

آنالیز هندسی تغییر شکل، با استفاده از تلفیق مشاهدات GPS و روش المان محدود غیر خطی بر مبنای درونیابی پیوسته بزیر کوپیک

زینب ملکشاهیان^۱، مهدی روفیان نایینی^{۲*}

^۱ دانشجوی کارشناسی ارشد ژئودزی - دانشکده مهندسی نقشه‌برداری - دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی
zeinab_malekshahian@email.kntu.ac.ir

^۲ استادیار دانشکده مهندسی نقشه‌برداری - دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی
mraoofian@kntu.ac.ir

(تاریخ دریافت مهر ۱۳۹۵، تاریخ تصویب بهمن ۱۳۹۵)

چکیده

در این مقاله، به کمک بردارهای جابجایی حاصل از مشاهدات ایستگاه‌های شبکه‌ی ژئودینامیک کشور، تغییر شکل مسطحاتی پوسته‌ی زمین در بازه‌ی زمانی بین سال‌های ۲۰۰۹ تا ۲۰۱۳ به کمک آنالیز کرنش صفحه‌ای برآورد گردیده و معیارهای هندسی ناورد به منظور تفسیر تغییر شکل محاسبه شده‌اند. بدین منظور، در گام نخست، مختصات کلیه ایستگاه‌های شبکه در دو وهله‌ی زمانی و در سیستم مختصات جهانی محاسبه شده و در ادامه با در نظر گرفتن یک سیستم تصویر مناسب، به صفحه تصویر انتقال یافته‌اند. سپس با در نظر گرفتن اختلاف مختصات در دو وهله زمانی، بردار جابجایی ظاهری در هر ایستگاه تعیین شده است. در نهایت با استفاده از بردارهای جابجایی، مؤلفه‌های تانسور کرنش و کمیت‌های ناوردای اتساع و برش در کل شبکه محاسبه شده است. از نکات حائز اهمیت در این مطالعه استفاده از روش المان محدود غیر خطی به منظور تعیین شکل ریاضی تابع بردار جابجایی، به کمک مقادیر گسسته آن در نقاط ایستگاهی است. لذا بر خلاف روش‌های پیشین، در این حالت بردار جابجایی و مشتق آن در مرز المان‌ها پیوستگی داشته و بر همین اساس یک درونیابی هموار با پیوستگی C^1 در کل شبکه حاصل می‌شود. بر طبق آنالیز صورت گرفته، بیشترین مقدار کمیت ماکزیمم برش برابر 5.58×10^{-5} در قسمت‌های جنوبی کشور بدست آمد. ماکزیمم کمیت اتساع نیز برابر 2.89×10^{-4} در جنوب شرقی کشور بوده که معرف انقباض شبکه در این نواحی است. این انقباض مؤید برخورد صفحه عربستان از جنوب غربی، با اوراسیا از شمال شرقی بوده و وجود گسل‌های معکوس و امتداد لغز را در فلات ایران تأیید می‌نماید.

واژگان کلیدی: آنالیز تغییر شکل، المان محدود غیر خطی، ماکزیمم برش، تانسور کرنش

۱- مقدمه

زمین به عنوان یک سیستم پویا به طور مداوم دستخوش تغییر و دگرگونی است. عوامل ایجاد کننده‌ی این تغییرات شامل طیف وسیعی از فرآیندهای دینامیکی است که مهمترین آن‌ها شامل اثرات کشندی، بارگذاری روی پوسته و فعالیت‌های تکتونیکی است. بر طبق یافته‌های ژئوفیزیکی چند دهه‌ی اخیر، چنین استنباط شده است که زمین یک جسم تغییر شکل‌پذیر است به گونه‌ای که پوسته‌ی بیرونی آن از تعداد متناهی صفحات مجزا تشکیل شده و این صفحات نسبت به یکدیگر در حال جابجایی می‌باشند. به علاوه، به سبب اثرات ارتجاعی، خود صفحات نیز دچار تغییر شکل می‌گردند. از جمله پیامدهای حرکت و تغییر شکل صفحات تکتونیکی، انباشت انرژی کرنشی در مرز بین صفحات و نواحی اطراف گسل‌ها است. این انرژی سبب ایجاد نیروهای تنشی در محل شکستگی شده و در صورتی که این نیروها بر مقاومت سنگ‌های موجود فائق آیند، زلزله رخ خواهد داد. بر این اساس، از دیرباز کنترل چنین جابجایی‌هایی در نواحی گسل‌ها حائز اهمیت بوده است. بر این اساس و به منظور اندازه‌گیری چنین تغییر شکل‌هایی، برخی ابزارهای مهندسی مانند کرنش‌سنج و انحراف‌سنج در سازه‌ها و یا در محل گسل‌ها نصب شده‌اند که تغییرات را به صورت در جا اندازه می‌گیرند. چنین ابزارهایی به سبب هزینه‌های بالای تهیه و نگهداری، به منظور مطالعات تغییر شکل در مقیاس‌های منطقه‌ای مناسب نمی‌باشد و به همین منظور روش‌های جایگزین بر اساس مشاهدات ژئودتیکی توسعه یافته‌اند. در این راستا دانش ژئودزی به عنوان علم و هنر مطالعه‌ی هندسه، میدان ثقل زمین و پردازش مشاهدات ژئودتیکی نقش به سزایی را ایفا نموده است. امروزه یکی از شاخه‌های مطالعاتی در ژئودزی، اندازه‌گیری زمانی تغییرات پوسته زمین می‌باشد. اندازه‌گیری تغییر شکل‌های پوسته زمین با روش‌های ژئودزی، تأثیرات قابل توجهی در مطالعات زمین‌شناسی داشته و بینش عمیقی در مورد شناخت مکانیزم فعالیت‌های تکتونیکی مانند زلزله و آتشفشان فراهم نموده است.

