

معرفی روشی نظارت نشده برای استخراج ویژگی از تصاویر ابرطیفی با استفاده از خوشه‌بندی باندها در فضای پدیده

بهنام اصغری بیرامی^{۱*}، مهدی مختارزاده^۲

^۱ دانشجوی دکتری سنجش از دور - دانشکده مهندسی نقشه‌برداری - دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی
behnam.asghari1370@gmail.com

^۲ دانشیار دانشکده مهندسی نقشه‌برداری - دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی
m_mokhtarzade@kntu.ac.ir

(تاریخ دریافت فروردین ۱۳۹۷، تاریخ تصویب تیر ۱۳۹۸)

چکیده

سنجندهای ابرطیفی با اخذ تعداد زیادی از باندهای الکترومغناطیسی مجاور همواره از پتانسیل‌های بالایی در شناسایی عوارض و پدیده‌های سطح زمین برخوردار هستند. این تعداد زیاد باند اگر چه موجب می‌شود تا این نوع سنجنده‌ها توانایی بالاتری در تقریب منحنی طیفی مواد داشته باشند ولی از سوی دیگر مشکلاتی را نیز به وجود می‌آورند. سختی در انتقال داده، ضعف عملکرد طبقه‌بندی کننده‌های مرسوم به دلیل تعداد داده‌های آموزشی محدود و زمان و حجم پردازش بالا از جمله‌ی مهم‌ترین این مشکلات می‌باشند. از این رو روش‌های مختلف کاهش ویژگی برای این نوع تصاویر پیشنهاد شده است. در مقاله پیش رو یک روش استخراج ویژگی نظارت‌نشده مبتنی بر تکنیک خوشه‌بندی ارائه شده است. در روش پیشنهادی، پس از خوشه‌بندی تصویر و تشکیل فضای پدیده به کمک میانگین خوشه‌ها، باندها به کمک الگوریتم خوشه‌بندی K-medoids خوشه‌بندی می‌شود. و در هر خوشه از چهار نوع شاخص آماری گرایش مرکزی میانگین، میانگین هندسی، میانگین هارمونیک و میانه به منظور استخراج ویژگی استفاده می‌شود. نتایج نهایی پیاده‌سازی‌ها بر روی سه تصویر واقعی ابرطیفی در شرایط وجود تعداد داده‌های آموزشی مختلف در هر کلاس نشان می‌دهد که دقت کلی طبقه‌بندی با ویژگی‌های به دست آمده از روش پیشنهادی این تحقیق در بهترین حالت (۷۲،۱۲) می‌تواند تا حدود ۷ درصد بیشتر از چهار روش دیگر کاهش ویژگی تبدیل مؤلفه اصلی (PCA) (۶۴،۳۹)، موجک (۶۴،۵۸)، روش انتخاب ویژگی بر اساس خوشه‌بندی باندها بر مبنای واریانس (۶۵،۳۰) و استخراج ویژگی غیر پارامتریک وزن‌دار (NWFE) (۶۴،۱۲) باشد.

واژگان کلیدی: استخراج ویژگی، طبقه‌بندی، فضای پدیده، خوشه‌بندی، بعد مجازی، طبقه‌بندی کننده بیشترین شباهت

* نویسنده رابط

۱- مقدمه

سنجنده‌های ابرطیفی به واسطه اخذ تعداد زیادی باند طیفی پیوسته توانایی تقریب زدن دقیق‌تری از منحنی رفتار طیفی مواد گوناگون سطح زمین را دارند که به موجب آن کارایی این نوع سنجنده‌ها در شناسایی مواد گوناگون بالا می‌رود. این سنجنده‌ها اطلاعات را در باندهایی پرتعداد و همبسته^۱ با یکدیگر برداشت می‌کند [۱]. ابعاد بالای این داده‌ها موجب تحمیل پیچیدگی‌های محاسباتی در پردازش آنها می‌شود. طبقه‌بندی تصاویر همواره یکی از روش‌های مرسوم استخراج اطلاعات از تصاویر سنجنش از دوری بخصوص تصاویر ابرطیفی می‌باشد. یکی از مشکلات مرسوم در طبقه‌بندی‌کننده‌های آماری نظارت‌شده، پدیده هیوز^۲ است [۲ و ۳]. این پدیده بیان می‌کند که با ثابت نگاه داشتن تعداد داده‌های آموزشی، با افزایش تعداد باندها (ویژگی‌ها) از یک حد آستانه‌ای به بعد دقت طبقه‌بندی نزول پیدا می‌کند. از آنجایی که استفاده از داده‌های آموزشی بیشتر اغلب نیازمند صرف هزینه و زمان بیشتر است، عموماً از روش‌های کاهش ویژگی برای غلبه بر پدیده ذکر شده استفاده می‌شود. روش‌های کاهش ویژگی به دو دسته کلی انتخاب ویژگی و استخراج ویژگی تقسیم می‌شوند [۴] که البته می‌توان روش‌های انتخاب ویژگی را به عنوان حالاتی خاص از روش‌های استخراج ویژگی در نظر گرفت. روش‌های انتخاب ویژگی به دنبال یافتن زیر مجموعه‌هایی از داده با ابعاد کوچک‌تر هستند که اطلاعات حیاتی در آنها حفظ شود در حالی که روش‌های استخراج ویژگی به یافتن تبدیلی هستند که به کمک آن داده به فضای کوچک‌تر منتقل شده که در آن فضا تفکیک‌پذیری کلاس‌های اطلاعاتی بهتر انجام می‌شود [۵]. تفاوت اصلی این دو دسته در حفظ ماهیت فیزیکی ویژگی‌های کاهش یافته است به این معنی که در روش‌های انتخاب ویژگی ماهیت ویژگی‌ها حفظ می‌شود ولی در روش‌های استخراج ویژگی این ماهیت حفظ نمی‌شود و این مسئله خود تفسیرپذیری این ویژگی‌ها را مشکل می‌کند. از آنجایی که روش پیشنهادی این تحقیق در زمره‌ی روش‌های استخراج ویژگی قرار می‌گیرد در ادامه تمرکز اصلی بر روی این نوع روش‌ها می‌باشد.

تحقیقات بسیار زیادی تاکنون به منظور استخراج ویژگی از تصاویر ابرطیفی انجام شده است. تبدیل مؤلفه اصلی و کسر نویز کمینه از جمله مشهورترین روش‌های غیر نظارت‌شده استخراج ویژگی هستند که در آنها داده به فضای با ابعاد کمتر انتقال پیدا می‌کند به طوری که چند ویژگی ابتدایی حاوی عمده‌ی حجم اطلاعات هستند [۶]. از آنجایی که تبدیل مؤلفه اصلی زمانی عملکرد مطلوب دارد که ویژگی‌ها وابسته باشند، در [۷] نسخه‌ای دیگر از تبدیل مؤلفه اصلی پیشنهاد شده است که در آن باندها به بلوک‌هایی تقسیم می‌شوند و سپس در هر بلوک تبدیل مؤلفه اصلی اعمال می‌شود این روش در مقایسه با نسخه اصلی دست کم از نقطه نظر زمان محاسبات عملکرد مطلوب‌تری دارد. همچنین در نسخه‌ای جدیدتر و در ترکیب با روش‌های کرنل مبنا در روش تبدیل مؤلفه اصلی کرنل مبنا برای حالت‌های غیرخطی معرفی شده است [۸]. به نظر نگارندگان مقاله حاضر از جمله نقد وارد بر این روش بار محاسباتی بالای آن است. روش استخراج ویژگی مبتنی بر موجک^۳ نیز یکی از روش‌های غیر نظارت‌شده و پیکسل مبنا برای استخراج ویژگی است [۹ و ۱۰]. در این روش مؤلفه‌های فرکانسی بالا و پایین منحنی طیفی جدا شده و از نسخه‌ی نرم شده منحنی طیفی به عنوان ویژگی کاهش بعد یافته استفاده می‌شود. شایان ذکر است که یکی از توانایی‌های مطلوب روش موجک حفظ شکل ظاهری منحنی طیفی است که خود حاوی اطلاعات می‌باشد. این درحالی است که از جمله پارامترهای مهم و تأثیرگذار بر روی کیفیت این روش تعیین نوع موجک مادر که می‌بایست به درستی انتخاب شود. اخیراً نیز روش استخراج ویژگی نظارت‌نشده مبتنی بر تابع رشنال^۴ در پیشنهاد شده است [۵]. در این روش یک تابع رشنال به منحنی طیفی هر پیکسل برازش داده می‌شود از ضرایب این تابع در صورت و مخرج به عنوان ویژگی‌های جدید کاهش یافته استفاده می‌شود. علیرغم کیفیت بالای این روش استخراج ویژگی از جمله پارامترهای تأثیرگذار بر این روش نیز تعیین مطلوب درجه‌ی تابع صورت و مخرج است که خود زمان‌بر است. اما در دسته دیگر از روش‌های استخراج ویژگی که نظارت‌شده نام دارند از نمونه‌های برچسب دار کلاس‌های

