, 1998.
- [10] S. Han and C. Rizos, "GPS network design and error mitigation for real-time continuous array monitoring systems," in Proc. ION GPS-96, 9th Int. Tech. Meeting of The Satellite Division of The US Institute of Navigation, 1996.
- [11] S. Han and C. Rizos, "Instantaneous ambiguity resolution for medium-range GPS kinematic positioning using multiple reference stations," in Advances in positioning and reference frames, ed: Springer, pp. 283-288, 1998.
- [12] L. Wanninger, "Real-time differential GPS error modelling in regional reference station networks," in Advances in Positioning and Reference Frames, ed: Springer, pp. 86-92, 1998.
- [13] G. Wübbena, A. Bagge, G. Seeber, V. Böder, and P. Hankemeier, "Reducing distance dependent errors for real-time precise DGPS applications by establishing reference station networks," in PROCEEDINGS OF ION GPS, pp. 1845-1852, 1996.
- [14] U. Vollath, A. Buecherl, H. Landau, C. Pagels & B. Wanger, "Multi-base RTK positioning using Virtual Reference Stations," 13th International Technical Meeting of the Satellite Division of the U.S. Institute of Navigation, Salt Lake City, Utah, 19-22 September, pp. 1061-1070, 2000.
- [15] P.R.S. Alves, Development of two carrier phase based methods for multiple reference station positions. Ph.D. Thesis, The University of Calgary, 2004.
- [16] L. Fortez, Optimising the use of GPS multi reference stations for kinematic positioning. Ph.D. Thesis, The university of Calgary, 2002.
- [17] JF. Raquet, Development of a method for kinematic GPS carrier-phase ambiguity resolution using multiple reference receivers. Ph.D. Thesis, The University of Calgary, 1998.
- [18] J. Raquet, "Multiple user network carrier-phase ambiguity resolution," in Proceedings of Int. Symp. On Kinematic Systems in Geodesy, Geomatics and Navigation (KIS 1997), Banff, Canada, pp. 3-6, 1997

- [19] H. Van der Marel, "Virtual GPS reference stations in the Netherlands," in PROCEEDINGS OF ION GPS, pp. 49-58, 1998.
- [20] G. Fotopoulos and M. Cannon, "An overview of multi-reference station methods for cm-level positioning," GPS solutions, vol. 4, pp. 1-10, 2001.
- [21] A. Saeidi, Evaluation of network RTK in Southern Ontario, 2012.
- [22] J. Song, C. Kee, B. Park, H. Park, and S. Seo, "Correction combination of compact network RTK considering tropospheric delay variation over height," in 2014 IEEE/ION Position, Location and Navigation Symposium-PLANS 2014, pp. 95-101, 2014.
- [23] R. L. Hardy, "Multiquadric equations of topography and other irregular surfaces," Journal of geophysical research, vol. 76, pp. 1905-1915, 1971.
- [24] E. M. Shaw, K. J. Beven, N. A. Chappell, and R. Lamb, Hydrology in practice: CRC press, 2010.
- [25] P. Wielgosz, D. Grejner-Brzezinska, and I. Kashani, "Regional ionosphere mapping with kriging and multiquadric methods," Positioning, vol. 1, 2009.
- [26] J. Kouba and P. Héroux, "Precise point positioning using IGS orbit and clock products," GPS solutions, vol. 5, pp. 12-28, 2001.
- [27] M. Ghahremani, M. A. Sharifi, and A. Samkhaniani, "The IGS Products for Meteorological Applications in GPS System," Journal of Geomatics Science and Technology, vol. 8, pp. 209-219, 2018.
- [28] L. Pan and F. Guo, "Real-time tropospheric delay retrieval with GPS, GLONASS, Galileo and BDS data," Scientific reports, vol. 8, pp. 1-17, 2018.
- [29] R. Dach and P. Walser, "Bernese GNSS Software Version 5.2," 2015.
- [30] T. Herring, R. King, and S. McClusky, "Introduction to Gamit/Globk," Massachusetts Institute of Technology, Cambridge, Massachusetts, 2010.
- [31] P. Tétreault, J. Kouba, P. Héroux, and P. Legree, "CSRS-PPP: an internet service for GPS user access to the Canadian Spatial Reference Frame," Geomatica, vol. 59, pp. 17-28, 2005.
- [32] J. Böhm, B. Werl, and H. Schuh, "Troposphere mapping functions for GPS and VLBI from ECMWF operational analysis data," Journal of geophysical research, vol. 111, B02406, 2006.
- [33] J. Mendez Astudillo, L. Lau, Y.-T. Tang, and T. Moore, "Analysing the zenith tropospheric delay estimates in on-line precise point positioning (PPP) services and PPP software packages," Sensors, vol. 18, p. 580, 2018.
- [34] J. W. Marini, "Correction of satellite tracking data for an arbitrary tropospheric profile," Radio Science, vol. 7, pp. 223-231, 1972.
- [35] J. W. Marini and C. Murray Jr, "Correction of laser range tracking data for atmospheric refraction at elevations above 10 degrees," 1973.
- [36] C. Chao, "The tropospheric calibration model for Mariner Mars 1971," 1974.
- [37] G. Lanyi, "Tropospheric delay effects in radio interferometry," The Telecommunications and Data Acquisition Progress Report 42-78, April-June 1984, pp. 152-159, 1984.
- [38] J. Davis, T. Herring, I. Shapiro, A. Rogers, and G. Elgered, "Geodesy by radio interferometry: Effects of atmospheric modeling errors on estimates of baseline length," Radio science, vol. 20, pp. 1593-1607, 1985.
- [39] T. Herring, "Modeling atmospheric delays in the analysis of space geodetic data," Proceedirws of Refraction of Transatmospheric simals in Geodesy, eds. JC De Munck and TA Spoelstra, Netherlands Geodetic Commission Publications on Geodesy, vol. 36, 1992.
- [40] A. Niell, "Global mapping functions for the atmosphere delay at radio wavelengths," Journal of Geophysical Research: Solid Earth, vol. 101, pp. 3227-3246, 1996.
- [41] J. Böhm, A. Niell, P. Tregoning, and H. Schuh, "Global Mapping Function (GMF): A new empirical mapping function based on numerical weather model data," Geophysical Research Letters, vol. 33, L07304, 2006.
- [42] J. Griffiths and J. R. Ray, "On the precision and accuracy of IGS orbits," Journal of Geodesy, vol. 83, pp. 277-287, 2009.
- [43] B. W. Remondi and M. Rockville, "Extending the National Geodetic Survey standard GPS orbit formats," National Geodetic Information Branch, NOAA, NOS 133 NGS 46, 1989.
- [44] Y. Feng and Y. Zheng, "Efficient interpolations to GPS orbits for precise wide area applications," GPS Solutions, vol. 9, pp. 273-282, 2005.

- [45] J.-P. Berrut and L. N. Trefethen, "Barycentric lagrange interpolation," SIAM review, vol. 46, pp. 501-517, 2004.
- [46] F. Szabo, The Linear Algebra Survival Guide: Illustrated with Mathematica: Academic Press, 2015.
- [47] B. Hofmann-Wellenhof, H. Lichtenegger, and J. Collins, Global positioning system: theory and practice: Springer Science & Business Media, 2012.
- [48] L. Dai, S. Han, J. Wang, and C. Rizos, "A study on GPS/GLONASS multiple reference station techniques for precise real-time carrier phase-based positioning," in proceedings of ION GPS, pp. 392-403, 2001.