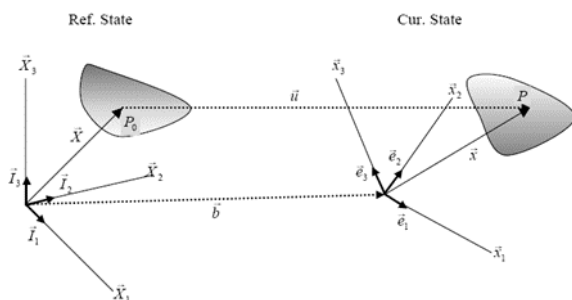
شاید بتوان به ترادا (۱۹۲۹)، به منزله‌ی نخستین گام در بررسی جابجایی‌های پوسته‌ای و برآورد کرنش متناظر با آن، با استفاده از مشاهدات ژئودزی کلاسیک در یک

شبکه مسطحاتی، اشاره کرد [۱]. از آن زمان تا کنون، تحقیقات بسیاری از سوی دانشمندان ژئودزی در زمینه مطالعه‌ی تغییر شکل‌های ژئودینامیکی، و عرضه راهکارها و نظریه‌های گوناگون بررسی هندسی آن، صورت پذیرفته است. جهت مطالعه ژئودینامیک کشور ایران تحقیقات گسترده‌ای در سالیان اخیر صورت پذیرفته است که نمونه‌هایی از آن‌ها به شرح زیر می‌باشند:

شهامت و وثوقی در سال ۱۳۸۲ به بررسی پایداری شبکه ژئودینامیکی ایران با محاسبه تانسورهای استرین و دوران پرداختند [۲]. جمور و همکاران در سال ۱۳۸۶ با استفاده از داده‌های مربوط به فاز اولیه شبکه دائم GPS ایران که در سال ۱۳۸۳ راه‌اندازی شد، به محاسبه میدان سرعت و همچنین میدان استرین و دوران با روش اجزای محدود پرداختند [۳]. زهرا موسوی و بهزاد وثوقی در سال ۱۳۸۷ به تعیین و پهنه بندی نرخ ممان لرزه‌ای در ایران پرداختند [۴]. رئوفیان و آزموده اردلان در سال ۱۳۸۸ به محاسبه مستقیم تانسور کرنش از راه تغییرات طول و زاویه [۵] و در سال ۱۳۹۰ با استفاده از هندسه ذاتی رویه به مطالعه آنالیز تغییر شکل شبکه ژئودینامیک کشور پرداختند [۱]. موسوی و همکاران در سال ۲۰۱۳ با استفاده از داده‌های ۴۷ ایستگاه GPS در شمال شرق ایران میدان سرعت را محاسبه نموده و با استفاده از آن به توصیف دوران صلب جنوب دریای خزر حول قطب اولر پرداختند [۶]. ظریفی و همکاران در سال ۲۰۱۳ با استفاده از مکانیزم زمین لرزه‌های پوسته در بازه زمانی ۱۹۰۹ تا ۲۰۱۲ و نیز میدان‌های سرعت بدست آمده از ایستگاه‌های GPS جمع‌آوری شده بین سال‌های ۱۹۹۹ تا ۲۰۱۱ به تخمین اندازه و جهت حداکثر نرخ کرنش و تنش اصلی در ایران پرداختند [۷]. ماسون و همکاران در سال ۲۰۰۵ به مقایسه بین تغییر شکل‌های لرزه‌ای و غیر لرزه‌ای در ایران با استفاده از داده‌های ژئودتیکی و داده‌های بدست آمده از زمین لرزه‌ها پرداختند [۸] و در سال ۲۰۱۴ تنسور نرخ استرین را با استفاده از یک میدان سرعت جدید بر مبنای تغییرات فاصله بین ایستگاه‌های GPS، بدست آوردند [۹]. والپراسدورف و همکاران در سال ۲۰۱۴ با مطالعه ۹۲ ایستگاه GPS طی ۱۱ سال در قسمت شرق ایران، این منطقه را مورد تجزیه و تحلیل قرار دادند [۱۰]

دارای توزیع پیوسته است به گونه‌ای که اگر جسم به المان‌های کوچکتر تقسیم شود، صرفنظر از تعداد این تقسیمات و ابعاد المان‌های ایجاد شده، کماکان هر المان حاوی ماده باشد. لذا بر پایه این فرض، ماده در هر نقطه از فضای اقلیدسی به طور پیوسته توزیع شده است و بر این اساس نقاطی از فضا که ماده تشکیل دهنده جسم آنها را در یک زمان دلخواه اشغال کرده است، نقاط مادی نام دارند. مطابق شکل (۱)، در مطالعه‌ی تغییر شکل اجسام، همواره دو وضعیت جسم با هم مقایسه می‌گردند. وضعیت مرجع و وضعیت جاری. اگر $\mathbf{X}$ و $\mathbf{x}$ به ترتیب معرف بردار موقعیت نقاط در وضعیت مرجع و جاری باشند، آنگاه تغییر شکل جسم را می‌توان با معادله‌ی زیر بیان نمود [۱، ۱۱]:

$$x_i = f^i(X_k, t), \quad i = 1, 2, 3, \quad k = 1, 2, 3 \quad (1)$$



شکل ۱- نمایش حالت‌های مرجع و جاری

در رابطه‌ی فوق X_i و x_i به ترتیب مؤلفه‌ی مختصات در وضعیت مرجع و جاری بوده و f^i تابع تغییر شکل است. یکی از کمیت‌هایی که در مکانیک محیط‌های پیوسته به منظور توصیف هندسی تغییر شکل جسم تعریف می‌گردد، تانسور کرنش است. از دیدگاه هندسی، تغییر شکل، به معنای تغییر در خصوصیات هندسی جسم مانند فاصله‌ی بین نقاط یا زوایای بین امتداد هاست. این کمیت‌ها، خصوصیات متریک فضا می‌باشند. بنابراین تانسور کرنش به نحوی بیانگر تغییر در خصوصیات متریک جسم است. برای رسیدن به معادله‌ی ریاضی تانسور کرنش از تعریف المان طولی در وضعیت مرجع و جاری به صورت ذیل آغاز می‌کنیم [۱۱].

$$ds^2 = dx_i dx_i \quad (2)$$

$$dS^2 = dX_i dX_i$$

از تفاضل این دو المان طولی در وضعیت مرجع و وضعیت جاری داریم [۵]:

با گذشت زمان روش‌های اندازه‌گیری در ژئودزی به طور قابل توجهی گسترش یافته و روش‌های اندازه‌گیری فضایی جایگزین مشاهدات ژئودزی کلاسیک شده‌اند. به کمک مشاهدات (GPS)، تعیین موقعیت سه‌بعدی نقاط در یک سیستم مختصات زمین مبنا امکان‌پذیر شده است. لذا با مقایسه موقعیت‌های بدست آمده در زمان‌های مختلف می‌توان بردار تغییر مکان نقاط را محاسبه نمود. بردارهای تغییر مکان، کمیت‌های مناسبی برای تفسیر هندسی تغییر شکل نمی‌باشند چرا که باید نسبت به یک سیستم مبنای مشخص وثابت تعیین گردند. از طرف دیگر به کمک بردار های جابجایی می‌توان تانسور کرنش را محاسبه نمود که حاوی پارامترهای مستقل از سیستم مختصات بوده و مستقیماً با تفسیر هندسی تغییر شکل در ارتباط می‌باشند. تانسور کرنش از طریق مشتقات بردار جابجایی محاسبه می‌گردد اما مشاهدات ژئودتیکی تنها مقادیر بردار جابجایی را در برخی نقاط به صورت گسسته در اختیار قرار می‌دهند که این امر تعیین مشتقات را با دشواری‌های خاصی روبرو می‌کند. یک راه حل ساده استفاده از مشتق‌گیری عددی است اما این روش سبب افزایش نویز مشاهدات و تشدید خطاها می‌گردد. روش مناسب برای حل چنین مسائلی استفاده از تکنیک درونیابی داده‌های پراکنده به روش اجزاء محدود است. در این روش، محدوده‌ی دربرگیرنده‌ی نقاط، به زیر دامنه‌هایی کوچکتر افراز می‌شود و در هر زیر دامنه یک تابع هموار با در نظر گرفتن قیود مشخص بر داده‌های موجود در آن دامنه برازش داده می‌شود. برای آنکه درونیابی در کل محدوده هموار باشد، توابع درونیاب در هر زیر دامنه، باید در گذر از مرز بین دو محدوده در برخی شرایط پیوستگی صدق کنند. شرایط پیوستگی بسته به نوع مسئله می‌تواند شامل پیوستگی خود تابع، مشتق مرتبه اول و یا مشتقات سایر مراتب باشد.