^۳ Wavelet
^۴ Rational function

^۱ Correlate
^۲ Hughes phenomena

باند، باندهای تصویر ابرطیفی با الگوریتم K-means خوشه‌بندی می‌شوند و در نهایت از میانگین باندها در هر خوشه برای استخراج ویژگی استفاده می‌شود. این روش از نوع روش‌های نظارت‌شده است که علیرغم کارایی خوب آن در پیاده‌سازی بر روی برخی داده‌های ابرطیفی، استفاده از آن در زمان نبود داده‌های آموزشی ممکن نیست و از سوی دیگر عملکرد مطلوب آن نیز وابسته به تعداد و کیفیت داده‌های آموزشی است. نسخه غیر نظارت‌شده روش‌های خوشه‌بندی باند در انتخاب ویژگی با استفاده از ویژگی‌های آماری برای باندها نیز تا به حال در [۱۷] مورد بررسی قرار گرفته است. در این روش برخی ویژگی‌های آماری باندها مانند واریانس، انحراف مطلق میانگین و انحراف معیار استخراج می‌شود و سپس باندها با این ویژگی‌های آماری خوشه‌بندی شده و در هر خوشه باند با بیشینه‌ی مقدار انتخاب می‌شود. به نظر می‌رسد که استفاده از این ویژگی‌ها که تا حدودی مفاهیم مشابه دارند و قرار دادن باندها در خوشه‌هایی که صرفاً بر اساس محاسبه این تک ویژگی‌ها برای هر باند تشکیل شده‌اند نمی‌تواند تمامی توانایی‌های این روش را تضمین کند. همچنین استفاده تنها از یک باند در هر خوشه و صرف نظر کردن از الباقی باندها تا حدودی باعث از دست رفتن اطلاعاتی می‌شود که می‌تواند به طبقه‌بندی کمک کند.

تحقیق پیش رو در ادامه روند تحقیقات روش‌های غیرنظارت‌شده کاهش ویژگی با تکنیک خوشه‌بندی باندها که پیش‌تر در چند سال اخیر کارایی آنها ثابت شده است قرار دارد. از آنجایی روش‌های نظارت‌شده عموماً نیازمند تعداد داده‌های آموزشی کافی برای استخراج ویژگی‌های مناسب هستند و این داده‌ها از سویی عموماً یا سختی در دسترس هستند و یا جمع‌آوری آنها بعضاً ناممکن است (مثلاً مناطق صعب‌العبور) و از سوی دیگر جمع‌آوری آنها مستلزم صرف هزینه زیادی است، در این تحقیق تمرکز بر روی روش‌های غیرنظارت‌شده قرار گرفته است. همچنین روش پیشنهادی این تحقیق برخی مشکلات یاد شده روش‌های قبلی مانند زمان پردازش بالا، مشکلات در تخمین ماتریس کواریانس، محدودیت در تعداد ویژگی‌های استخراج شده نهایی، تعیین پارامترهای بهینه مانند درجه رشنال و نوع موجک مادر را ندارد. همچنین در بیشتر روش‌های استخراج ویژگی مانند PCA و رشنال، ویژگی‌های استخراج شده تعبیر فیزیکی ندارند و این خود

موجود به منظور کاهش ویژگی استفاده می‌شود. آنالیز تفکیک‌کننده خطی^۱ (LDA) یکی از این نوع روش‌ها است که با بیشینه کردن شباهت درون کلاسی و تفکیک‌پذیری بین کلاسی سعی در پیدا کردن ماتریس انتقال مناسب دارد. تبدیل LDA دارای سه نقطه ضعف می‌باشد. اول اینکه این روش زمانی عملکرد مطلوب دارد که توزیع کلاس‌ها نرمال گونه باشد دوم این که این روش تنها قادر به استخراج L-1 ویژگی (L تعداد کلاس‌ها) است و سوم اینکه در این روش گاهی ماتریس پراکندگی درون کلاسی تکیه^۲ می‌شود [۱۱]. یکی دیگر از روش‌های نظارت‌شده در استخراج ویژگی روش استخراج ویژگی محدوده تصمیم‌گیری^۳ (DBFE) است [۱۲] در این روش ویژگی‌ها از مرزهای تصمیم بین کلاس‌ها استخراج می‌شوند. روش استخراج ویژگی غیر پارامتریک وزن‌دار^۴ (NWFE) نیز یکی از روش‌های مرسوم استخراج ویژگی نظارت‌شده می‌باشد [۱۳]. ایده اصلی این روش بر مبنای قرار دادن وزن‌های مختلف بر نمونه‌ها و محاسبه میانگین وزن‌دار و ماتریس‌های پراکندگی درون و بیرون کلاسی غیر پارامتریک است. از جمله نقاط ضعف این روش صرف زمان بالا برای کاهش بعد و نیاز به تعداد نسبتاً زیادی داده آموزشی برای استخراج ویژگی‌های مطلوب است. مقایسه‌ای عملی میان چهار الگوریتم استخراج ویژگی PCA، NWFE، DBFE و روش استخراج ویژگی آنالیز تفکیک‌پذیری را می‌توان در [۱۴] یافت که نتایج این مقاله نشان می‌دهد که روش استخراج ویژگی DBFE به دقت‌های بالاتری می‌رسد.

در سالیان اخیر از روش‌های مبتنی بر خوشه‌بندی به منظور کاهش بعد تصاویر ابرطیفی پیشنهاد شده است. روشی نظارت‌شده با نام PSBS در [۱۵] برای انتخاب باند بر مبنای خوشه‌بندی K-means باندها پیشنهاد شده است. در مقاله‌ای مفصل‌تر نگارندگان قبلی در [۱۶] روشی برای کاهش بعد بر مبنای خوشه‌بندی فازی باندها گسترش دادند. همچنین در [۱۱] یک روش استخراج ویژگی نظارت‌شده با نام CBFE ارائه شده است. در این روش با استفاده از میانگین داده‌های آموزشی در هر کلاس در هر

^۱ Linear discriminant analysis (LDA)

^۲ Singular

^۳ Decision boundary feature extraction (DBFE)

^۴ Nonparametric weighted feature extraction (NWFE)

