

بررسی تأثیر رزولوشن داده‌های گرانی زمینی ایران در تعیین ژئوئید محلی

روح‌اله کریمی^{۱*}، علی‌رضا آزموده اردلان^۲، امیر عبادی^۳

^۱ استادیار گروه ژئودزی و مهندسی نقشه‌برداری - دانشگاه تفرش
karimi@tafreshu.ac.ir

^۲ استاد دانشکده مهندسی نقشه‌برداری و اطلاعات مکانی - پردیس دانشکده‌های فنی - دانشگاه تهران
ardalan@ut.ac.ir

^۳ دانشجوی دکتری - دانشکده مهندسی نقشه‌برداری و اطلاعات مکانی - پردیس دانشکده‌های فنی - دانشگاه تهران
ebadi.amir@ut.ac.ir

(تاریخ دریافت مهر ۱۳۹۶، تاریخ تصویب اردیبهشت ۱۳۹۷)

چکیده

مدل‌سازی جهانی میدان ثقل زمین با استفاده از مشاهدات ماهواره‌های ثقل‌سنجی و داده‌های گرانی زمینی و دیگر داده‌های ژئودتیکی انجام شده است که مدل‌های جهانی EGM2008 و EIGEN-6C4 نمونه‌ای از آن‌ها هستند که تا درجه و مرتبه ۲۱۹۰ بسط یافته‌اند. به‌علت دقت محدود و ناهمگن این مدل‌ها در مناطق مختلف، مدل‌سازی محلی میدان ثقل از طریق حل مسأله مقدار مرزی ژئودتیکی با استفاده از داده‌های گرانی زمینی همواره مورد توجه بوده است. در ایران نیز شبکه چندمنظوره با رزولوشن حدود ۵ دقیقه کمانی برای ایجاد داده‌های زمینی مورد نیاز مانند گرانی، تعیین موقعیت سه بعدی و ارتفاع ارتومتریک، طراحی شده و در حال مشاهده است. در خصوص داده‌های گرانی سوال مهمی که مطرح است این است که رزولوشن این داده‌ها در مدل‌سازی محلی تا چه اندازه مهم است و آیا با هر داده گرانی زمینی و با هر رزولوشنی می‌توان مدل‌های محلی با دقتی بیشتر از مدل‌های جهانی داشت؟ از همین‌رو در مقاله حاضر موضوع تأثیر رزولوشن داده‌های گرانی زمینی ایران در تعیین ژئوئید محلی و مقایسه آن با ژئوئیدهای جهانی مورد مطالعه قرار گرفته است. به همین منظور در محدوده ایران چهار منطقه آزمون با رزولوشن‌های متفاوت انتخاب شد. در هر منطقه آزمون، با استفاده از حل مسأله مقدار مرزی ژئودتیکی بر اساس تکنیک حذف-محاسبه-بازگشت، ژئوئید محلی برای هر منطقه محاسبه شد. از آنجاییکه در تکنیک حذف-محاسبه-بازگشت، نیاز به مدل رفرانس است، از مدل جهانی EGM2008 تا درجه و مرتبه‌های ۳۶۰، ۷۲۰، ۱۰۸۰ و ۲۱۶۰ به عنوان مدل‌های رفرانس استفاده شده است. سپس ژئوئید محلی در این مناطق با ژئوئیدهای جهانی براساس همین مدل‌های رفرانس در نقاط GPS/Leveling مقایسه شد. نتایج مقایسه نشان می‌دهد که علاوه بر دقت داده‌های گرانی زمینی، رزولوشن آنها نیز در تعیین ژئوئید بسیار حایز اهمیت است و با هر رزولوشنی نمی‌توان ژئوئید محلی بهتری نسبت به ژئوئید جهانی بدست آورد. همچنین در این مقاله نشان داده شده است که ژئوئید محلی با استفاده از داده‌های گرانی زمینی وقتی نسبت به ژئوئید جهانی متناظر بهبود دارد که رزولوشن داده‌های گرانی مورد استفاده بهتر از رزولوشن متناظر با درجه و مرتبه مدل ژئوئیدانسلی جهانی باشد.

واژگان کلیدی: مدل‌سازی محلی میدان ثقل، مسأله مقدار مرزی ژئودتیکی، حذف-محاسبه-بازگشت، داده گرانی زمینی، ژئوئید

۱- مقدمه

مدل‌سازی میدان گرانی زمین یکی از اهداف پرتاب ماهواره‌های ثقل‌سنجی است که بسیاری از نیازهای علوم مهندسی ژئوماتیک و علوم وابسته را مرتفع می‌سازد.

با پرتاب ماهواره‌هایی چون CHallenging Gravity Recovery, Minisatellite Payload (CHAMP) Gravity field and Climate Experiment (GRACE) and Ocean Circulation Explorer (GOCE) که از مهم‌ترین اهداف مأموریت آن‌ها اندازه‌گیری شتاب گرانی و مولفه‌های آن است، مدل‌های ژئوپتانسیلی جهانی بهبود قابل ملاحظه‌ای پیدا کرده‌اند [۱]. برای دسترسی به مدل‌های ژئوپتانسیلی جهانی می‌توان به International Center for Global Earth Models (ICGEM, <http://icgem.gfz-potsdam.de/home>) رجوع کرد.

امروزه مدل‌های جهانی ژئوپتانسیلی ماهواره‌ای^۱ رزولوشنی در حدود ۱۰۰ کیلومتر و دقتی در حدود ۳۰ تا ۴۰ سانتی‌متر دارند [۲] [۳]. ضرایب این مدل‌ها فقط از مشاهدات ماهواره‌ای محاسبه شده‌اند و تا درجه و مرتبه‌های حدود ۳۰۰ بسط یافته‌اند. مهم‌ترین دلیل این مسأله آن است که ماهواره‌های ثقل‌سنجی از یک فاصله نسبتاً دور (بیش‌تر از ۲۵۰ کیلومتر از سطح زمین) اثر میدان گرانی زمین را مشاهده می‌کنند و طبیعتاً در چنین فاصله‌ای، اثرات جزیی میدان گرانی زمین که همان درجه و مرتبه بالای مدل ژئوپتانسیلی هستند، در مشاهدات گرانی ماهواره‌ای وجود نداشته و امکان بازیابی آن‌ها در مدل‌سازی جهانی میدان گرانی وجود نخواهد داشت. این اثرات جزیی ناشی از تغییرات توپوگرافی در سطح زمین، تغییرات دانسیته و عوامل متعددی می‌باشند که منجر به خطای برش^۲ در مدل‌های ژئوپتانسیلی می‌شوند [۴].