۲- نظریه تغییر شکل

مطالعه‌ی تغییر شکل اجسام در شاخه‌ای از دانش مکانیک تحت عنوان مکانیک محیط‌های پیوسته مورد بررسی قرار می‌گیرد. برای پایه‌ریزی قوانین تغییر شکل اجسام، از نقطه نظر ریاضی، هر جسم به صورت یک محیط پیوسته در نظر گرفته می‌شود. در این حالت فرض می‌شود که ماده در تمامی فضایی هندسی که جسم اشغال کرده

۲-۲- مفسرهای ناوردای تانسور کرنش

در حالت کرنش مسطح، از مقادیر ویژه تانسور کرنش می‌توان به عنوان کمیت‌های ناوردا برای تفسیر تغییر شکل استفاده نمود. به کمک این مقادیر معیارهای اسکالر تغییر شکل به صورت زیر محاسبه می‌شوند:

$$\Delta = \lambda_1 + \lambda_2, \quad \gamma = \lambda_1 - \lambda_2 \quad (9)$$

در رابطه فوق λ_1 و λ_2 مقادیر ویژه تانسور کرنش بوده و از رابطه زیر بدست می‌آیند:

$$\lambda_{1,2} = \frac{1}{2} \left(E_{11} + E_{22} \pm \sqrt{E_{11}^2 - E_{22}^2 + 4E_{12}^2} \right) \quad (10)$$

در رابطه (۹) Δ کمیت اتساع نامیده شده که تفسیر هندسی آن تغییر مساحت واحد سطح می‌باشد. مقادیر مثبت اتساع نشان دهنده انبساط و مقادیر منفی آن بیانگر انقباض می‌باشند. در واقع Δ بخش ایزوتروپیک تغییر شکل را بیان می‌کند. کمیت γ نیز ماکزیمم برش بوده و مقدار آن همواره مثبت می‌باشد. ماکزیمم برش بخش غیر ایزوتروپیک تغییر شکل را در همسایگی کوچک یک نقطه نشان می‌دهد [۱].

۲-۳- تعیین مؤلفه‌های تانسور کرنش با استفاده از مشاهدات ژئودتیکی

محاسبه تانسور کرنش با مدنظر قرار دادن روابط (۷) یا (۸) نیازمند آگاهی از فرمول تحلیلی بردار جابجایی است. فرم پیوسته‌ی این کمیت باید با استفاده از روش‌های عددی و آنالیزهای ریاضی توسط توابع جبری مناسب و با تکنیک‌های درونیایی محاسبه گردند. یکی از روش‌های معمول در این مسئله، روش المان محدود می‌باشد که امکان گسسته سازی کل فضا را به المان‌های کوچکتر فراهم نموده و در محدوده این المان‌ها شکل توابع به صورت تحلیلی با توابعی مشخص تقریب زده می‌شود. توابع جبری به صورت خطی یا غیر خطی، به عنوان فرم مناسبی برای توابع مجهول در نظر گرفته می‌شود.

۳- المان محدود غیر خطی (درونیایی C^1)

همانطور که بدان اشاره شد، در روش المان محدود، نخست فضا به المان‌های کوچکتر، در اینجا المان‌های

$$ds^2 - dS^2 = 2E_{ij}dX_i dX_j \quad (3)$$

که در آن E تانسور کرنش بوده و مؤلفه‌های آن با رابطه زیر بیان می‌گردند [۵].

$$E_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial x_k}{\partial X_i} \frac{\partial x_k}{\partial X_j} - \delta_{ij} \right) \quad (4)$$

که در آن δ_{ij} تابع دلتای کرونکر است. اگر معادلات تغییر شکل محیط پیوسته مطابق رابطه (۱) در اختیار باشند، آنگاه می‌توان از رابطه‌ی فوق تانسور کرنش را محاسبه نمود.

۲-۱- بیان تانسور کرنش بر حسب بردار جابجایی

در کاربردهای عملی، و به خصوص در مسائل ژئودینامیکی معادلات تغییر شکل در اختیار نمی‌باشند. بلکه اندازه‌گیری‌های ژئودتیکی امکان تعیین بردار جابجایی را در نقاط مختلف امکان پذیر می‌سازد. به همین دلیل لازم است که رابطه‌ی (۴) به گونه‌ای تغییر یابد که تانسور کرنش را بر مبنای بردار جابجایی بیان کند. با توجه به شکل (۱)، بردار جابجایی u به صورت زیر تعریف می‌گردد:

$$u = x - X + b \quad (5)$$

از رابطه‌ی فوق خواهیم داشت [۵]:

$$\frac{\partial x_k}{\partial X_i} = \frac{\partial u_k}{\partial X_i} + \delta_{ki} \quad (6)$$

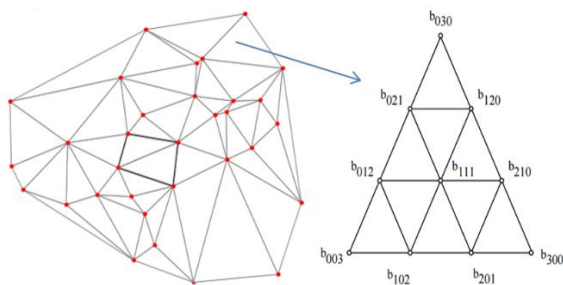
با جایگذاری رابطه‌ی (۶) در (۴) و ساده‌سازی نتایج خواهیم داشت [۵، ۱۱]:

$$E_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial X_j} + \frac{\partial u_j}{\partial X_i} + \frac{\partial u_k}{\partial X_i} \frac{\partial u_k}{\partial X_j} \right) \quad (7)$$

اگر گرادیان جابجایی کوچک باشد، آنگاه می‌توان از جملات غیر خطی در رابطه‌ی فوق صرفنظر نموده و تانسور کرنش خطی را به صورت زیر تعریف نمود:

$$E_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial X_j} + \frac{\partial u_j}{\partial X_i} \right) \quad (8)$$

می بایست از طریق محاسبات و به صورتی که در ادامه ذکر می گردد تعیین می شوند [۱۴، ۱۶].