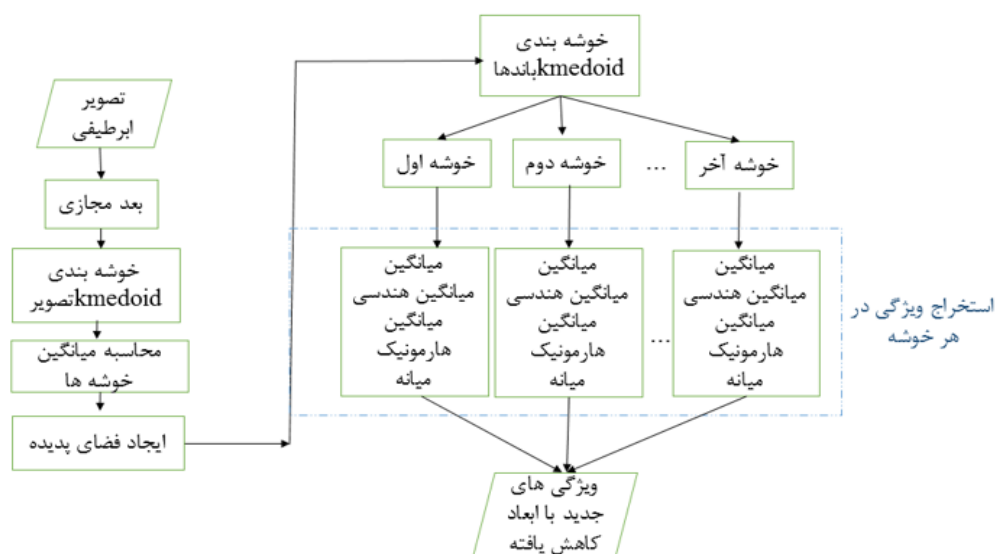
تفسیرپذیری آنها را مشکل می‌کند این در حالی است که در روش پیشنهادی این ویژگی‌های استخراج شده از همان جنس ویژگی‌های باند اصلی یعنی بازتابندگی هستند. در این تحقیق باندها در فضایی خوشه‌بندی می‌شوند که فضای پدیده نام دارد. برخلاف فضای ویژگی که به وسیله مقادیر بازتابندگی پیکسل‌ها در هر باند تشکیل می‌شود، محورهای این فضا که باندها در آن توصیف می‌شوند بر اساس میانگین نتایج خوشه‌بندی تصویر تشکیل شده‌اند [۱۶ و ۱۸].

تحقیق پیشرو بسط تحقیقات پیشین نظیر [۱۱] به حالت نظارت‌نشده به کمک فضای پدیده است. در روش پیشنهادی از روش خوشه‌بندی K-medoid به منظور خوشه‌بندی باندها و از چهار شاخص آماری گرایش مرکزی میانگین، میانگین هندسی و میانگین هارمونیک و میانه برای استخراج ویژگی در هر خوشه استفاده شده است. منطق استفاده از این شاخص‌ها بر این توجیه استوار است چون باندهای قرار گرفته در هر خوشه دارای اطلاعاتی مشابه و نزدیک در مورد عوارض موجود هستند پس این شاخص‌ها به خوبی می‌توانند نماینده و توصیف‌کننده‌ی هر خوشه باشند اما این که کدام یک از این شاخص‌ها عملکرد مناسب‌تری دارد نیازمند بررسی است. به عنوان نمونه اگر یکی از پیکسل‌ها در یک باند نویزی باشد شاخص میانگین

در آن پیکسل دارای خطا خواهد شد این در حالی است که شاخص میانه حاوی این خطا نخواهد بود. همچنین از آنجایی که در محاسبه ویژگی‌های نهایی هر خوشه از تمامی باندهای موجود در آن خوشه استفاده شده است پس تا حدودی می‌توان گفت که ویژگی استخراجی هر خوشه عصاره‌ای از تمام باندهای موجود در همان خوشه است که این خود باعث می‌شود که در روش پیشنهادی ویژگی‌های کارا تر به منظور طبقه‌بندی استخراج شود. اضافه بر این با توجه به شاخص‌های بکار رفته، ویژگی‌های استخراج شده‌ی نهایی نیز ماهیت فیزیکی خود را حفظ می‌کنند. ساختار تحقیق به این گونه است که در قسمت دوم روش تحقیق معرفی می‌شود و قسمت سوم داده‌های مورد استفاده معرفی می‌شوند و قسمت چهارم نیز به بیان نتایج و تحلیل آن‌ها اختصاص دارد و در انتها نیز نتیجه‌گیری انجام می‌شود.

۲- روش تحقیق

فلوچارت روش پیشنهادی این مقاله شامل بر پنج مرحله به صورت شکل ۱ است که در ادامه به توضیح هر یک از بخش‌های آن خواهیم پرداخت.



شکل ۱- فلوچارت روش پیشنهادی

طبقه‌بندی و شناسایی هدف استفاده می‌شود. به طور دقیق‌تر VD بیانگر کمترین تعداد منابع سیگنال طیفی مجزا موجود در تصویر ابرطیفی است [۱۹]. دو روش مشهور که در تحقیقات بسیاری از آنها برای تعیین VD استفاده

۲-۱- تخمین بعد مجازی

از روش‌های تخمین بعد مجازی (VD) به منظور تعیین تعداد اجزای خالص موجود در تصویر ابرطیفی با هدف

۳-۲- تشکیل فضای پدیده

پس از مرحله خوشه‌بندی تصویر حال نوبت به تعیین ویژگی برای باندها می‌رسد تا به کمک آنها بتوان خوشه‌بندی باندها را به انجام رساند. با الهام از روش ارائه شده در [۱۵] که از میانگین داده‌های آموزشی موجود برای تعریف فضای پدیده توصیف‌کننده باندها استفاده می‌کند، در این مقاله از میانگین پیکسل‌های موجود در هر خوشه تصویر در هر باند برای تعریف فضای پدیده استفاده می‌کند به عبارت دیگر هر باند تصویر ابرطیفی را می‌توان به عنوان یک بردار با ابعادی برابر دو برابر تعداد VD به صورت زیر در نظر گرفت:

$$b_i = [m_{i,1}, m_{i,2}, m_{i,3}, \dots, m_{i,2VD}]^t \quad (1)$$

که در رابطه فوق b_i بیانگر باند i ام تصویر ابرطیفی و $m_{i,j}$ نیز بیانگر میانگین پیکسل‌ها در باند i ام و خوشه j ام و خوشه j ام ($j = 1, 2, 3, \dots, 2*VD$) است و t نیز ترانسپوز می‌باشد.

۴-۲- خوشه‌بندی باندها

در فضای پدیده هر خوشه تصویر یکی از محورها را تشکیل می‌دهد. به عنوان نمونه اگر تصویر اصلی دارای VD برابر با ۱۶ باشد تصویر اصلی به $2 \times VD$ یعنی ۳۲ خوشه به وسیله الگوریتم K-medoids تقسیم می‌شود و فضای پدیده حاصل دارای ۳۲ محور می‌شود که هر محور بیانگر میانگین پیکسل‌ها در هر خوشه در هر باند می‌باشد. هر باند تصویر ابرطیفی در این فضا یک نقطه را تشکیل می‌دهد. باندهای مشابه از نظر اطلاعات در مجاورت یکدیگر و باندهای با اطلاعات متفاوت در فواصل زیادتر قرار می‌گیرند [۱۵]. با این مبنا می‌توان در این فضا گروه‌هایی از باندها تشکیل داد که در این گروه‌ها باندهای مشابه با هم قرار گرفته باشند که این کار به وسیله خوشه‌بندی باندها در فضای پدیده انجام می‌شود. مجدداً در این مرحله نیز به منظور خوشه‌بندی باندها از الگوریتم K-medoids استفاده شده است. با توجه به این که ویژگی‌های زیادی به منظور توصیف هر باند استفاده شده است (تعداد ویژگی‌های هر باند $2 \times VD$ است) انتظار می‌رود باندهایی که همبستگی بیشتری دارند در یک خوشه قرار بگیرند.