برای حذف یا کاهش خطای برش در مدل‌های جهانی ماهواره‌ای ناگزیر به استفاده از دیگر مشاهدات ژئودتیکی هستیم که اثرات محلی میدان گرانی زمین را دربرداشته باشند. مشاهدات گرانی زمینی، گرانی دریایی، گرانی هوایی، مشاهدات ماهواره‌های ارتفاع‌سنجی و غیره نمونه‌ای از مشاهدات قابل استفاده در مدل‌سازی جهانی میدان گرانی زمین هستند. مدل‌های Earth Gravitational

European (EGM2008) Model [۵] و Improved Gravity Field Model of the Earth by New Techniques (EIGEN-6C4) [۶] نمونه‌ای از مدل‌های ژئوپتانسیلی جهانی ترکیبی^۳ هستند که با تلفیق انواع مشاهدات زمینی و ماهواره‌ای توانسته‌اند میدان گرانی زمین را تا درجه و مرتبه ۲۱۹۰ مدل‌سازی نمایند که متناظر با رزولوشن زمینی حدود ۵ دقیقه کمانی یا ۹ کیلومتر است. این مدل‌ها در مناطقی چون آمریکای شمالی، اروپا، ژاپن و استرالیا که دارای زیرساخت‌های بسیار مناسبی از داده‌های ژئودتیکی هستند، دقتی در حدود ۱۰ تا ۲۰ سانتی‌متر دارند درحالی‌که در دیگر مناطق با زیرساخت‌های ژئودتیکی کمتر، دقتی به مراتب کمتر از این مقدار را دارند [۲] [۳].

باتوجه به این‌که در مناطق مختلف داده‌های گرانی زمینی با رزولوشن متفاوت مشاهده و اندازه‌گیری شده است، تأثیر آن‌ها در حل مسأله مقدار مرزی و میزان بهبود محلی مدل‌های جهانی ژئوپتانسیلی نیز متفاوت خواهد بود. به‌عنوان مثال در ایران شبکه داده گرانی تقریباً منظمی با عنوان شبکه چندمنظوره و نام اختصاری GLGAM^۴ در سه درجه طراحی شده است. این شبکه از سال ۱۳۸۵ تاکنون در حال ایجاد، مشاهده و اندازه‌گیری است و هم‌اکنون شبکه درجه یک و دو آن تقریباً به پایان رسیده و شبکه درجه سه در حال تکمیل است. شبکه درجه یک با فواصل تقریباً منظم ۵۵ کیلومتر متناظر با رزولوشن ۳۰ دقیقه کمانی، شبکه درجه دو با فواصل تقریبی ۲۷ کیلومتر متناظر با رزولوشن ۱۵ دقیقه کمانی و شبکه درجه سه با فواصل حدود ۹ کیلومتر متناظر با رزولوشن ۵ دقیقه کمانی ایجاد و مشاهده شده است. در شبکه درجه یک ۷۰۰ نقطه، شبکه درجه دو ۱۹۰۹ نقطه و شبکه درجه سه تا کنون ۵۸۳۱ نقطه ایجاد شده است. در نقاط این شبکه مشاهده گرانی با دقت ۱۰ میکرو گال، اختلاف ارتفاع ارتومتریکی با دقت ۰/۲ میلی‌متر و موقعیت سه بعدی با دقت ۱ سانتی‌متر انجام شده است [۷].

مهم‌ترین سوال در طراحی چنین شبکه‌هایی این است که آیا رزولوشن این شبکه‌ها برای مدلسازی محلی مناسب هستند؟ آیا مدل‌های محلی بر اساس داده‌های گرانی این شبکه‌ها نسبت به مدل‌های جهانی بهبود دارد؟ از همین‌رو

^۳ Combined Global Geopotential Model
^۴ Gravity-Leveling-GNSS-Astronomy-Magnitude

^۱ Satellite Global Geopotential Model
^۲ Omission error

مسأله مقدار مرزی دیرخله بیضوی برای مدل سازی آنامولی پتانسیل باقی مانده در خارج بیضوی مرجع $E_{a,b}^2$ در سیستم مختصات ژاکوبی بیضوی (λ, φ, η) به صورت زیر می باشد [۱۴]:

$$\begin{cases} \Delta \tilde{T}^L(\lambda, \varphi, \eta) = 0 & \eta > \eta_0 \text{ (field equation)} \\ \tilde{T}^L(\lambda, \varphi, \eta) = \tilde{T}^L(\lambda, \varphi, \eta_0) & \eta = \eta_0 \text{ (boundary values)} \\ \lim_{\eta \rightarrow \infty} \tilde{T}^L(\lambda, \varphi, \eta) = 0 & \text{(regularity condition)} \end{cases} \quad (1)$$

که در آن Δ عملگر لاپلاس است و $\tilde{T}^L(\lambda, \varphi, \eta)$ آنامولی پتانسیل باقی مانده می باشد که به صورت زیر تعریف می شود:

$$\tilde{T}^L := \tilde{T} - \tilde{T}_L = (W - U - V^t) - (W_L - U - V_L^t) = W - (W_L + V^t - V_L^t) \quad (2)$$

که در آن $\tilde{T} := W - U - V^t$ آنامولی پتانسیل هارمونیک (بدون توپوگرافی) و $\tilde{T}_L := W_L - U - V_L^t$ بخش درجه پایین $\tilde{T}$ است. W پتانسیل گرانی واقعی و U پتانسیل گرانی نرمال، W_L بخش درجه پایین پتانسیل گرانی زمین W تا درجه L است که از مدل ژئوپتانسیلی جهانی^۵ (GGM) بدست می آید و V^t اثر جرم های توپوگرافی خارج بیضوی مرجع است. V_L^t بخش درجه پایین پتانسیل گرانی ناشی از جرم های توپوگرافی خارج بیضوی مرجع تا درجه L می باشد که با بسط انتگرال نیوتن به هارمونیک های کروی بدست می آید [۱۰] [۱۱] [۱۲]. از آنجایی که $\tilde{T}$ و $\tilde{T}_L$ در خارج بیضوی مرجع هارمونیک هستند $\tilde{T}^L$ نیز در همان فضا هارمونیک خواهد بود و در معادله لاپلاس صدق خواهد کرد. با حل معادله (۱)، جواب مسأله مقدار مرزی به صورت زیر خواهد بود [۱۴]:

$$\tilde{T}^L(\lambda, \varphi, \eta) = \frac{1}{4\pi} \iint_{E_{a,b}^2} \mathcal{P}^L(\lambda, \varphi, \eta; \lambda', \varphi', \eta_0) \tilde{T}^L(\lambda', \varphi', \eta_0) \cos \varphi' \cdot d\varphi' \cdot d\lambda' \quad (3)$$

که در آن $\tilde{T}^L(\lambda, \varphi, \eta)$ آنامولی پتانسیل باقی مانده در نقاط سطح زمین، $\tilde{T}^L(\lambda', \varphi', \eta_0)$ آنامولی پتانسیل باقی مانده در نقاط واقع بر روی بیضوی مرجع، $\mathcal{P}^L(\lambda, \varphi, \eta; \lambda', \varphi', \eta_0)$ کرنل پواسن باقی مانده بیضوی است [۸]. با تعریف $V^{RTM} = V^t - V_L^t$ در معادله که اثر باقی مانده توپوگرافی^۶ است می توان معادله (۲) را به صورت زیر بازنویسی نمود:

$$\tilde{T}^L = W - W_L - V^{RTM} \quad (4)$$

در این تحقیق، تأثیر رزولوشن داده های گرانی زمینی در تعیین ژئوئید محلی و مقایسه آن با ژئوئیدهای جهانی مورد مطالعه قرار گرفته است.