شکل ۲- نمایش المان مثلثی بزرگ کوبیک

۳-۱- تعیین تابع درونیاب در روش بزرگ کوبیک

در روش درونیابی بزرگ کوبیک، تابع درونیاب، در هر مثلث با رابطه‌ی زیر تعرف می گردد [۱۶، ۱۷].

$$P(u, v, w) = c_1 P_1(u, v, w) + c_2 P_2(u, v, w) + c_3 P_3(u, v, w) \quad (12)$$

در این رابطه، $c_i, i = 1, 2, 3$ با شرط $\sum_{i=1}^3 c_i = 1$ توابع

وزن در هر مثلث بوده و به صورت زیر تعریف می گردند [۱۴، ۱۶، ۱۷]:

$$c_1 = \frac{vw}{vw + uw + uv}, \quad c_2 = \frac{uw}{vw + uw + uv}, \quad c_3 = \frac{uv}{vw + uw + uv} \quad (13)$$

که در آن u, v و w مختصات باریسنتریک^۲ نقاط داخل هر مثلث بوده و طبق روابط زیر با مختصات x و y آن نقطه و مختصات رئوس مثلث مرتبط می گردند [۱۲، ۱۶]:

$$\begin{aligned} u &= \frac{x_2 y_3 - y_3 x_2 - x(y_3 - y_2) + y(x_3 - x_2)}{S} \\ v &= \frac{x_1 y_3 - y_1 x_3 - x(y_3 - y_1) + y(x_3 - x_1)}{S} \\ w &= \frac{x_1 y_2 - y_1 x_2 - x(y_2 - y_1) + y(x_2 - x_1)}{S} \end{aligned} \quad (14)$$

در روابط فوق x_i و y_i مختصات رئوس مثلث مطابق شکل (۲) می باشند. S نیز بیانگر مساحت مثلث است که با در اختیار داشتن مختصات x و y رئوس المان مثلثی بدست می آید. چند جمله‌ای‌های P_i در رابطه

مثلثی، تقسیم می شود. سپس با در اختیار داشتن مقادیر عددی بردار جابجایی در رئوس هر المان، یک تابع ریاضی، برای بردار جابجایی در هر المان با روش‌های درونیابی محاسبه می گردد. به این تابع ریاضی، اصطلاحاً تابع شکل^۱ گفته می شود.

از میان روش‌های درونیابی مختلف، روش‌های درونیابی که جزء کلاس C^1 هستند (در کلاس C^1 پیوستگی خود تابع و مشتق مرتبه اول آن در گذر از مرز مشترک دو المان حفظ می شود [۱۲]) و دارای توابع درونیاب پیوسته در مرز مشترک بین المان‌ها می باشند، به سبب ایجاد یک درونیابی هموار با پیوستگی C^1 در کل شبکه حائز اهمیت می باشند [۱۳]. یکی از تکنیک‌های درونیابی که در آن توابع شکل از کلاس C^1 می باشند، درونیابی مثلثی بزرگ کوبیک است که در این تحقیق برای درونیابی بردار جابجایی و محاسبه‌ی مولفه‌های تانسور کرنش مورد استفاده قرار می گیرد. به همین دلیل در این بخش اصول کلی روش درونیابی فوق به طور خلاصه مورد بررسی قرار می گیرد.

فرض کنید شبکه‌ای از نقاط گسسته شامل n نقطه در صفحه‌ی $x-y$ در اختیار باشد. مختصات این نقاط با $x_i, y_i, i = 1, 2, \dots, n$ نشان داده می شود. اکنون فرض کنید که مقدار کمیت فیزیکی F در این نقاط از طریق مشاهدات در اختیار باشد. به عبارت دیگر داده‌های موجود به صورت زیر تعریف می گردند.

$$W_i = F(x_i, y_i), \quad i = 1, 2, 3, \dots, n \quad (11)$$

که در آن W_i از طریق مشاهدات در اختیار است. هدف یافتن شکل ریاضی تابع $F(x, y)$ بوده به نحوی که در نقاط فوق دارای مقادیر اندازه‌گیری شده W_i باشد. برای تعیین شکل ریاضی تابع $F(x, y)$ از روش المان محدود غیر خطی و درونیابی بزرگ کوبیک استفاده می کنیم. بدین منظور نخست با استفاده از روش دلونی، شبکه‌ی نقاط به المان‌های مثلثی افزای می گردد. در هریک از این المان‌های مثلثی نقاط گرهی مطابق شکل (۲) تعریف می گردند که در آن مقدار تابع F در این نقاط گرهی است [۱۴-۱۶]. طبق فرض تنها مقادیر $b_{003}, b_{030}, b_{300}$ و b_{ijk} از طریق مشاهدات در اختیار می باشند. سایر b_{ijk} ها

^۲ Barycentric Coordinate

^۱ Shape Function

(۱۵)، توابع مثلثی بزرگ کویک نام دارند و با رابطه‌ی کلی زیر بر حسب مقادیر b_{ijk} تعریف می‌گردند [۱۶، ۱۴]:

$$P_i(u, v, w) = b_{300}u^3 + b_{030}v^3 + b_{003}w^3 + 3b_{210}u^2v + 3b_{201}u^2w + 3b_{120}uv^2 + 3b_{102}uw^2 + 3b_{021}v^2w + 3b_{012}vw^2 + 6b_{111}uvw \quad (15)$$

برای تعیین ضرایب b_{ijk} از شرایط مرزی در رئوس هر مثلث و همچنین شرایط پیوستگی مشتق مرتبه اول در اضلاع مشترک مثلث‌ها استفاده می‌گردد. ضرایب b_{021} ، b_{210} با استفاده از معلوم بودن مقدار تابع و مشتقات مرتبه اول آن در رئوس هر مثلث به صورت زیر تعیین می‌گردند [۱۶]:

$$b_{210} = b_{300} + \frac{1}{3}[(x_2 - x_1)F_x(V_1) + (y_2 - y_1)F_y(V_1)]$$

$$b_{021} = b_{030} + \frac{1}{3}[(x_3 - x_2)F_x(V_2) + (y_3 - y_2)F_y(V_2)] \quad (16)$$