می‌شود HFC^۱ و NWHFC^۲ نام دارد که اساس آنها بر مبنای تئوری شناسایی نیومن-پیرسون قرار دارد که بیان می‌کند چند بار تست برای یک مقدار معین هشدار اشتباه^۳ برای تمام باندهای تصویر رد می‌شود [۱۷]. الگوریتم NWHFC به نوعی اصلاح شده و بهبود داده شده‌ی الگوریتم HFC است. در این الگوریتم یک پیش پردازش اولیه به منظور سفیدسازی نویز^۴ انجام می‌گیرد. به عنوان نتیجه الگوریتم NWHFC دارای دقت بالاتری در تخمین VD در مقایسه با HFC است [۲۰]. پارامتر کلیدی در تخمین VD با هر دو روش عدد نرخ هشدار اشتباه است. با توجه به [۲۰] عموماً اعداد کوچک‌تر از 10^{-3} می‌تواند اعداد مناسبی برای مقدار نرخ هشدار اشتباه باشد. به منظور توضیحات مفصل تئوری این دو روش می‌توان به [۶] مراجعه کرد.

۲-۲- خوشه‌بندی تصویر

به منظور تولید ویژگی برای باندهای تصویر ابرطیفی در این مرحله تصویر ابرطیفی به کمک الگوریتم خوشه‌بندی K-medoids خوشه‌بندی می‌شود. از مزایای این روش نسبت به K-means پایدار بودن نسبت به حضور نویز در داده است [۲۱]. در الگوریتم K-medoids همانند الگوریتم K-means هدف تقسیم باندها به K زیرمجموعه یا خوشه می‌باشد به طوری که مجموع فواصل میان هر باند و مرکز خوشه آن کمینه شود. در الگوریتم K-medoids بر خلاف الگوریتم K-means مرکز خوشه یک عضو از آن خوشه است. به منظور تعیین بهینه تعداد کل خوشه در الگوریتم‌های خوشه‌بندی تصاویر ابرطیفی می‌توان از VD استفاده کرد. به دلیل وجود پیکسل‌های آمیخته با کلاس‌های موجود در اطراف هر پیکسل تعداد مناسب خوشه‌ها را می‌توان مقدار دو برابر بعد ذاتی تصویر ابرطیفی در نظر گرفت [۱۸]. از طرفی دیگر نتایج پیاده‌سازی‌های نویسندگان نیز نشان می‌دهد با در نظر گرفتن این تعداد خوشه‌ها در نهایت در روش پیشنهادی به نتایج بهتری می‌رسیم. از این رو در این مقاله تعداد خوشه‌ها برای هر تصویر دو برابر VD در نظر گرفته شده است.

^۱ Harsanyi-Farrand-Chang

^۲ Noise whitened Harsanyi-Farrand-Chang

^۳ False alarm

^۴ Noise whitening

۲-۵- استخراج ویژگی نهایی در هر خوشه

پس از تشکیل خوشه‌ها و قرارگیری باندهایی با اطلاعات مشابه حال نیازمند استخراج یک ویژگی از هر خوشه باندها هستیم. به این منظور در هر خوشه از چهار شاخص میانگین، میانگین هندسی و میانگین هارمونیک و میانه استفاده می‌شود. طریقه کار به این صورت است که به ازای هر خوشه‌ی باندها، یک تصویر تشکیل می‌شود که مقادیر هر پیکسل آن از طریق باندهای موجود در همان خوشه با چهار شاخص به صورت زیر تعیین می‌شود:

$$M_j(x, y) = \frac{\sum_{l=1}^n b_l(x, y)}{n} \quad (2)$$

$$geoM_j(x, y) = [\prod_{l=1}^n b_l(x, y)]^{1/n} \quad (3)$$

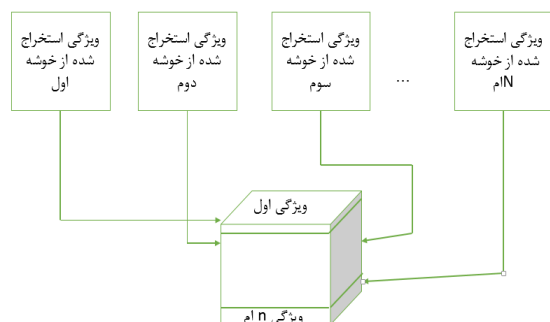
$$harM_j(x, y) = \frac{n}{\sum_{l=1}^n \frac{1}{b_l(x, y)}} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \text{For } b_1(x, y) = \min, b_2(x, y), \dots, b_n(x, y) \\ = \max \\ \text{if } n \text{ is odd } \quad Median_j(x, y) = b_{\frac{(n+1)}{2}} \\ \text{if } n \text{ is even } \quad Median_j(x, y) \\ = \frac{1}{2}(b_{\frac{n}{2}} + b_{\frac{n}{2}+1}) \end{aligned} \quad (5)$$

که در رابطه فوق $M_j(x, y)$ و $geoM_j(x, y)$ و $harM_j(x, y)$ و $Median_j(x, y)$ درجه خاکستری ویژگی استخراج شده در پیکسل (x, y) در خوشه z ام با استفاده از اندیس‌های میانگین، میانگین هندسی و میانگین هارمونیک و میانه باندها است. همچنین، n تعداد باندها در خوشه z ام و $b_l(x, y)$ نیز بیانگر مقدار درجه خاکستری پیکسل (x, y) در باند l ام موجود در خوشه z ام است. به عنوان نمونه در خوشه اول اگر ۵ باند مشابه قرار داشته باشند در نهایت یک ویژگی استخراج می‌شود که مقدار هر پیکسل آن مقدار میانگین پیکسل متناظر (با در نظر گرفتن شاخص میانگین) در ۵ باند همان خوشه است.

این که باندها در این فضا پدیده در چه تعداد خوشه‌ای قرار داشته باشند توسط کاربر مشخص می‌شود چون در هر خوشه تنها یک ویژگی توسط یکی از این شاخص‌ها استخراج خواهد شد. به عنوان نمونه اگر کاربر خواهان استخراج ۱۰ ویژگی باشد می‌بایست تعداد خوشه‌ها در فضای پدیده به منظور خوشه‌بندی باندها ۱۰ باشد.

در نهایت مکعب داده‌ای تشکیل می‌شود که شامل ویژگی‌های استخراج است و ابعاد آن در بعد سوم برابر تعداد خوشه‌های فضای پدیده می‌باشد. این مکعب از زیر هم قرار دادن ویژگی‌های استخراج شده در هر خوشه به دست می‌آید و ابعادی به مراتب کمتر از ویژگی‌های اصلی تصویر ابرطیفی دارد (شکل ۲).



شکل ۲- مکعب ویژگی‌های استخراج شده

۳- داده‌های مورد استفاده

به منظور ارزیابی روش پیشنهادی این تحقیق از ویژگی‌های طیفی استخراج شده به منظور طبقه‌بندی سه تصویر واقعی ابرطیفی استفاده شده است. تصویر اول با نام Indian Pines از یک منطقه کشاورزی نیمه شهری با حد تفکیک متوسط مکانی و تصویر دوم و سوم به ترتیب Salinas و Salinas_A از یک منطقه کشاورزی با حد تفکیک بالای مکانی می‌باشد که در ادامه به معرفی دقیق‌تر این سه داده می‌پردازیم.

۳-۱- داده Indian Pines

اولین داده‌ی مورد استفاده توسط سنجنده هوابرد AVIRIS از منطقه Indian Pines در شمال غربی ایالت ایندیانا آمریکا در سال ۱۹۹۲ اخذ شده است. این تصویر دارای حد تفکیک مکانی ۲۰ متر دارای ابعاد 145×145 پیکسل و ۲۲۴ باند طیفی در محدوده ۰٫۴ تا ۲٫۵ میکرومتر با پهنای باند ۱۰ نانومتر می‌باشد. بیشتر مناطق این تصویر را نواحی کشاورزی و جنگلی در بر گرفته است. با حذف ۲۴ باند در محدوده‌های جذبی بخار آب از بقیه ۲۰۰ باند باقی مانده در آزمایش‌های این مقاله استفاده شده است. شکل ۳ یک ترکیب رنگی کاذب از این منطقه را نشان می‌دهد.