در ادامه و در بخش ۲، روش مورد استفاده در تعیین ژئوئید محلی و روابط ریاضی آن بیان می شوند. در بخش ۳ مناطق آزمون و داده های مورد استفاده معرفی شده و در بخش ۴ نتایج عددی محاسبات ارائه می شوند. در پایان و در بخش ۵ نیز نتایج تحقیق ارائه خواهند شد.

۲- تعیین ژئوئید با استفاده از حل مسأله مقدار مرزی ژئودتیکی بر اساس تکنیک حذف-محاسبه-بازگشت

امروزه در تعیین ژئوئید بر پایه مسایل مقدار مرزی از روش تفاضلی استفاده می شود. این روش دارای مزایای بسیاری در حل مسأله مقدار مرزی است که از آن جمله می توان به کاهش خطای محاسبات، خطاهای گسسته سازی، خطاهای انتقال فروسو^۱، خطاهای پایدارسازی و غیره اشاره کرد. در این روش ها بر اساس تکنیک حذف-محاسبه-بازگشت^۲، ابتدا اثر کلی میدان با استفاده از مدل های جهانی و اثرات توپوگرافی باقیمانده از روی مشاهدات برداشته شده و سپس مشاهدات تفاضلی^۳ به عنوان ورودی در مسأله مقدار مرزی شرکت می کنند. در پایان با افزودن اثرات حذف شده به نتایج حل مسأله مقدار مرزی، جواب نهایی محاسبه می شود.

در این تحقیق، از روش تفاضلی یک مرحله ای معکوس^۴ که توسط اردلان و گرافارند مطرح شده و بر پایه انتگرال آبل-پواسن و مشتقات آن می باشد، استفاده خواهد شد [۸] [۹]. از مزایای این روش می توان به امکان استفاده از مشاهدات و داده های مختلف و تلفیق آنها مانند مدل های جهانی ژئوپتانسیلی (GGM)، مدل های رقومی ارتفاعی، مختصات سه بعدی نقاط که از روش های مختلف مانند Global Navigation Satellite System (GNSS) بدست آمده، مشاهدات ارتفاع سنجی ماهواره ای و مدل های توپوگرافی سطح دریا (Mean Dynamic Topography) در حل مسأله مقدار مرزی اشاره کرد.

^۱ Downward Continuation error

^۲ Remove-Compute-Restore

^۳ Incremental observation

^۴ One Step Inversion Method

^۵ Global Geopotential Model

^۶ sResidual Terrain Model (RTM)

با اعمال اپراتور گرادیان ∇ به معادله (۴) بردار گرانی باقی‌مانده هم به صورت زیر بدست می‌آید:

$$\delta \mathbf{g}^L = \nabla \tilde{T}^L = \nabla (W - W_L - V^{RTM}) = \mathbf{g} - \mathbf{g}_L - \mathbf{g}^{RTM} \quad (5)$$

جاییکه $\mathbf{g} = \nabla W$ بردار گرانی، $\mathbf{g}_L = \nabla W_L$ بردار گرانی رفرنس (محاسبه شده از مدل‌های ژئوپتانسیلی جهانی) و $\mathbf{g}^{RTM} = \nabla V^{RTM}$ بردار گرانی RTM ناشی از اثر جرم‌های توپوگرافی باقیمانده است.

با اعمال اپراتور گرادیان به معادله (۳) و پس از خطی کردن آن می‌توان نوشت:

$$\delta \tilde{g}^L(\lambda, \varphi, \eta) = \frac{1}{4\pi} \iint_{E_{a,b}} K^L(\lambda, \varphi, \eta; \lambda', \varphi', \eta_0) \tilde{T}^L(\lambda', \varphi', \eta_0) \cos \varphi' d\varphi' d\lambda' \quad (6)$$

که در آن $\delta \tilde{g}^L = \mathbf{g} - \mathbf{g}_L - \mathbf{g}^{RTM}$ آنامولی گرانی باقیمانده و $K^L = \nabla P^L$ است.

رابطه (۶) پس از جابجایی کرنل K^L با کرنل اصلاح شده K (رابطه K در [۱۴] ارائه شده است.) برای کاهش خطای برش ناشی از محدودیت در انتگرال گیری و گسسته سازی روی یک شبکه منظم روی بیضوی مرجع به صورت زیر نوشته می‌شود [۸] و [۱۴]:

$$\delta \tilde{g}^L(\lambda, \varphi, \eta) = \sum_{i=1}^{i_{max}} \sum_{j=1}^{j_{max}} \frac{1}{4\pi} K(\lambda, \varphi, \eta; \lambda'_{ij}, \varphi'_{ij}) \cos \varphi'_{ij} \Delta \lambda' \Delta \varphi' \tilde{T}^L(\lambda'_{ij}, \varphi'_{ij}, \eta_0) \quad (7)$$

که $\Delta \lambda'$ و $\Delta \varphi'$ ابعاد سلولهای شبکه انتگرال گیری روی بیضوی مرجع در راستای عرض جغرافیایی و طول جغرافیایی می باشند که مشخص کننده رزولوشن این شبکه هستند. تعداد کل سلولها نیز برابر $i_{max} \times j_{max}$ می باشد. گسسته سازی با توجه به وسعت منطقه و تعداد داده‌های گرانی زمینی انجام می‌شود. لازم به ذکر است محدوده گسسته سازی روی بیضوی به اندازه منطقه مطالعاتی می‌باشد که برای اجتناب از اثرات منفی در لبه‌ها، محدوده گسسته سازی روی بیضوی مقداری بزرگتر از منطقه مطالعاتی در نظر گرفته می‌شود. این مقدار بستگی به رفتار مشتقات کرنل پواسن دارد. جهت بکارگیری صحیح کرنل K در رابطه (۷) نیز از روش ارائه شده در [۱۴]، [۱۵] و [۱۶] استفاده شده است. تعداد سلولهای شبکه روی بیضوی مرجع و رزولوشن آن به گونه‌ای انتخاب می‌شود که مسئله فرامعین باشد (تعداد معادلات کمی بیشتر از تعداد مجهولات شود). حل معادله (۷) ما را به یک سرشکنی کمترین مربعات می‌رساند. با توجه

به اینکه این مسئله یک مسئله ناپایدار است، برای پایداری از روش کخ و کوشه با مقدار اولیه صفر برای مجهولات (یعنی آنامولی پتانسیل باقی‌مانده روی بیضوی مرجع $\tilde{T}^L(\lambda', \varphi', \eta_0)$) استفاده می‌شود، زیرا در بررسی‌های انجام شده، جوابهای مستدل تری از این روش حاصل شد [۱۹].