به طور مشابه ضرایب b_{120} ، b_{201} ، b_{102} نیز بدست می‌آیند [۱۶]. ضرایب b_{111}^i با در نظر گرفتن شرط پیوستگی مشتقات در راستای اضلاع هر مثلث به شکل زیر تعیین می‌گردند [۱۶]:

$$b_{111}^1 = \frac{1}{2}(b_{120} + b_{102}) + \frac{1}{4}(b_{021} + b_{012} - b_{030} - b_{003})$$

$$b_{111}^2 = \frac{1}{2}(b_{210} + b_{012}) + \frac{1}{4}(b_{102} + b_{201} - b_{300} - b_{003})$$

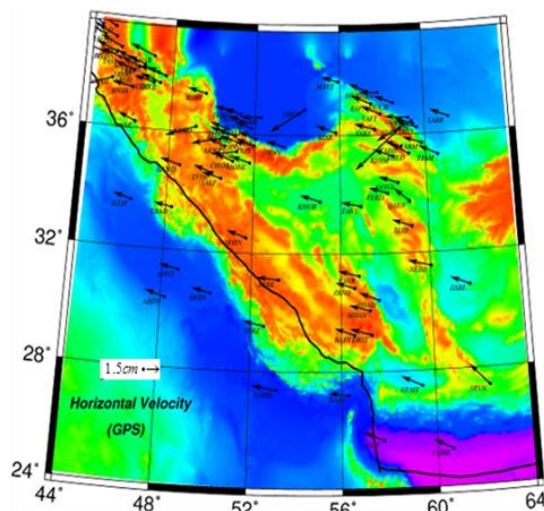
$$b_{111}^3 = \frac{1}{2}(b_{201} + b_{021}) + \frac{1}{4}(b_{210} + b_{120} - b_{300} - b_{030}) \quad (17)$$

در روابط فوق V_i به رئوس هر مثلث اشاره می‌کند. به عنوان مثال منظور از $F_x(V_1)$ مقدار مشتق تابع درونیاب در راس V_1 است که باید از طریق مشاهدات در اختیار باشد. با توجه به رابطه‌ی (۱۶) دیده می‌شود که برای تعیین ضرایب b_{210} ، b_{120} ، b_{201} ، b_{102} ، b_{021} ، b_{012} باید مقدار مشتقات تابع در رئوس هر مثلث در اختیار باشد. اما همانطور که در ابتدای این بخش گفتیم، داده‌های موجود تنها مقدار خود تابع را در رئوس هر مثلث مشخص می‌کنند. برای تعیین مقادیر مشتق در رئوس هر مثلث، باید از روش‌های تخمین گرادیان استفاده نمود. روش‌های متعددی برای تخمین مقادیر گرادیان در رئوس مثلث‌ها (نقاطی که مشاهدات ما در آن انجام شده است) وجود دارد. از جمله این روش‌ها، روش کمترین مربعات بر پایه تکنیک تفاضل محدود است [۱۶، ۱۸-۲۱] در تحقیق حاضر، شکل ریاضی هریک از مؤلفه‌های بردار جابجایی با روش درونیابی بزرگ کویک محاسبه گردیده و سپس با استفاده از روابط موجود مؤلفه‌های تانسور کرنش برای هر

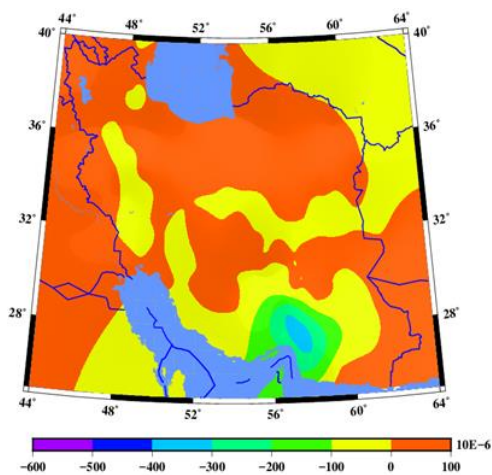
المان مثلثی محاسبه می‌گردند. تانسور کرنش حاصل به مرکز هر المان مثلثی نسبت داده می‌شود.

۴- نتایج عددی

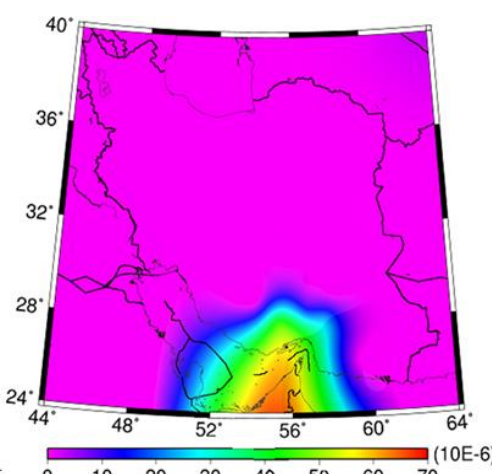
ایران آزمایشگاهی طبیعی برای مطالعه کینماتیک و دینامیک فعل و انفعالات زمین ساختی است، زیرا ایران کشوری لرزه خیز بوده و وجود زمین‌لرزه‌های تاریخی در آن نشان دهنده‌ی این مطلب است که فلات ایران از لحاظ ژئودینامیکی مستعد زمین‌لرزه‌های بزرگ می‌باشد. توجه به این موضوع محققین را بر آن داشته که از روش‌های مختلف به مطالعه ژئودینامیک کشور ایران بپردازند. بدین منظور در این مقاله به مطالعه تغییر شکل پوسته کشور با روش المان محدود غیر خطی پرداخته شد. در گام نخست با استفاده از مختصات‌های ۹۲ ایستگاه GPS در دو اپک زمانی ۲۰۰۹ و ۲۰۱۳ در فریم مختصاتی ITRF-2008 که از سازمان نقشه برداری اخذ گردید و با در نظر گرفتن یک سیستم تصویر هم مساحت و متشابه [۲۲] و انتقال مختصات به صفحه تصویر، بردارهای جابجایی ظاهری از تفاضل مختصات در دو اپک زمانی در هر ایستگاه تعیین شد. در شکل (۵) ایستگاه‌های شبکه ژئودینامیک ایران به همراه مؤلفه‌های مسطحاتی بردار جابجایی در بازه زمانی ۲۰۰۹ تا ۲۰۱۳ و در شکل (۶) مثلث بندی ایستگاه‌های شبکه نشان داده شده است. از آنجا که هدف این تحقیق، محاسبه‌ی تانسور کرنش و مفسرهای ناوردای تغییر شکل می‌باشد، لذا بردارهای جابجایی نسبت به یک سیستم مختصات مشخص تعیین نشده است. بلکه فقط جابجایی ظاهری دو اپک از تفاضل مختصات نقاط بدست آمده است.