شکل ۵- داده Salinas_A

۳- نتایج و بحث

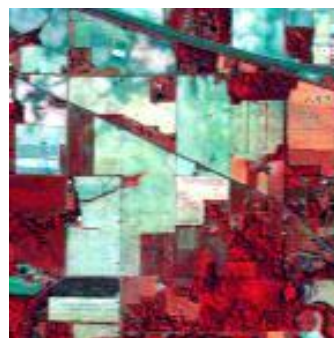
به منظور ارزیابی روش استخراج ویژگی پیشنهادی از طبقه‌بندی‌کننده بیشترین شباهت استفاده شده است. استفاده از این طبقه‌بندی‌کننده به منظور ارزیابی روش‌های کاهش ویژگی در تصاویر ابرطیفی بسیار رایج است. از محاسن این روش طبقه‌بندی نسبت به سایر روش‌ها نظیر ماشین بردار پشتیبان (SVM)، سادگی روش و سرعت بالا است. همچنین این روش به طور کلی نیازی به تنظیم پارامتر ندارد. با فرض در نظر گرفتن تابع احتمال مشترک به صورت یک تابع نرمال چندمتغیره تابع بیشینه شباهت به صورت زیر تعریف می‌شود [۲۲]:

$$g_i(x) = -\frac{1}{2}(x - \mu_i)'C_i(x - \mu_i) - \frac{d}{2}\ln(2\pi) - \frac{1}{2}\ln(|C_i|) + \log P(w_i) \quad (6)$$

که در رابطه فوق x بردار مقادیر خاکستری پیکسل، μ_i مقدار میانگین برای کلاس i ام، C_i ماتریس کواریانس برای کلاس i ام، d تعداد باندها و $P(w_i)$ نیز مقادیر اولیه احتمال برای کلاس i ام است.

به منظور ارزیابی عملکرد طبقه‌بندی‌کننده از سه معیار مستخرج از ماتریس ابهام با نام‌های دقت کلی طبقه‌بندی و ضریب کاپا و دقت متوسط طبقه‌بندی استفاده شده است. دقت طبقه‌بندی برای هر کلاس مجزا از رابطه $ACC(c) = \frac{n_c}{N_c}$ محاسبه می‌شود که در این رابطه n_c تعداد پیکسل‌هایی است که به درستی طبقه‌بندی شده و N_c نیز تعداد کل پیکسل‌های تست در آن کلاس داده است. بنابراین دقت متوسط طبقه‌بندی از رابطه زیر محاسبه می‌شود:

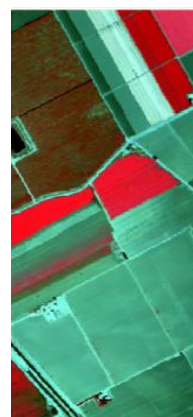
$$AA = \frac{1}{C} \sum_{c=1}^C ACC(c) \quad (7)$$



شکل ۳- داده Indian Pines

۳-۲- داده Salinas_A و Salinas

داده Salinas توسط سنجنده Aviris در ۲۲۴ باند از دره سالیناس در ایالت کالیفرنیا آمریکا اخذ شده است. این داده دارای ابعاد 512×217 پیکسل و حد تفکیک مکانی 3.7 متر می‌باشد. در این پژوهش از ۲۰ باند در محدوده‌های جذبی بخار آب [۱۰۸-۱۱۲]، [۱۵۴-۱۶۷]، ۲۲۴ صرف نظر شده و از ۲۰۴ باند باقی مانده برای آنالیزها استفاده شده است. تصویر اصلی Salinas دارای ۱۶ کلاس گیاهی می‌باشد. یک ترکیب رنگی از این تصویر در زیر نشان داده شده است.



شکل ۴- داده Salinas^۱

قسمت کوچکی از این تصویر شامل ۶ کلاس کشاورزی می‌باشد برش داده شده است که به نام Salinas_A شناخته می‌شود که تصویر با ترکیب رنگی کاذبی از آن در شکل ۵ نشان داده شده است.

^۱ [https://www.researchgate.net/figure/Salinas-data-set-a-Three-band-color-composite-b-Reference-data-c-Color-random-walker-based-classification-of-hyperspectral-images.-IEEE-Transactions-on-Geoscience-and-Remote-Sensing-53.1-\(2015\):-144-153.](https://www.researchgate.net/figure/Salinas-data-set-a-Three-band-color-composite-b-Reference-data-c-Color-random-walker-based-classification-of-hyperspectral-images.-IEEE-Transactions-on-Geoscience-and-Remote-Sensing-53.1-(2015):-144-153.)

این معیار به نوعی نماینده دقت کلاسی می‌باشد. روند محاسبه دقت کلی طبقه‌بندی شبیه به AA می‌باشد با این تفاوت که کلاس‌ها دیگر به صورت مجزا در نظر گرفته نمی‌شوند. به عبارت دیگر این معیار بیانگر عدد نسبت تعداد کل پیکسل‌های به درستی طبقه‌بندی شده n به کل پیکسل‌های تست موجود N می‌باشد:

$$OV = \frac{n}{N} \quad (8)$$

ضریب کاپا بیانگر میزان نزدیکی نقشه طبقه‌بندی شده با حقیقت زمینی است و به وسیله رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$Kappa = \frac{U \sum_{i=1}^r X_{ii} - \sum_{i=1}^r X_{i+} X_{+i}}{U^2 - \sum_{i=1}^r X_{i+} X_{+i}} \quad (9)$$

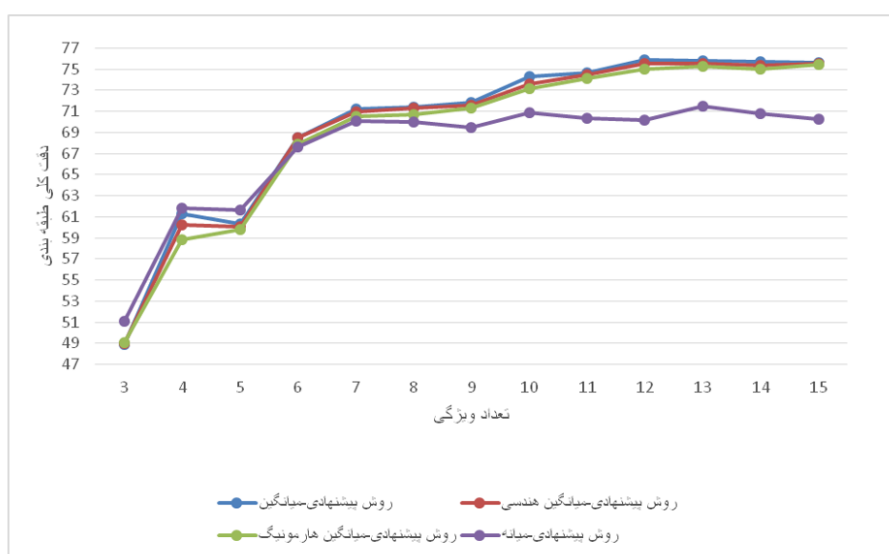
که در رابطه فوق X_{i+} مجموع تمامی ستون‌ها در ماتریس ابهام (Confusion matrix) طبقه‌بندی برای سطر i و X_{+i} مجموع تمامی سطرها برای ستون i است.

