

توسعه الگوریتم ایستگاه مرجع مجازی GNSS برای ایجاد یک سیستم شبکه RTK

جمال عسگری^۱، علیرضا امیری سیمکوئی^۱، فرزانه زنگنه نژاد^{۲*}

^۱استادیار گروه مهندسی نقشه‌برداری- دانشکده فنی مهندسی- دانشگاه اصفهان
{jamal.asgari, ar.amirisimkoei}@surv.ui.ac.ir

^۲دانش آموخته کارشناسی ارشد گروه مهندسی نقشه‌برداری- دانشکده فنی مهندسی- دانشگاه اصفهان
farzanehzangeneh@surv.ui.ac.ir

(تاریخ دریافت آبان ۱۳۹۱، تاریخ تصویب بهمن ۱۳۹۱)

چکیده

استفاده از تکنولوژی تعیین موقعیت آنی کینماتیک شبکه (Real Time Kinematic; RTK)، به ویژه استفاده از ایستگاه مرجع مجازی (Virtual Reference Station; VRS)، در دو دهه‌ی گذشته برای تعیین موقعیت دقیق با سامانه تعیین موقعیت جهانی (Global Positioning System; GPS) و نیز غلبه بر مشکلات RTK سنتی گسترش یافت. هدف اصلی در تکنولوژی VRS، کاهش طول‌مبنای (Baseline) بین ایستگاه مرجع مجازی و کاربر به منظور کاهش تاثیر خطای مدار ماهواره‌ها و تاخیرات اتمسفری در مرحله تقاضای مرتبه دوم (Double Difference; DD) می‌باشد. نتیجه این امر بالاتر رفتن دقت تعیین موقعیت کاربر خواهد بود. بدین منظور ایستگاه مرجع به گونه‌ای انتخاب می‌شود که تا حد امکان به ایستگاه سیار نزدیک باشد. در این مقاله ابتدا مفاهیم اولیه ساخت مشاهدات ایستگاه مجازی در شبکه بیان می‌شود. سپس برای داده‌های واقعی ایستگاه‌های GPS موجود در شبکه دائم (National Geodetic Survey; NGS)، الگوریتم تشکیل مشاهدات مجازی VRS توسعه داده شده و نتایج عددی آن ارائه شده است. همچنین برای ساختن مشاهدات ایستگاه مجازی، از سه روش درونیابی خطی (Linear Interpolation)، برازش رویه با مراتب پایین (Low-order surface model) و روش درونیابی کریجینگ معمولی (Ordinary Kriging) استفاده و نتایج حاصله مقایسه شده است. نتایج حاصله در مورد این شبکه موردی، مبین این مطلب است که استفاده از روش‌های درونیابی مختلف تفاوت چندانی در جواب نهایی ایجاد نخواهد کرد. هر چند نتایج بدست آمده نشان می‌دهد که روش درونیابی خطی نسبت به دو روش درونیابی دیگر، کمی ضعیف‌تر عمل می‌کند. به گونه‌ای که در آزمایش انجام شده میانگین قدرمطلق اختلاف مشاهدات تقاضای مرتبه اول ساخته شده و موجود با استفاده از روش درونیابی خطی نسبت به دو روش دیگر حدود یک سانتی‌متر بیش‌تر است. با این وجود انتخاب روش درونیابی خطا در نتیجه نهایی (مختصات ایستگاه سیار) تفاوت قابل ملاحظه‌ای ایجاد نخواهد کرد. به بیان دیگر در مولفه‌های طول‌مبنای برآورد شده مابین ایستگاه مرجع و سیار با استفاده از روش‌های مختلف درونیابی، اختلاف فاحشی ملاحظه نمی‌شود؛ هر چند که روش درونیابی خطی همچنان نسبت به دو روش دیگر ضعیف‌تر عمل می‌کند.

واژگان کلیدی: RTK شبکه، ایستگاه مرجع مجازی، مشاهدات مجازی، تعیین موقعیت نسبی، ناوبری.

* نویسنده رابط

۱- مقدمه

با پیدایش ماهواره‌های موقعیت‌یاب جهانی (GNSS^۱)، امکان تعیین موقعیت و زمان برای کاربران این سامانه در سراسر جهان به وجود آمد. به دلیل آن‌که تعیین موقعیت مطلق با GNSS، برای بسیاری از کاربردها دقت کافی را برآورده نمی‌کند؛ لذا تکنیک‌هایی برای افزایش دقت تعیین موقعیت به وسیله GPS، بکار گرفته می‌شود. از جمله این تکنیک‌ها، تعیین موقعیت نسبی (بین دو گیرنده) می‌باشد. تعیین موقعیت نسبی، روشی مناسب برای افزایش دقت تعیین موقعیت با GNSS می‌باشد. در این تکنیک، دو گیرنده، مشاهداتی را بطور همزمان به ماهواره‌های GNSS انجام می‌دهند. در تعیین موقعیت نسبی، هدف برآورد مختصات نقطه‌ای مجهول نسبت به نقطه‌ای با مختصات معلوم می‌باشد. به بیان دیگر در این روش، بردار بین این دو نقطه به عنوان مجهول برآورد می‌شود [۱، ۲]. به این بردار مجهول، بردار طول‌مبنا یا برای سادگی طول‌مبنا گفته می‌شود. نقطه مجهول، ایستگاه سیار^۲ و نقطه معلوم، ایستگاه مرجع^۳ نامیده می‌شوند (شکل ۱-ا).