آنامولی گرانی باقیمانده ($\delta \tilde{g}^L$) داده ورودی در مساله مقدار مرزی است که با استفاده از داده های گرانی مشاهداتی (g)، گرانی رفرنس (g_L) محاسبه شده از GGM و گرانی RTM (g^{RTM}) محاسبه شده توسط انتگرال نیوتن بدست می آید [۱۳]. با داشتن آنامولی گرانی باقیمانده ($\delta \tilde{g}^L$) روی سطح زمین و با استفاده از رابطه (۷)، $\tilde{T}^L(\lambda', \varphi', \eta_0)$ بدست می‌آید. سپس بر اساس رابطه (۴) و با افزودن اثرات حذف شده میدان در فضای پتانسیلی روی بیضوی رفرنس یعنی W_L و V^{RTM} ، به آنامولی پتانسیل باقی‌مانده در نقاط واقع بر روی بیضوی مرجع $\tilde{T}^L(\lambda', \varphi', \eta_0)$ مقدار پتانسیل بر روی بیضوی مرجع یعنی W محاسبه می‌گردد. با داشتن W و معلوم بودن پتانسیل ژئوئید، از رابطه (۸) که به رابطه برنز تعمیم یافته مشهور است، ارتفاع ژئوئید محاسبه می‌شود [۸]:

$$\begin{aligned} N &= (W_0 - W) / \left(-\frac{\sqrt{b^2 + e^2}}{\sqrt{b^2 + e^2} \sin^2 \varphi} \left[-\frac{GM}{b^2 + e^2} \omega^2 \right. \right. \\ &\quad \times \left. \left. \frac{6(b^2 + e^2)b \cdot \arccot\left(\frac{b}{e}\right) - 3be + e^2 - 3e}{(3b^2 + e^2) \operatorname{arccot}\left(\frac{b}{e}\right) - 3be} \right] \right. \\ &\quad \times \left. (3 \sin^2 \varphi + 1) + \omega^2 b \cos^2 \varphi \right] \end{aligned} \quad (8)$$

در رابطه فوق W_0 پتانسیل ژئوئید است که به صورت قراردادی توسط International Earth Rotation and Reference Systems Service (IERS) برابر با $62636856 \text{ m}^2/\text{s}^2$ می‌باشد. GM ثابت جهانی جاذبه، b و e نیز نیم قطر اقصی بیضوی مرجع و خروج از مرکزیت آن هستند. φ هم عرض ژئودتیک ژاکوبی نقطه محاسباتی است. در این مقاله از بیضوی World Geodetic System (WGS 84; $a=6378137 \text{ m}$, $b=6356752.3142 \text{ m}$) در محاسبات استفاده شده است. جهت جزییات بیشتر می‌توان به [۸]، [۹]، [۱۴]، [۱۵] و [۱۶] رجوع کرد.

۳- معرفی داده‌ها و مناطق آزمون

برای آزمونهای عددی مباحث مطرح شده، ایران به چهار منطقه (Patch) با ابعاد تقریباً مساوی اما با داده‌های گرانی با رزولوشن‌های متفاوت تقسیم‌بندی شده است. که

۴- محاسبات عددی و آنالیز نتایج

در هر منطقه، ابتدا با استفاده از مدل ژئوپتانسیلی جهانی EGM2008 اثر کلی میدان ثقل (g_L) تا درجه و مرتبه‌های ۳۶۰، ۷۲۰، ۱۰۸۰ و ۲۱۶۰ و همچنین g^{RTM} از روی مشاهدات گرانی زمینی حذف می‌شود. لازم به ذکر است با توجه به تعدد شکل‌ها، شکلها فقط برای مدل جهانی تا درجه و مرتبه ۲۱۶۰ نشان داده می‌شوند.

در شکل ۳ مشاهدات تفاضلی گرانی در سطح زمین (δg^L) نشان داده شده است. در جدول ۲ نیز پارامترهای آماری مشاهدات تفاضلی گرانی در سطح زمین (δg^L) برای هر ۴ منطقه آزمون و تمامی مدل‌های رفرانس ارائه شده است.

جدول ۲- پارامترهای آماری مشاهدات تفاضلی گرانی در سطح زمین

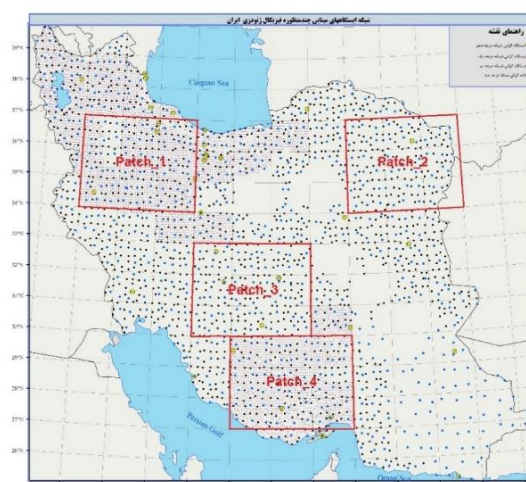
بر حسب میلی گال

منطقه آزمون	Degree	Min	Max	Mean	Std	RMS
منطقه ۱	360	-161.938	124.221	-10.082	35.222	36.627
	720	-170.921	104.164	-9.681	29.353	30.900
	1080	-162.423	89.136	-8.574	23.477	24.987
	2160	-118.202	75.521	-7.151	17.604	18.996
منطقه ۲	360	-87.627	57.825	-6.204	25.763	26.423
	720	-59.764	52.523	-4.543	19.939	20.391
	1080	-49.503	42.429	-3.900	16.695	17.095
	2160	-36.757	33.501	-2.043	12.922	13.044
منطقه ۳	360	-92.147	105.119	-6.322	26.701	27.384
	720	-88.997	47.304	-6.385	19.085	20.086
	1080	-68.990	38.509	-6.335	16.703	17.830
	2160	-50.681	34.173	-5.676	12.793	13.971
منطقه ۴	360	-78.321	99.867	-16.081	24.808	29.558
	720	-75.809	84.073	-14.875	20.030	24.944
	1080	-83.973	81.728	-14.468	18.958	23.844
	2160	-77.947	70.680	-11.522	15.807	19.557

با ایجاد مشاهدات تفاضلی گرانی در سطح زمین (δg^L) بر اساس رابطه (۵)، مسأله مقدار مرزی با استفاده از رابطه (۷) قابل حل خواهد بود. نتایج این مرحله از محاسبات، آنامولی پتانسیل باقی‌مانده در نقاط واقع بر روی بیضوی مرجع $\tilde{T}^L(\lambda', \varphi', \eta_0)$ می‌باشد. سپس بر اساس رابطه (۴) و با افزودن اثرات حذف شده میدان در فضای پتانسیلی، یعنی W_L و V^{RTM} ، به آنامولی پتانسیل باقی‌مانده در نقاط واقع بر روی بیضوی مرجع $\tilde{T}^L(\lambda', \varphi', \eta_0)$ ، مقدار پتانسیل W بر روی بیضوی مرجع محاسبه می‌شود.