به منظور ارزیابی روش پیشنهادی، الگوریتم پیشنهادی با چهار روش کاهش بعد دیگر مقایسه شده است. روش PCA و موجک و روش انتخاب باند نظارت‌نشده مبتنی بر خوشه‌بندی K-means با معیار واریانس و فاصله اقلیدسی ارائه شده در [۱۷] به عنوان روش‌های نظارت‌نشده و روش NWFE به عنوان روش نظارت‌شده انتخاب شده‌اند. داده‌های آموزشی برای تمامی روش‌ها یکسان و در دو اندازه ۳۰ پیکسل و ۶۰ پیکسل در هر کلاس در نظر گرفته شده‌اند. در داده Indian Pines به دلیل وجود تعداد

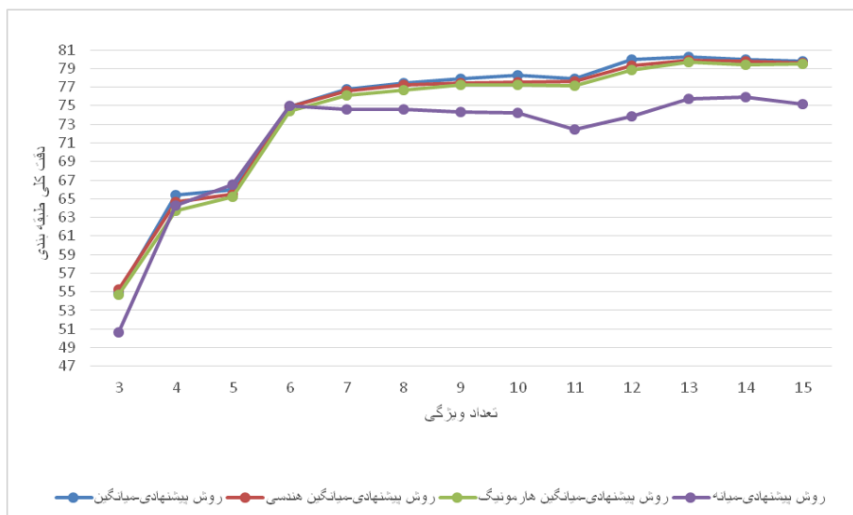
داده‌های زمینی کم در برخی کلاس‌ها از چهار کلاس Stone-Steel و Oats و Grass-pasture-mowed و Alfalfa Towers صرف نظر شده است و تنها از ۱۲ کلاس در آنالیزها استفاده شده است.

روش پیشنهادی شامل سه پارامتر تنظیمی می‌باشد نسبتاً ساده است که کارایی آن را بالا می‌برد. اول مقدار نرخ هشدار اشتباه به منظور تعیین VD است. در این مقاله برای هر دو تصویر برابر 10^{-5} در نظر گرفته شده است که در با توجه به آن در تصویر Indian Pines VD برابر ۱۶، در داده Salinas برابر ۲۲ و در داده Salinas_A این عدد برابر ۹ به دست آمده است که این اعداد انطباقی تا حدودی مناسب با تعداد واقعی کلاس‌های گزارش شده دارند. پارامترهای دوم روش پیشنهادی نوع شاخص برای استخراج ویژگی در هر خوشه است. همان‌طور که پیش‌تر عنوان شد روش پیشنهادی از چهار شاخص مختلف میانگین، میانگین هندسی و میانگین هارمونیک و میانه در هر خوشه به منظور استخراج ویژگی استفاده می‌کند. پارامتر سوم نیز تعیین عدد مناسب به تعداد خوشه‌ها در فضای پدیده برای خوشه‌بندی باندها یا تعداد ویژگی‌های استخراجی نهایی است که این عدد توسط کاربر تعیین می‌شود.

پروفیل دقت کلی و متوسط طبقه‌بندی برای داده Indian Pines با تعداد داده آموزشی ۶۰ در تعداد ویژگی‌های ۱۵ تا ۱۵۰ برای چهار شاخص به ترتیب در اشکال ۶ و ۷ نمایش داده شده است.



شکل ۶- دقت کلی طبقه‌بندی-داده Indian Pines



شکل ۷- دقت متوسط طبقه‌بندی-داده Indian Pines

همچنین عبارت نوشته شده در زیر روش مویک نشان دهنده نوع مویک مادر استفاده شده می‌باشد (Daubechies-4) [۹].

به دلیل تکرار نتایج مشابه در داده سوم Salinas_A تنها به گزارش دقت کلی بسنده کرده‌ایم. همچنین به طور خلاصه، بهترین نتایج دقت کلی طبقه‌بندی برای روش پیشنهادی و روش‌های رقیب در سه تصویر ابرطیفی در تصویر ۸ و ۹ و ۱۰ نمایش داده شده است.

به طور خلاصه بهترین نتایج دقت طبقه‌بندی بدست آمده در طبقه‌بندی سه مجموعه داده در دو تعداد داده آموزشی ۶۰ و ۳۰ نمونه در هر کلاس در روش پیشنهادی و روش‌های رقیب، PCA، روش انتخاب باند نظارت‌نشده مبتنی بر خوشه‌بندی K-means با معیار واریانس و فاصله اقلیدسی ارائه شده در [۱۷] و روش NWFE و مویک به ترتیب در جداول ۱ و ۲ و ۳ آورده شده است. اعداد نشان داده شده در پرانتز تعداد ویژگی بهینه است که در روش مویک وابسته به سطح فشردگی است که سعی شده است که تعداد ویژگی‌های استخراج شده در نزدیکی روش‌های دیگر باشد.

جدول ۱- بهترین دقت‌های طبقه‌بندی برای داده Indian Pines

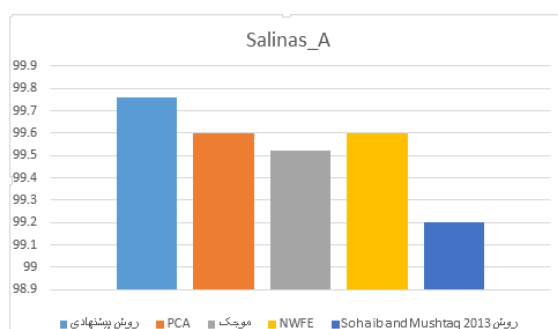
تعداد داده آموزشی در هر کلاس	روش ارزیابی	دقت روش کاهش ویژگی							روش Sohaib and Mushtaq 2013
		روش پیشنهادی میانگین	روش پیشنهادی میانگین هندسی	روش پیشنهادی میانگین هارمونیک	روش پیشنهادی میانگین	PCA	روش مویک (db-4)	NWFE	
۶۰	OA	$\frac{75.92}{(12)}$	75.56 (12)	75.5 (15)	71.47 (13)	66.83 (15)	71.89 (19)	65.58 (15)	68.69 (15)
	Kappa	$\frac{0.719}{(12)}$	0.715 (12)	0.714 (15)	0.668 (13)	0.612 (15)	0.67 (15)	0.596 (15)	0.64 (15)
	AA	$\frac{80.23}{(13)}$	79.89 (13)	79.69 (13)	75.94 (14)	69.85 (15)	78.14 (19)	70.5 (15)	73.73 (15)
۳۰	OA	71.96 (11)	$\frac{72.12}{(11)}$	71.79 (11)	69.52 (8)	64.39 (7)	64.58 (13)	64.12 (13)	65.30 (13)
	Kappa	0.68 (11)	$\frac{0.68}{(11)}$	0.675 (11)	0.65 (8)	0.59 (13)	0.59 (13)	0.59 (13)	0.6 (13)
	AA	78.71 (11)	$\frac{78.88}{(11)}$	78.57 (12)	74.58 (7)	68.76 (15)	71.98 (13)	69.31 (13)	70.58 (13)