شکل ۵- نمایش ایستگاه‌های شبکه ژئودینامیک کشور به همراه نمایش مؤلفه‌های مسطحاتی بردار جابجایی



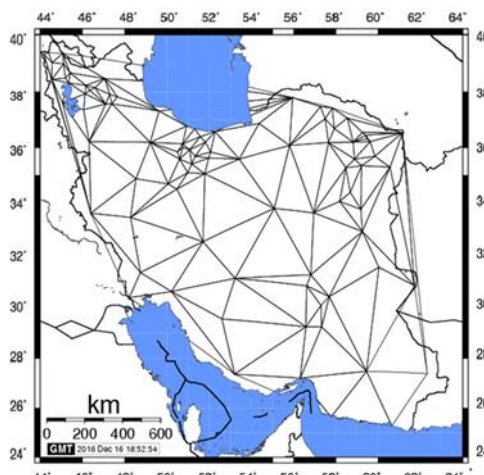
شکل ۷- نمایش تغییرات کمیت اتساع در نقاط مختلف شبکه



شکل ۸- نمایش تغییرات ماکزیمم برش در نقاط مختلف شبکه

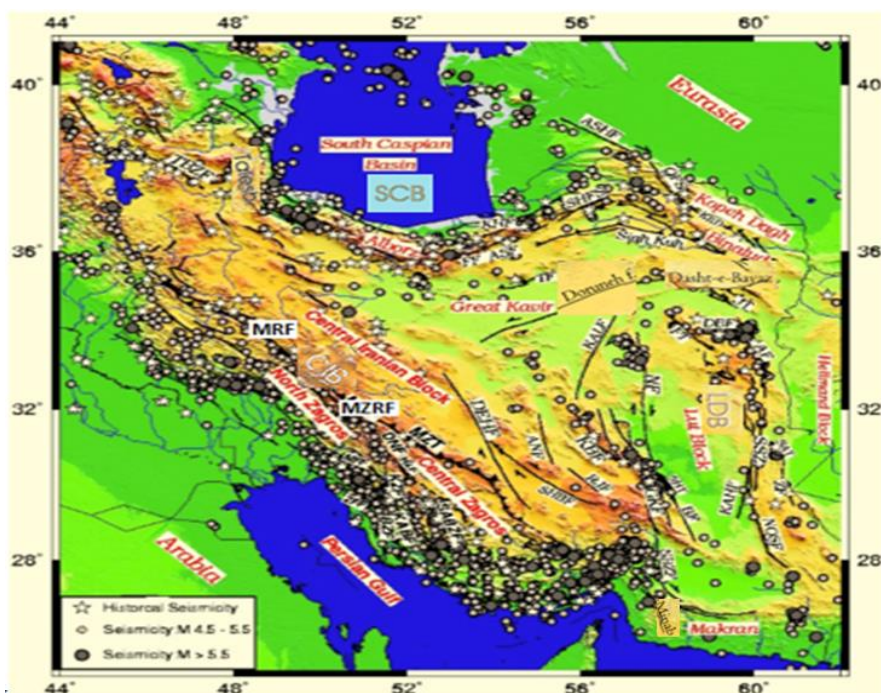
همچنین مقایسه شکل‌های (۷) و (۸) نشان می‌دهد که بیشینه‌ی انقباض شبکه ژئودینامیک کشور و ماکزیمم مقدار کمیت برش، در جنوب کشور و نزدیک به تنگه هرمز رخ داده است.

نتایج حاصل از اشکال (۷) و (۸) با تکتونیک منطقه [۲۳] نتایج حاصل از مطالعات پیشین آنالیز شبکه ژئودینامیک کشور که بر مبنای روش المان محدود خطی بودند و تابع درونیاب در هر المان مثلثی به صورت یک چند جمله‌ای خطی در نظر گرفته می‌شد، به جز منطقه شرق ایران مرکزی، همخوانی دارد [۴-۱]. شکل (۹) فلات ایران را نشان می‌دهد. ساختار زمین‌شناسی پیچیده‌ی فلات ایران در برگرفته‌ی فرآیندهای تکتونیکی مختلفی از جمله برخوردی بین قاره‌ای فعال و زلزله‌خیز (زاگرس، البرز، کپه داغ و تالش)، فروانش لیتوسفر اقیانوسی (مکران) و یک زون انتقال بین کمر بند زاگرس و ناحیه فروانش (در مکران) می‌باشد [۲۴].



شکل ۶- نمایش شکل مثلث بندی شده ایستگاه‌های دائمی توسط روش مثلث بندی دلونی

در گام بعدی با استفاده از روش المان محدود غیر خطی و با در نظر گرفتن توابع درونیاب C^1 مثلثی بزرگ‌یک در هر المان مثلثی تانسور کرنش صفحه‌ای و مفسرهای ناوردای حاصل از آن یعنی کمیت‌های اتساع و ماکزیمم برش به منظور تفسیر تغییر شکل شبکه ژئودینامیک کشور برآورد گردیده است. در شکل (۷)، مقادیر کمیت اتساع حاصل از مشاهدات GPS نمایش داده شده است. مقادیر مثبت بیانگر انبساط شبکه و مقادیر منفی اتساع بیانگر انقباض می‌باشند. با توجه به شکل (۷) ملاحظه می‌گردد که فلات ایران در قسمت‌های شمالی و بخشی از نواحی مرکزی دچار انبساط و در نواحی غربی، جنوبی، شرق ایران مرکزی، کپه داغ در شمال شرقی و تالش در شمال غربی کشور دچار انقباض گردیده است. ماکزیمم مقدار انبساط شبکه برابر 3.06×10^{-7} در شمال غربی کشور نزدیک مرز ایران با ترکیه و بیشترین مقدار انقباض شبکه برابر -2.89×10^{-4} بوده و در جنوب شرقی کشور رخ داده است. شکل (۸) تغییرات کمیت ماکزیمم برش را نشان می‌دهد. با توجه به این شکل، برش در منطقه جنوبی کشور بیشترین مقدار 5.58×10^{-5} را دارا می‌باشد و در نواحی مرکزی و پهنه شمالی یکسان است و نیز مشاهده می‌شود که با حرکت از قسمت‌های جنوبی شبکه ژئودینامیک به سمت سایر قسمت‌های شبکه، کمیت ماکزیمم برش با نرخ تقریباً ثابتی کاهش یافته است.