با توجه به اینکه در مرحله بازگشت، محاسبات بر روی بیضوی مرجع صورت می‌پذیرد که بخشی از آن بالای جرم های توپوگرافی قرار دارد که این موضوع باعث می‌شود مدل‌های جهانی دارای بایاسی به نام بایاس توپوگرافی شوند، لذا برای جبران آن باید مقدار تصحیحی به نتایج اعمال گردد. مقدار تصحیح بایاس توپوگرافی اولین بار

در جدول ۱ مشخصات این چهار منطقه آزمون ارائه شده‌اند. شکل ۱ نقاط شبکه درجه ۱، ۲ و ۳ از شبکه چندمنظوره ایران به همراه چهار منطقه آزمون را نمایش می‌دهد.



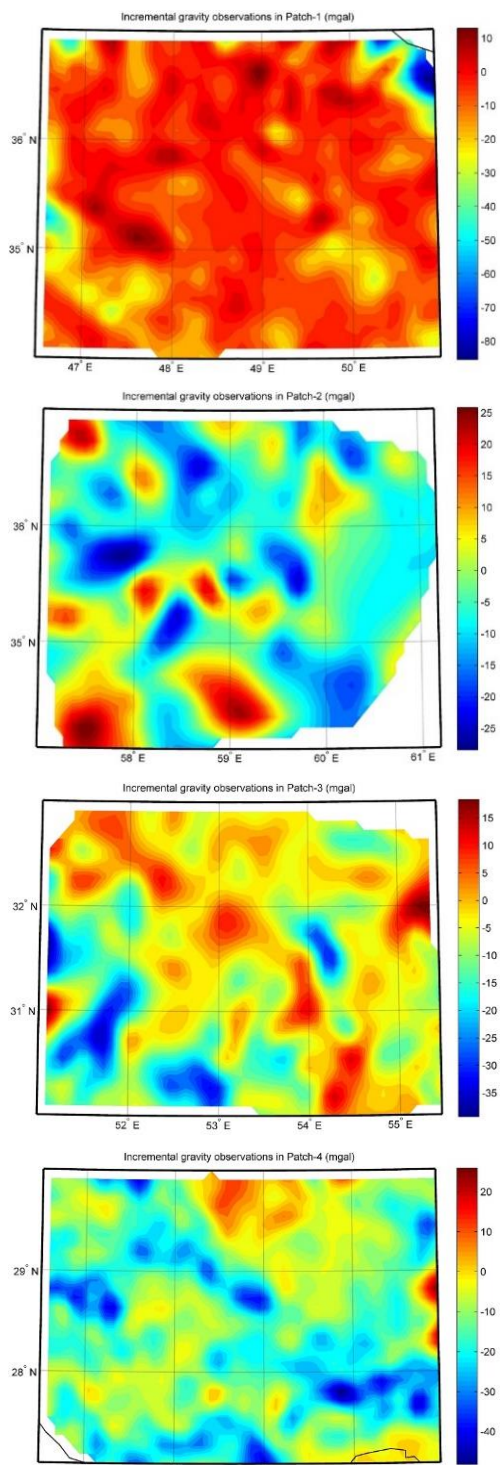
شکل ۱- نمایشی از نقاط شبکه چندمنظوره درجه یک، دو و سه ایران (نقاط آبی شبکه درجه یک، نقاط قرمز شبکه درجه دو و نقاط سبز شبکه درجه سه هستند) و چهار منطقه آزمون

جدول ۱- مشخصات چهار منطقه آزمون

تعداد نقاط کنترل	تعداد نقاط گرانی	محدوده ارتفاع (متر)	محدوده طول جغرافیایی	محدوده عرض جغرافیایی	منطقه آزمون
140	5.7'	1738	-24 - 3050	34°N- 37°N	منطقه ۱
40	21.6'	165	237 - 2244	34°N- 37°N	منطقه ۲
25	18'	234	681 - 2651	30°N- 33°N	منطقه ۳
32	5.7'	1727	-27 - 3015	27°N- 30°N	منطقه ۴

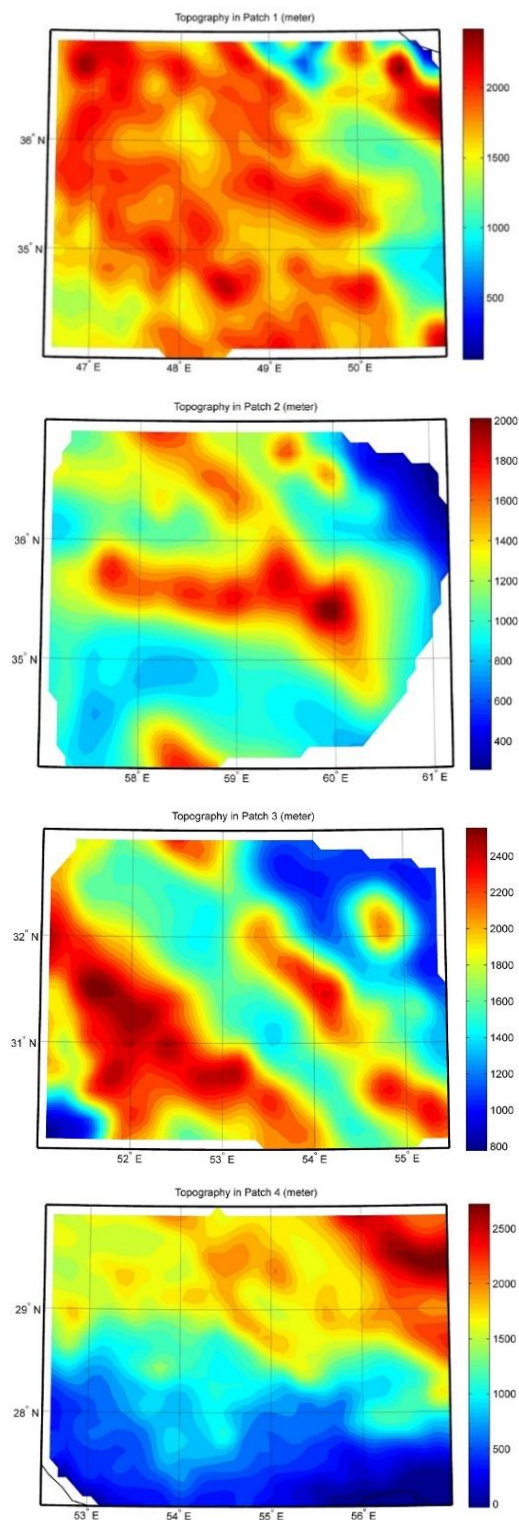
شکل ۲ تغییرات توپوگرافی چهار منطقه انتخابی را نشان می‌دهد. به عنوان مدل رفرانس برای محاسبه اثرات کلی میدان (W_{ref}, g_{ref}) از مدل EGM2008 در درجه و مرتبه‌های مختلف استفاده شده است. مدل رقومی زمین نیز برای محاسبه اثرات توپوگرافی باقیمانده مدل "SRTM_3" انتخاب شده است. برای محاسبه اثرات توپوگرافی باقی‌مانده میدان گرانی (V^{RTM}, g^{RTM}) از انتگرال نیوتن در سیستم مختصات بیضوی و سیستم تصویر هم‌مساحت استوانه‌ای استفاده شده است [۱۷].