جدول ۲- بهترین دقت‌های طبقه‌بندی برای داده Salinas

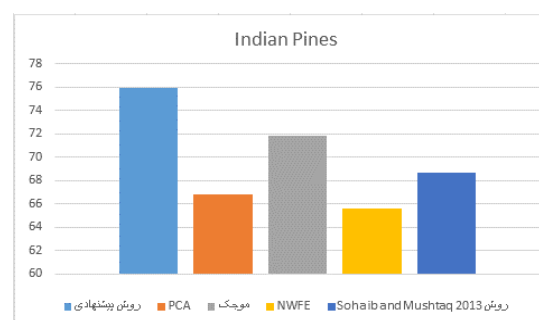
تعداد داده آموزشی در هر کلاس	روش ارزیابی	دقت روش کاهش ویژگی							
		روش پیشنهادی میانگین	روش پیشنهادی میانگین هندسی	روش پیشنهادی میانگین هارمونیک	روش پیشنهادی میانه	PCA	روش موجک (db-4)	NWFE	روش Sohaib and Mushtaq 2013
۶۰	OA	۹۰.۱۱ (۱۲)	۸۹.۵۷ (۱۴)	۸۹.۹۷ (۱۴)	۸۸.۳۷ (۱۴)	۸۸.۷۷ (۱۵)	۸۸.۱۷ (۱۹)	۸۶.۲۵ (۱۵)	۸۶.۸۷ (۱۱)
	Kappa	۰.۸۹ (۱۲)	۰.۸۸۴ (۱۴)	۰.۸۹ (۱۴)	۰.۸۷۰ (۱۴)	۰.۸۷۴ (۱۵)	۰.۸۶۸ (۱۹)	۰.۸۵ (۱۵)	۰.۸۵ (۱۱)
	AA	۹۵.۴۳ (۱۴)	۹۵.۳۱ (۱۴)	۹۵.۳۶ (۱۴)	۹۴.۷۱ (۱۴)	۹۵.۳۸ (۱۵)	۹۴.۹۶ (۱۹)	۹۴.۳۵ (۱۳)	۹۳.۸۹ (۱۱)
۳۰	OA	۸۶.۶۳ (۱۰)	۸۵.۳۰ (۱۰)	۸۵.۹۵ (۱۰)	۸۵.۶۷ (۴)	۸۶.۰۰ (۱۱)	۸۱.۳۲ (۱۹)	۸۵.۴۸ (۵)	۸۴.۸۵ (۷)
	Kappa	۰.۸۵ (۱۰)	۰.۸۴ (۱۰)	۰.۸۴ (۱۰)	۰.۸۳۹ (۴)	۰.۸۴۳ (۱۲)	۰.۷۹۲ (۱۹)	۰.۸۳۷ (۵)	۰.۸۳ (۷)
	AA	۹۳.۲۸ (۱۰)	۹۳.۰۸ (۱۰)	۹۲.۸۷ (۱۰)	۹۲.۳۷ (۷)	۹۳.۲۵ (۱۲)	۹۰.۴۵ (۱۹)	۹۲.۰۹ (۵)	۹۱.۸۴ (۷)

جدول ۳- بهترین دقت‌های طبقه‌بندی برای داده Salinas_A

تعداد داده آموزشی در هر کلاس	روش ارزیابی	دقت روش کاهش ویژگی							
		روش پیشنهادی میانگین	روش پیشنهادی میانگین هندسی	روش پیشنهادی میانگین هارمونیک	روش پیشنهادی میانه	PCA	روش موجک (db-4)	NWFE	روش Sohaib and Mushtaq 2013
۶۰	OA	۹۹.۶۲ (۱۴)	۹۹.۶۲ (۶)	۹۹.۶۶ (۱۵)	۹۹.۷۶ (۹)	۹۹.۶ (۷)	۹۹.۵۲ (۱۹)	۹۹.۶ (۱۳)	۹۹.۲ (۱۵)
۳۰	OA	۹۸.۹۲ (۱۳)	۹۸.۹ (۱۰)	۹۸.۹۷ (۱۰)	۹۹.۱۹ (۹)	۹۹.۱۱ (۹)	۹۸.۲۵ (۱۳)	۹۸.۹۲ (۶)	۹۸.۶۹ (۷)



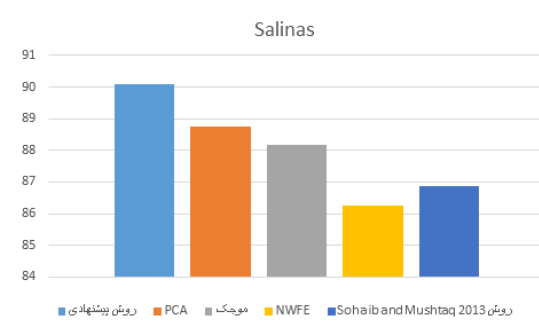
شکل ۱۰- دقت طبقه‌بندی برای روش‌های مختلف در داده Salinas_A



شکل ۸- دقت طبقه‌بندی برای روش‌های مختلف در داده Indian Pines

همچنین به عنوان نمونه برای داده Indian Pines تصویر طبقه‌بندی شده در هر روش هنگام استفاده از تعداد ۶۰ داده آموزشی در هر کلاس در شکل ۱۱ نمایش داده شده است.

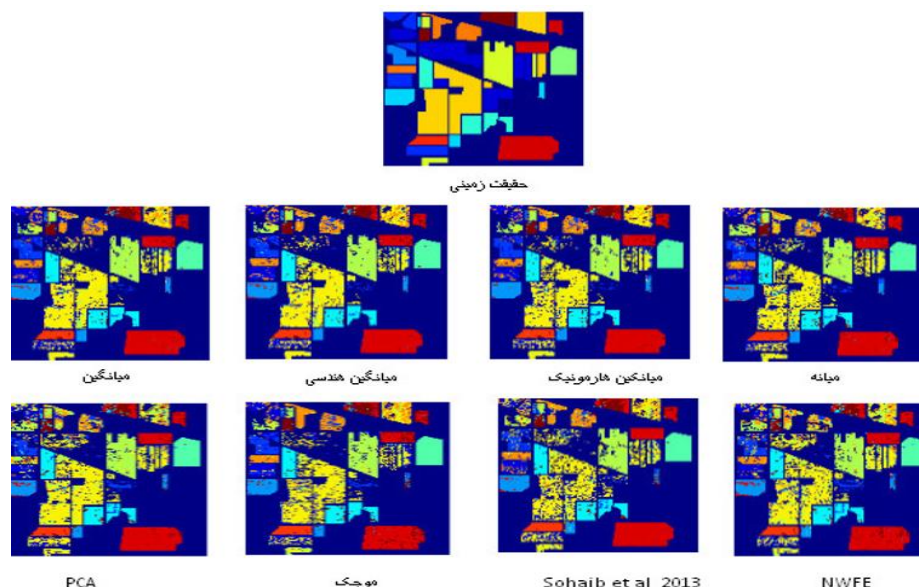
نتایج جدول ۱ نشان می‌دهد که در تصویر Indian Pines و هنگام استفاده از ۶۰ داده آموزشی، روش پیشنهادی مبتنی بر میانگین بهترین دقت را داشته است



شکل ۹- دقت طبقه‌بندی برای روش‌های مختلف در داده Salinas

ولی در حالت استفاده از ۳۰ داده آموزشی میانگین هندسی بهترین شاخص استخراج ویژگی بوده است. این در حالی است که در تصاویر Salinas_A و Salinas به ترتیب شاخص‌های میانگین و میانه بهترین عملکرد را داشته است. این دستاورد این نکته را اثبات می‌کند که

الزاما شاخص میانگین بکار رفته در تحقیقات پیشین (در روش‌های نظارت شده) بهترین شاخص به منظور استخراج ویژگی نهایی در هر خوشه نیست و شاخص‌های دیگر گرایش مرکزی مانند میانه نیز شانس بهتر بودن نسبت به میانگین را دارند.