شکل ۹- نقشه عمومی توپوگرافی و لرزه خیزی فلات ایران [۲۵]

این منطقه است. همچنین در شرق ایران مرکزی انقباض شبکه مشاهده شد؛ در حالیکه در مطالعات بر اساس المان محدود خطی؛ تغییرات اتساع در شرق ایران مرکزی به خوبی نشان داده نمی‌شد [۲، ۴]. انقباض در شرق ایران مرکزی به دلیل وجود گسل‌های امتداد لغزی همچون گسل انار و گسل دهشیر است که با مطالعات ماسون و همکاران در سال ۲۰۱۴ مطابقت دارد [۹]. ماسون و همکاران به منظور اجتناب از وابستگی زیاد میدان استرین به کیفیت میدان سرعت، به محاسبه تانسور نرخ استرین با استفاده از تغییرات طول بین تمام پاره خط‌های^۳ متصل کننده جفت ایستگاه‌های GPS گذرنده از سلول‌های مستطیلی پرداختند. آن‌ها نشان دادند که بر خلاف روش‌های پیشین، در شرق ایران مرکزی، در امتداد گسل‌های دهشیر و انار، تغییرات استرین مشاهده می‌شود. همچنین نتایج مطالعات ماسون و همکاران شامل تغییرات شمال-جنوب تانسور نرخ استرین (SRT) در امتداد سامانه گسلی زندان-میناب - پالمی و زون انتقال زاگرس-مکران نشان داده شده در شکل (۱۰) است که با نتایج حاصل از شکل (۷) در همخوانی کامل است. در شکل (۷) ماکزیمم انقباض شبکه در جنوب شرقی کشور مشاهده شد که با نتایج بدست آمده از مطالعات

این فلات در منطقه همگرایی دو صفحه عربستان و اوراسیا واقع شده است [۲۶]. همانطور که در شکل مشاهده می‌گردد، ایران متشکل از برخی کمربندهای تغییر شکل در اطراف بلوک‌های لرزه خیز از جمله بلوک ایران مرکزی (CIB)، بلوک جنوبی خزر (SCB)، بلوک کویر. لوت (LDB) می‌باشد [۲۳]. همچنین در شکل (۹) خطوط سیاه نشان دهنده گسل‌های فعال می‌باشد.

در شکل (۷) انقباض در نواحی مختلف کشور بدلیل برخورد صفحه‌های زمین ساختی عربستان و اوراسیا می‌باشد. انقباض در قسمت‌های غربی کشور که تا تنگه هرمز ادامه پیدا می‌کند، بدلیل رشته کوه‌های زاگرس و وجود گسل‌های امتداد لغزی همچون گسل اخیر اصلی^۱ (MRF) و گسل معکوس زاگرس اصلی^۲ (MZRF) می‌باشند. [۲۳]. بیشترین مقدار انقباض نیز مربوط به منطقه‌ای در جنوب ایران است که به پدیده فروورانش مکران ارتباط پیدا می‌کند. انقباض در شمال غربی ایران به علت گسل تبریز و جابجایی‌های امتداد لغز آن و نیز کوه‌های تالش می‌باشند در غرب ایران مرکزی تغییرات یکنواختی از کمیت اتساع مشاهده شده است که حاکی از پایدار بودن

^۳ Baseline

^۱ The Main Recent Fault

^۲ The Main Zagros Reverse Fault

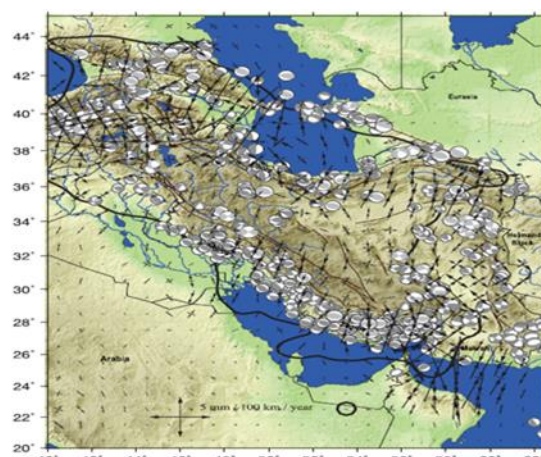
۵- بحث و نتیجه گیری

در این مقاله بر خلاف روش‌های پیشین، از روش المان محدود غیر خطی برای محاسبه تانسور کرنش صفحه‌ای استفاده شد و به کمک مفسرهای ناوردای حاصل از آن تغییر شکل شبکه ژئودینامیک کشور مطالعه گردید. نتایج بدست آمده از این مطالعه، نحوه توزیع تغییر شکل در مناطق مختلف کشور را نمایان می‌سازد. مؤلفه‌های اتساع و برش بدست آمده با زمین‌شناسی و تکتونیک پوسته ایران مطابقت دارند. محاسبات انجام شده بیانگر مشارکت کل ایران در توزیع برخورد ما بین صفحه‌های زمین ساختی عربستان و اوراسیا می‌باشد. در منطقه زاگرس-مکران و نواحی جنوبی کشور تغییرات انقباض شبکه مشاهده می‌شود که بیشینه آن تقریباً در جنوب شرقی کشور بوده که ناشی از فروانش منطقه مکران است. در منطقه غرب ایران مرکزی تغییرات یکنواختی از کمیت اتساع دیده می‌شود که بیانگر پایداری و ثبوت شبکه در این منطقه می‌باشد. در شرق ایران مرکزی انقباض شبکه مشاهده می‌شود که با تکتونیک منطقه مطابقت دارد. برش نیز در مناطق جنوبی کشور بیشترین مقدار را دارا می‌باشد و با حرکت از قسمت‌های جنوبی شبکه ژئودینامیک کشور به سمت سایر قسمت‌های شبکه، با نرخ ثابتی کاهش یافته است.

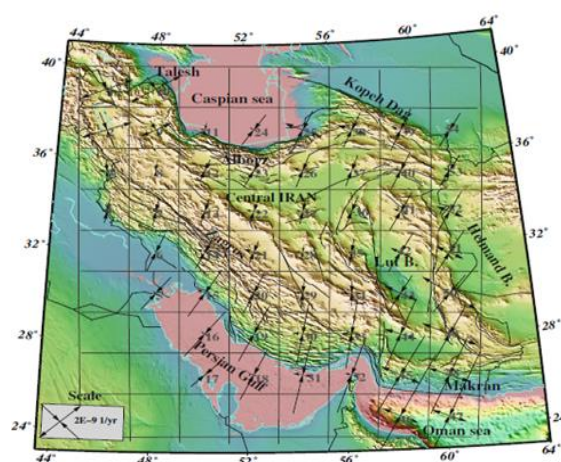
سپاسگزاری

نویسندگان مقاله مراتب تشکر و قدردانی خود را از سازمان نقشه برداری کشور که داده‌های مورد نیاز این تحقیق را در اختیار آن‌ها قرار داده است، اعلام می‌دارند.