توسط شوبرگ (۱۹۷۷) ارائه شده است [۱۸]. لزوم اعمال این بایاس در [۱۴] و [۱۵] در منطقه مطالعاتی فنلاند و ایران مورد بررسی قرار گرفته است.

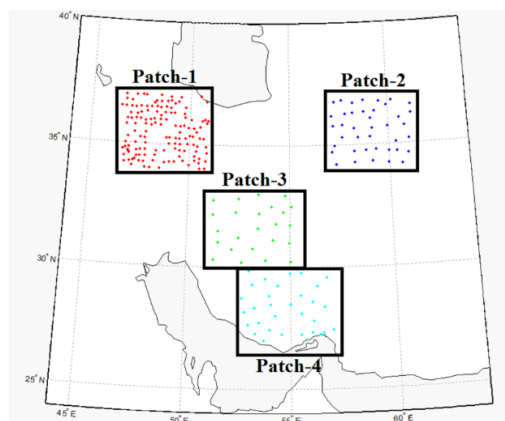


شکل ۳- مشاهدات تفاضلی گرانی در سطح زمین (δg^L) بر حسب میلی گال

پس از محاسبه مقدار پتانسیل W بر روی بیضوی مرجع و با استفاده از رابطه (۸) ارتفاع ژئوئید در چهار منطقه آزمون محاسبه می‌شود، که در شکل ۴ ارائه شده‌اند.



شکل ۲- تغییرات توپوگرافی در هر ۴ منطقه آزمون بر حسب متر



شکل ۵- پراکندگی نقاط کنترل GPS/Leveling در هر چهار منطقه آزمون

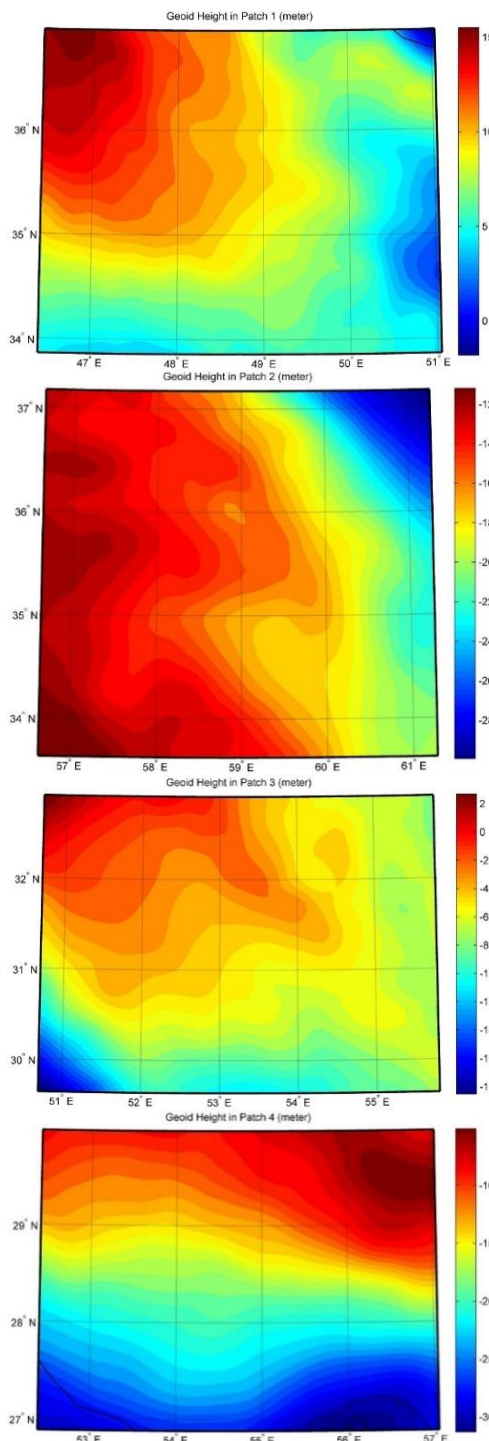
نتایج مقایسه ژئوئید در هر چهار منطقه تست با ژئوئید حاصل از GPS/Leveling در نقاط کنترل در جداول ۳ تا ۶ ارائه شده‌اند.

جدول ۳- نتایج مقایسه ژئوئید در منطقه ۱ با ژئوئید حاصل از GPS/Leveling در نقاط کنترل و ژئوئید فقط مدل جهانی EGM08 در درجه و مرتبه‌های ۳۶۰، ۷۲۰، ۱۰۸۰ و ۲۱۶۰ (اعداد بر حسب متر هستند)

Patch-1	Min	Max	Mean	Std	RMS
GBVP based on EGM08 d/o 360	-0.837	0.588	0.079	0.244	0.256
GBVP based on EGM08 d/o 720	-1.314	0.675	0.067	0.246	0.254
GBVP based on EGM08 d/o 1080	-1.126	0.613	0.071	0.233	0.243
GBVP based on EGM08 d/o 2160	-1.227	0.512	0.068	0.235	0.244
EGM08 d/o 360	-1.735	0.962	0.041	0.418	0.420
EGM08 d/o 720	-1.465	0.921	0.066	0.294	0.300
EGM08 d/o 1080	-1.201	0.529	0.081	0.261	0.272
EGM08 d/o 2160	-1.071	0.479	0.076	0.237	0.248

جدول ۴- نتایج مقایسه ژئوئید در منطقه ۲ با ژئوئید حاصل از GPS/Leveling در نقاط کنترل و ژئوئید فقط مدل جهانی EGM08 در درجه و مرتبه‌های ۳۶۰، ۷۲۰، ۱۰۸۰ و ۲۱۶۰ (اعداد بر حسب متر هستند).