شکل ۱۱- تصاویر طبقه‌بندی شده برای داده Indian Pines در روش‌های گوناگون

همچنین جدی‌ترین رقیب روش پیشنهادی در تصویر Indian Pines روش موجک می‌باشد که حتی در مقاطعی عملکردی مطلوب‌تر از روش پیشنهادی میانه داشته است در حالی که در تصاویر Salinas_A و Salinas روش تبدیل مؤلفه اصلی رقیب جدی برای روش پیشنهادی این تحقیق است. نتایج همچنین نشان از آن دارد که روش‌های استخراج ویژگی نظارت‌شده‌ای مانند روش استخراج ویژگی غیر پارامتریک وزن‌دار در هنگام وجود داده‌های آموزشی بسیار کم در مقایسه با روش‌های غیر نظارت‌شده ارجحیت ندارند. یکی از مزایای روش پیشنهادی در مقایسه با روش‌هایی مانند موجک و تبدیل مؤلفه اصلی و روش استخراج ویژگی غیر پارامتریک وزن‌دار این است که در روش پیشنهادی ویژگی‌های استخراج شده تغییر ماهیت ندادند

که این خود به این معنی است که این ویژگی‌ها تفسیرپذیری فیزیکی دارند که این مزیت تا حدودی روش پیشنهادی را نزدیک به خصوصیات روش‌های انتخاب ویژگی می‌کند.

به منظور ارزیابی زمان مورد نیاز برای کاهش بعد در هر روش آزمایش دیگری انجام شده است که در آن از سیستم کامپیوتری با پردازنده i5 شرکت اینتل و ۸ گیگابایت رم استفاده شده است. همه روش‌ها در برنامه متلب نسخه ۲۰۱۸b پیاده‌سازی شده‌اند و در هر روش زمان سپری شده در هسته اصلی روش کاهش ویژگی اندازه‌گیری شده است. نتایج نهایی در تصویر Indian Pines در جدول ۴ نمایش داده شده است.

جدول ۴- زمان سپری شده برای کاهش ویژگی در هر روش

زمان پردازش در هسته اصلی هر روش بر حسب ثانیه							
روش پیشنهادی میانگین	روش پیشنهادی میانگین هندسی	روش پیشنهادی میانگین هارمونیک	روش پیشنهادی میانه	PCA	روش موجک (db-۴)	NWFE	روش Sohaib and Mushtaq ۲۰۱۳
۱/۵				۱	۲۰	۴	۰/۵

همانطور که از جدول فوق دریافت می شود روش های خوشه بندی به منظور کاهش ویژگی از نظر زمانی نیز مطلوب هستند و روش پیشنهادی نسبت به روش هایی نظیر موجک و NWFE از نظر زمانی برتری دارد. روش PCA هرچند از نظر زمانی به صرفه است ولی از نظر دقت طبقه بندی در عمده حالات پیاده سازی شده در رتبه اول نبوده است.

۵- نتیجه گیری و پیشنهادات

در این مقاله روشی نظارت نشده مبتنی بر خوشه بندی باندها به منظور استخراج ویژگی از تصاویر ابرطیفی پیشنهاد شده است. بر مبنای این روش پس از تخمین بعد مجازی (VD) تصویر ابرطیفی خوشه بندی تصویر با

روش K-medoids انجام می شود و از میانگین خوشه ها در هر باند فضای پدیده تشکیل می شود. در مرحله بعد باندها در فضای پدیده خوشه بندی شده و در هر خوشه از چهار شاخص میانگین، میانگین هندسی، میانگین هارمونیک و میانه به منظور استخراج ویژگی استفاده می شود. نتایج طبقه بندی ویژگی های استخراج شده به کمک روش بیشترین شباهت در تعداد مختلف داده های آموزشی نشان از برتری روش پیشنهادی در مقایسه با چهار روش رقیب دارد.

استفاده از روش های پیشرفته تر خوشه بندی همانند DBSCAN در مرحله خوشه بندی و تست الگوریتم پیشنهادی در مناطق با پوشش های دیگر مانند مناطق شهری می تواند از زمینه های تحقیقات آتی باشد.

مراجع

- [1] Li, W., S. Prasad, J. E. Fowler and L. M. Bruce (2012). "Locality-preserving dimensionality reduction and classification for hyperspectral image analysis." IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing 50(4): 1185-1198.
- [2] Scott, D. W. (2008). "The curse of dimensionality and dimension reduction." Multivariate Density Estimation: Theory, Practice, and Visualization: 195-217.
- [3] Dianat, R. and S. Kasaei (2010). "Dimension reduction of optical remote sensing images via minimum change rate deviation method." IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing 48(1): 198-206.
- [4] Su, H., Y. Sheng and P. Du (2008). "A new band selection algorithm for hyperspectral data based on fractal dimension." The International Archives of the Photogrammetry, Remote Sensing and Spatial Information Sciences 37(B7): 279-284.
- [5] Hosseini, S. A. and H. Ghassemian (2016). "Rational function approximation for feature reduction in hyperspectral data." Remote Sensing Letters 7(2): 101-110.
- [6] Chang, C.-I. (2013). Hyperspectral data processing: algorithm design and analysis, John Wiley & Sons.
- [7] Jia, X. and J. A. Richards (1999). "Segmented principal components transformation for efficient hyperspectral remote-sensing image display and classification." IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing 37(1): 538-542.
- [8] Fauvel, M., J. Chanussot and J. A. Benediktsson (2006). Kernel principal component analysis for feature reduction in hyperspectral images analysis. Signal Processing Symposium, 2006. NORSIG 2006. Proceedings of the 7th Nordic, IEEE.
- [9] Kaewpijit, S., J. Le Moigne and T. El-Ghazawi (2003). "Automatic reduction of hyperspectral imagery using wavelet spectral analysis." IEEE transactions on Geoscience and Remote Sensing 41(4): 863-871.
- [10] Prabhu, N., M. K. Arora and R. Balasubramanian (2016). "Wavelet Based Feature Extraction Techniques of Hyperspectral Data." Journal of the Indian Society of Remote Sensing 44(3): 373-384.
- [11] Imani, M. and H. Ghassemian (2014). "Band clustering-based feature extraction for classification of hyperspectral images using limited training samples." IEEE Geoscience and remote sensing letters 11(8): 1325-1329.
- [12] Lee, C. and D. A. Landgrebe (1993). "Feature extraction based on decision boundaries." IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence 15(4): 388-400.
- [13] Kuo, B.-C. and D. A. Landgrebe (2004). "Nonparametric weighted feature extraction for classification." IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing 42(5): 1096-1105.
- [14] Chaudhary, M. K., P. Tripathi, A. Bhatt and A. Saxena (2016). "A Comparative Performance Analysis of Feature Extraction Techniques for Hyperspectral Image Classification." International Journal of Software Engineering and Its Applications 10(12): 179-188.

- [15] Mojaradi, B., H. Emami, M. Varshosaz and S. Jamali (2008). "A novel band selection method for hyperspectral data analysis." *Int Arch Photogramm Remote Sens Spat Inf Sci* 37: 447-454.
- [16] Mojaradi, B., H. Abrishami-Moghaddam, M. J. Valadan Zoej and R. P. Duin (2009). "Dimensionality reduction of hyperspectral data via spectral feature extraction." *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing* 47(7): 2091-2105.
- [17] Sohaib, M. and Q. Mushtaq (2013). "Dimensional Reduction of Hyperspectral Image Data Using Band Clustering and Selection Based on Statistical Characteristics of Band Images." *International Journal of Computer and Communication Engineering* 2(2): 101.
- [18] Ghamary Asl, M., M. R. Mobasheri and B. Mojaradi (2014). "Unsupervised feature selection using geometrical measures in prototype space for hyperspectral imagery." *IEEE transactions on geoscience and remote sensing* 52(7): 3774-3787.
- [19] Baran, D. and N. Apostolescu (2015). "A Virtual Dimensionality Method for Hyperspectral Imagery." *Procedia Engineering* 100: 460-465.
- [20] Chang, C. (2009). "Virtual dimensionality for hyperspectral imagery." *SPIE Newsroom* 10(2.1200909): 1749.
- [21] Yerpude, A. and S. Dubey (2012). "Colour image segmentation using K-medoids clustering." *International Journal of Computer Technology and Applications* 3(1): 152-154. <http://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download?doi=10.1.1.435.6263&rep=rep1&type=pdf>
- [22] Duda, R. O., P. E. Hart and D. G. Stork (1973). *Pattern classification*, Wiley New York.