ظریفی و همکاران در سال ۲۰۱۳ که مؤلفه فشارشی نسبتاً بزرگی در جنوب شرقی ایران در منطقه مکران و نواحی ساحلی دریای عمان بدست آوردند (سلول‌های ۴۵ و ۴۶ و ۴۷ در شکل (۱۱))؛ هم خوانی دارد [۷]. این انقباض بدلیل کشیده شدن پوسته اقیانوسی صفحه عربستان به زیر صفحه اوراسیا است [۲۷، ۲۸]. همچنین در غرب مکران (سلول‌های ۴۵ و ۴۶ در شکل (۱۱)) مؤلفه‌های امتداد لغری از گسل زندان-میناب وجود دارد که می‌تواند دلیل این تغییرات باشد [۷].



شکل ۱۰- تانسور نرخ استرین و مکانیزم لرزه‌ای [۹]



شکل ۱۱- نرخ استرین بدست آمده از ترکیب بردارهای سرعت بین سال‌های ۱۹۹۹ تا ۲۰۱۱ [۷]

مراجع

- [1] Ardalan, A., Voosoghi, B., Raoofian Naeeni, M., (2011), Deformation analysis of the Earth crust based on manifold intrinsic geometry, Case Study: Deformation analysis of the geodynamic network of Iran within 1999 – 2005. Journal of the Earth and space Physics, Volume 37, Issue 4, P. 135-1462
- [2] Shahamat, A., Voosoghi, B., Stability of the Geodynamic network of IRAN, (2003), Geomatics Conferences.

- [3] Jamour.Y, Mousavi, Z, Nankaly, H, Seddighi M Initial estimates of the velocity field and strains tensor by using Iranian Permanent GPS Network for Geodynamics purposes, (2007), The first conferences of the earthquake precursors
- [4] Mousavi, Z and Voosoghi, B, Preparation and zoning of the seismic moment rate, (2008) , Jornal of the College of Engineering, Volume 42, Number 3.
- [5] Ardalan, A., Raoofian Naeeni, M., A proposal for deformation analysis via direct computation of strain tensor elements from the time-wise changes in the distances and angles in a geodetic network, (2009), Case study: Deformation computation of the geodynamic network of Iran, Journal of Physics and Earth, Volume 32, Issue 2, P. 37-60
- [6] Mousavi, Z., Walperzdorf, A., Walker, R. T., Tavakoli, F., Pathier, E., Nankali, H., Nilfouroushan, F., Djamour, Y., (2013), "Global Positioning System constraints on the active tectonics of NE Iran and the South Caspian region". Earth and Planetary Science Letters, 377: p. 287-298.
- [7] Zarifi, Z., Nilfouroushan, F, and Raeesi, M. (2013)," Crustal stress Map of Iran: insight from seismic" and geodetic computations". Pure and Applied Geophysics, 171(7): p. 1219-1236.
- [8] Masson, F., et al., (2005), "Seismic versus aseismic deformation in Iran inferred from earthquakes" Geophysical Journal International, 160(1): p. 217-226.
- [9] Masson, F., et al., (2014)," Strain rate tensor in Iran from a new GPS velocity field". Geophysical Journal International.
- [10] Walpersdorf, A., Manigheti, I., Mousavi, Z., Tavakoli, F., Vergnolle, M., Jadidi, A., Hatzfeld, H., Aghamohammadi, A., Bigo, A., Djamour, Y., Nankali, H., Sedighi, M., (2014), "Present-day kinematics and fault slip rates in eastern Iran, derived from 11 years of GPS data". Journal of Geophysical Research: Solid Earth, 119(2): p. 1359-1383.
- [11] Voosoghi, B., (2000), "Intrinsic deformation analysis of the earth surface based on 3-dimensional displacement fields derived from space geodetic measurements", Universität Stuttgart.
- [12] Farin, G., (1986), "Triangular bernstein-bézier patches". Computer Aided Geometric Design, 3(2): p. 83-127.
- [13] Franke, R., (1982), "Scattered data interpolation: Tests of some methods". Mathematics of computation,. 38(157): p. 181-200
- [14] Goodman, T. and Said, A, (1991), "C¹ triangular interpolant suitable for scattered data interpolation", Communications in Applied Numerical Methods, 7(6): p. 479-485
- [15] Ramos, G.A., (2001), "Scattered data interpolation using an alternate differential equation interpolant", University of Toronto.
- [16] Saaban, A., (2008)," Parametric Interpolation To Scattered Data ", [QA281. A995 2008 f rb], Universiti Sains Malaysia
- [17] Chan, E. and Ong, B, (2001), "Range restricted scattered data interpolation using convex combination of cubic Bézier triangles". Journal of Computational and Applied Mathematics, 136(1): p. 135-147.
- [18] Goodman, T., Said, H., and Chang, L., (1995), "Local derivative estimation for scattered data interpolation". Applied Mathematics and Computation, 68(1): p. 41-50.
- [19] Lawson, C., (1997), "Software for C¹ surface interpolation", Math. Software Syrup.
- [20] McLain, D.H., (1976), "Two dimensional interpolation from random data". The Computer Journal, 1976. 19(2): p. 178-181.
- [21] Renka, R., Cline, A., (1984)," A triangle-based C¹ interpolation method". Rocky Mountain J. Math, 1984. 14(1)
- [22] Safari, A., Ardalan, A. (2007), "New cylindrical equal area and conformal map projections of the reference ellipsoid for local applications". Survey Review.
- [23] Khodaverdian, A., Zafarani, H., Rahimian, M. (2015), "Long term fault slip rates, distributed deformation rates and forecast of seismicity in the Iranian Plateau". Tectonics. 34(10): p. 2190-2220
- [24] Vernant, Ph., Nilfouroushan, F., Hatzfeld, D., Abbasi, M., R., Vigny, C., Masson, F., Nankali, H., Martinod, J., Ashtiani, A., Bayer, R., Tavakoli, F., Chery, J., (2004), "Present-day crustal deformation and plate kinematics in the Middle East constrained by GPS measurements in Iran and northern Oman". Geophysical Journal International, 157(1): p. 381-398.
- [25] Tavakoli, F., (2007), "Present-day deformation and kinematics of the active faults observed by GPS in the Zagros and east of Iran", Université Joseph-Fourier-Grenoble I.

- [26] Hempton, M.R., (1978), "Constraints on Arabian plate motion and extensional history of the Red Sea". *Tectonics*, 6(6): p. 687-705.
- [27] masson, F., et al., (2007), " Large-scale velocity field and strain tensor in Iran inferred from GPS measurements: new insight for the present-day deformation pattern within NE Iran". *Geophysical Journal International*, 170(1): p. 436-440.
- [28] Nilforoushan, F., et al., (2003), "GPS network monitors the Arabia-Eurasia collision deformation in Iran". *Journal of Geodesy*,. 77(7-8): p. 411-422.