Patch-2	Min	Max	Mean	Std	RMS
GBVP based on EGM08 d/o 360	-1.045	0.555	-0.197	0.338	0.389
GBVP based on EGM08 d/o 720	-0.999	0.540	-0.195	0.341	0.391
GBVP based on EGM08 d/o 1080	-0.985	0.611	-0.192	0.340	0.389
GBVP based on EGM08 d/o 2160	-1.002	0.665	-0.189	0.343	0.389
EGM08 d/o 360	-1.481	0.389	-0.247	0.432	0.495
EGM08 d/o 720	-1.017	0.451	-0.204	0.274	0.340
EGM08 d/o 1080	-0.940	0.529	-0.180	0.259	0.314
EGM08 d/o 2160	-0.956	0.537	-0.177	0.251	0.306



شکل ۴- ارتفاع ژئوئید بر حسب متر

برای کنترل عددی نتایج به دست آمده از نقاط GPS/Leveling در هر منطقه استفاده شده است. در منطقه ۱، ۱۴۰ نقطه کنترل و در مناطق ۲، ۳ و ۴ هم به ترتیب ۴۰، ۲۵ و ۳۲ نقطه کنترل انتخاب شده‌اند. از نقاط کنترل در محاسبات استفاده نشده است تا هیچ گونه وابستگی بین نتایج و تست‌های انجام شده وجود نداشته باشد. پراکندگی نقاط کنترل در شکل ۵ نمایش داده شده است.

جدول ۵- نتایج مقایسه ژئوئید در منطقه ۳ با ژئوئید حاصل از GPS/Leveling در نقاط کنترل و ژئوئید فقط مدل جهانی EGM08 در درجه و مرتبه‌های ۳۶۰، ۷۲۰، ۱۰۸۰ و ۲۱۶۰ (اعداد بر حسب متر هستند).

Patch-3	Min	Max	Mean	Std	RMS
GBVP based on EGM08 d/o 360	-0.489	0.902	-0.047	0.246	0.249
GBVP based on EGM08 d/o 720	-0.589	0.902	-0.061	0.240	0.248
GBVP based on EGM08 d/o 1080	-0.729	0.902	-0.060	0.241	0.247
GBVP based on EGM08 d/o 2160	-0.480	1.026	-0.055	0.241	0.247
EGM08 d/o 360	-0.907	1.128	-0.055	0.362	0.365
EGM08 d/o 720	-0.573	1.010	-0.039	0.201	0.204
EGM08 d/o 1080	-0.386	1.024	-0.037	0.171	0.174
EGM08 d/o 2160	-0.438	1.11	-0.033	0.166	0.168

جدول ۶- نتایج مقایسه ژئوئید در منطقه ۴ با ژئوئید حاصل از GPS/Leveling در نقاط کنترل و ژئوئید فقط مدل جهانی EGM08 در درجه و مرتبه‌های ۳۶۰، ۷۲۰، ۱۰۸۰ و ۲۱۶۰ (اعداد بر حسب متر هستند).

Patch-4	Min	Max	Mean	Std	RMS
GBVP based on EGM08 d/o 360	-0.665	0.348	-0.111	0.212	0.236
GBVP based on EGM08 d/o 720	-0.700	0.184	-0.081	0.178	0.193
GBVP based on EGM08 d/o 1080	-0.499	0.234	-0.083	0.184	0.199
GBVP based on EGM08 d/o 2160	-0.581	0.220	-0.066	0.184	0.192
EGM08 d/o 360	-0.847	0.407	-0.104	0.290	0.304
EGM08 d/o 720	-0.540	0.438	-0.057	0.214	0.219
EGM08 d/o 1080	-0.540	0.523	-0.051	0.220	0.223
EGM08 d/o 2160	-0.462	0.547	-0.036	0.194	0.195

همان طور که در جداول ۳ تا ۶ دیده می شود، در مناطق ۱ و ۴ که رزولوشن داده ها حدود 5.7' کمانی بود، بهترین نتایج حاصل می شود به گونه ای که متوسط RMS در این مناطق حدود ۲۳ سانتیمتر است، در حالیکه در مناطق ۲ و ۳ با رزولوشنهای به ترتیب برابر 21.6' و 18' متوسط RMS برابر ۳۲ سانتیمتر است. همچنین باتحلیل نتایج آماری ارائه شده در جداول ۳ تا ۶ ملاحظه می شود

که در منطقه ۱ که دارای رزولوشن داده گرانی زمینی حدود 5.7' کمانی که تقریباً معادل با درجه و مرتبه ۱۹۰۰ است، در درجه و مرتبه های ۳۶۰، ۷۲۰ و ۱۰۸۰ حل مسأله مقدار مرزی باعث بهبود نتایج می شود که با افزایش درجه این بهبود کمتر می شود به طوریکه در درجه ۲۱۶۰ تقریباً نتایج حل مسأله مقدار مرزی و مدل جهانی یکسان می شود یعنی داده زمینی گرانی در این منطقه نتوانسته است بهبود چندانی را در مدل جهانی تا درجه و مرتبه ۲۱۶۰ ایجاد کند. برای افزایش دقت مدل جهانی از طریق حل مساله مقدار مرزی نیاز داریم تا رزولوشن داده زمینی را افزایش دهیم. این افزایش رزولوشن باید بیش تر از درجه و مرتبه مدل جهانی (در اینجا ۲۱۶۰) باشد تا بتواند پس از حل مسأله مقدار مرزی تأثیری در دقت نتایج داشته باشد. در مناطق ۲ و ۳ رزولوشن داده زمینی به ترتیب برابر با 21.6' و 18' کمانی یا معادل با درجه و مرتبه ۵۰۰ و ۶۰۰ است. در این مناطق نیز تا درجه و مرتبه ۳۶۰ با حل مساله مقدار مرزی بهبود نتایج مشاهده می شود اما با افزایش درجه و مرتبه به ۷۲۰، ۱۰۸۰ و ۲۱۶۰ ملاحظه می شود که حل مساله مقدار مرزی با این مقدار رزولوشن داده زمینی نمی تواند بهبودی را در نتایج ایجاد کند. در حقیقت مدل جهانی در مناطق ۲ و ۳ در درجات ۷۲۰، ۱۰۸۰ و ۲۱۶۰ بهتر از جواب مسئله مقدار مرزی است. این نشان می دهد که رزولوشن مدل جهانی بیشتر از داده های گرانی زمینی در این مناطق می باشد و در تولید مدل جهانی از داده های بیشتری استفاده شده است. لذا برای رسیدن به ژئوئیدی با دقتی بیشتر از مدل جهانی لازم است رزولوشن داده گرانی زمینی متناسب با مدل جهانی افزایش یابد. در منطقه ۴ با رزولوشن حدود 5.7' کمانی که معادل با درجه و مرتبه ۱۹۰۰ می باشد هم در درجه و مرتبه های ۳۶۰، ۷۲۰ و ۱۰۸۰ بهبود نتایج را با حل مساله مقدار مرزی می بینیم که با افزایش درجه این بهبود کمتر می شود به طوریکه در درجه ۲۱۶۰ تغییر محسوسی در نتایج مشاهده نمی شود یعنی باز هم با حل مسأله مقدار مرزی و رزولوشن داده زمینی در این منطقه نمی تواند مدل جهانی را بهبود داده و برای این منظور باید رزولوشن داده زمینی افزایش یابد. نکته جالب توجه در تمامی مناطق این است که جواب مسئله مقدار مرزی در تمامی درجات تقریباً جواب یکسانی می دهد که نشان می -

دهد با استفاده از داده‌های گرانی آن منطقه، مسئله مقدار مرزی به نهایت دقت خود رسیده است.

۵- نتیجه‌گیری

در این تحقیق، تأثیر رزولوشن داده‌های گرانی ایران در تعیین ژئوئید مطالعه شده است. همچنین در این تحقیق به این سوال مهم پاسخ داده شده است که آیا با هرگونه داده گرانی زمینی که معمولاً دقت بالایی دارند و بدون توجه به رزولوشن آن‌ها می‌توان با استفاده از حل مساله مقدار مرزی (روش یک-مرحله‌ای) همیشه جواب‌هایی بهتر از مدل جهانی و یا حداقل در حد مدل جهانی اخذ نمود؟ برای این منظور چهار منطقه آزمون با رزولوشن‌های متفاوت انتخاب شده و با استفاده از حل مسئله مقدار مرزی و براساس تکنیک حذف-محاسبه-بازگشت اقدام به تعیین ژئوئید محلی در هر منطقه تست شده است. ژئوئیدهای حاصل سپس با ژئوئیدهای جهانی در نقاط GPS/Leveling مقایسه می‌شوند. در مناطق ۱ و ۴ که رزولوشن داده‌ها حدود 5.7' کمانی بود، بهترین نتایج حاصل شد به گونه‌ای که متوسط RMS در این مناطق

حدود ۲۳ سانتیمتر شد در حالیکه در مناطق ۲ و ۳ با رزولوشن‌های به ترتیب برابر 21.6' و 18' متوسط RMS برابر ۳۲ سانتیمتر شد. همچنین نشان داده شد که ژئوئیدهای محلی محاسبه شده از ژئوئیدهای جهانی بهتر می‌شوند اگر رزولوشن داده‌های گرانی زمینی مورد استفاده از رزولوشن متناظر با درجه و مرتبه مدل جهانی بیشتر باشد. بنابراین در خصوص ایجاد شبکه‌های گرانی، علاوه بر دقت داده‌های گرانی، رزولوشن آنها نیز در تعیین ژئوئید و به طور کلی در مدلسازی محلی میدان ثقل بسیار مهم است. در این مقاله نشان داده شده است که اگر رزولوشن داده گرانی زمینی کمتر از مدل جهانی باشد، نه تنها این داده‌ها باعث بهبود مدل جهانی نمی‌شوند بلکه ممکن است مدل جهانی بهتر از جواب مسئله مقدار مرزی باشد.

سیاسگزاری

از سازمان نقشه‌برداری کشور به خاطر حمایت از طرح پژوهشی به شماره ۲۹۸۳۵ و در اختیار قرار دادن داده‌های مورد نیاز این تحقیق تشکر و قدردانی می‌گردد.

مراجع

- [1] Gruber et.al (2012) "Intercontinental height datum connection with GOCE and GPS-levelling data". Journal of Geodetic Science; 2(4), 270-280.
- [2] Rummel, R. (2012) "Height unification using GOCE". Journal of Geodetic Science; 2(4), 355-362.
- [3] Pail, R. (2011) "First GOCE gravity field models derived by three different approaches". Journal of Geodesy November 2011, 85:819
- [4] Gatti, A., et. al (2016) "Computation and assessment of the fifth release of the GOCE-onl space-wise solution". Presented at the 1st Joint Commision 2 and IGFS Meeting, 19-23 September 2016, Thessaloniki, Greece.
- [5] Pavlis, N.K., Holmes, S.A., Kenyon, S.C. and Factor, J.K. (2008) "An Earth gravitational model to degree 2160: EGM2008". Presented at the 2008 General Assembly of the European Geosciences Union, Vienna, Austria, April 13-18, 2008.
- [6] Förste, Christoph, Bruinsma, Sean L., Abrikosov, Oleg, Lemoine, Jean-Michel, Marty, Jean Charles, Flechtner, Frank, Balmino, G., Barthelmes, F., Biancale, R. (2014) "EIGEN-6C4 The latest combined global gravity field model including GOCE data up to degree and order 2190 of GFZ Potsdam and GRGS Toulouse". GFZ Data Services, doi:10.5880/ICGEM.2015.1, 2014
- [7] Saadat, S.A., Safari, A. and Needell, D. (2017) "IRG2016: RBF-based regional geoid model of Iran". Stud. Geophys. Geod. 62, DOI:10.1007/s11200-016-0679-x
- [8] Ardalan, A.A. (2000) "High-resolution regional geoid computation in the World Geodetic Datum 2000, based upon collocation of linearized observational functional of the type GPS, gravity potential and gravity intensity." Ph.D. thesis, Department of Geodesy and Geoinformatics, Stuttgart University, Stuttgart.
- [9] Ardalan, A.A., Karimi, R. and Poutanen, M. (2010a) "A bias-free geodetic boundary-value problem approach to height datum unification". Journal of Geodesy, Volume 84:123-134.
- [10] Rummel, R., Rapp, R.H., Sünkel, H. and Tscherning, C.C. (1988) "Comparisons of global topographic-isostatic models to the Earth's observed gravity Field". Rep. N0. 388, Dpt. of Geodetic Sc. and Surveying, Ohio State Univ., Columbus.

- [11] Kuhn, M. and Featherstone, W.E. (2003) "On the optimal spatial resolution of crustal mass distributions for forward gravity field modelling". In: Gravity and geoid 2002, Proceedings, pp 195–200
- [12] Martinec, Z. and Grafarend, E.W. (1997) "Construction of Green's function to an external Dirichlet boundary-value problem for the Laplace equation on an ellipsoid of revolution". J Geod, Volume 71:562–570.
- [13] Nagy et al. 2000 "The gravitational potential and its derivatives for the prism". J Geod 74(7):552-560.
- [14] Ardalan, A.A. and Karimi, R. (2013) "On correct application of one-step inversion of gravity data". Stud. Geophys. Geod. 57: 401–425.
- [15] Ebadi, A., Ardalan, A.A. and Karimi R. (2014) "The necessity of applying Analytical Downward Continuation bias as a correction in restore step of the one-step inversion method". ISSGE-v4n2p157-fa
- [17] Safari. A. and Ardalan, A.A. (2007) "New Cylindrical Equal Area and Conformal Map Projections of the Reference Ellipsoid for Local Applications". Survey review, Volume 39, 2007 - Issue 304.
- [18] Sjöberg, L.E. (1977) "On the errors of spherical harmonic developments of gravity at the surface of the earth". Depth Geod Sci Rep No. 257, The OSU, Columbus, OH.
- [19] Koch, K.R. and Kusche, J. (2002) "Regularization of geopotential determination from satellite data by variance components". Depth Geod Sci Rep No. 257, The OSU, Columbus, OH.