در هنگام تعیین موقعیت نسبی آنی به روش سنتی (کینماتیک یا RTK معمولی)، برای رسیدن به دقت سانتی‌متری، به طول‌مبنای کمتر از ۱۰ کیلومتر بین گیرنده سیار و مرجع نیاز است. با افزایش طول‌مبنای بین دو گیرنده، تاثیر تاخیرات یونسفری و تروپوسفری و خطای مدار ماهواره‌ها افزایش می‌یابد و خطاهای ذکر شده در مرحله تفاضلی مرتبه دوم حذف نخواهند شد؛ این مساله منجر به حل نشدن صحیح ابهام فازها و در نتیجه کاهش دقت تعیین موقعیت خواهد شد. بنابراین بهتر است از طول‌مبنای کوتاه‌تر برای تعیین موقعیت نسبی آنی بین دو نقطه استفاده کرد. بدین منظور ایستگاه مرجع می‌بایست به گونه‌ای انتخاب شود که تا حد امکان به ایستگاه سیار نزدیک باشد. این موضوع اساس استفاده از RTK شبکه به ویژه استفاده از ایستگاه مرجع مجازی (VRS)، به منظور رفع مشکلات و نواقص تعیین موقعیت نسبی کینماتیک می‌باشد [۳ تا ۱۳]. این تکنولوژی، نخستین

بار در بخشی از شبکه ایستگاه‌های دائم آلمان (SAPOS) بکار گرفته شد [۱۴، ۱۵]. واژه مجازی، نشانگر این مطلب است که چنین ایستگاهی در واقعیت وجود فیزیکی ندارد. در این صورت اگر شبکه‌ای از ایستگاه‌های مرجع موجود باشد، برای کاهش طول‌مبنای بین گیرنده مرجع و سیار می‌توان ایده ساخت مشاهده برای یک ایستگاه مجازی را بکار گرفت. به بیان دیگر می‌توان از مشاهدات واقعی ایستگاه‌های مرجع شبکه به منظور ساختن مشاهدات برای ایستگاه مجازی استفاده نمود. از ایستگاه‌های مرجع به منظور برآورد تاخیرات یونسفری و تروپوسفری تفاضلی مرتبه دوم مابین ایستگاه مرجع اصلی^۴ و سایر ایستگاه‌های مرجع شبکه، استفاده می‌شود (شکل ۱-ب). ایستگاه مرجع اصلی یکی از ایستگاه‌های مرجع شبکه است که خطاهای تفاضلی مرتبه دوم (یونسفر و تروپوسفر)، بین آن ایستگاه و سایر ایستگاه‌های مرجع شبکه محاسبه می‌شوند. این خطاها می‌توانند برای ایستگاه مجازی نزدیک به ایستگاه سیار درون‌یابی شوند. اساس کار به این صورت می‌باشد که ایستگاه سیار (کاربر) موقعیت تقریبی خود (حاصل شده از تعیین موقعیت مطلق با کد) را برای ایستگاه مرجع اصلی می‌فرستد. از موقعیت تقریبی کاربر به عنوان موقعیت ایستگاه مجازی استفاده می‌شود. در نهایت مشاهدات ایستگاه مجازی با استفاده از موقعیت تقریبی ایستگاه سیار و تصحیحات خطاهای تفاضلی مرتبه دوم بین ایستگاه مرجع اصلی و ایستگاه مجازی که از درون‌یابی بدست می‌آید، ساخته می‌شوند. در حقیقت مشاهدات ایستگاه مجازی در محل موقعیت تقریبی گیرنده سیار ساخته خواهد شد. بنابراین طول‌مبنای بین ایستگاه مجازی و گیرنده سیار کوتاه خواهد بود. با استفاده از این روش، موقعیت ایستگاه سیار به صورت آنی و مستقل از افزایش فاصله بین ایستگاه‌های مرجع شبکه با ایستگاه سیار، با دقت حدود سانتی‌متر تعیین خواهد شد [۱۱، ۱۲]. مشاهدات مجازی ساخته شده می‌بایست از ایستگاه کنترل اصلی به ایستگاه سیار فرستاده شوند. بنابراین لازم است یک لینک ارتباطی قابل اطمینان دو طرفه بین ایستگاه کنترل اصلی و کاربر وجود داشته باشد [۴، ۱۶]. در بعضی از مقالات نیاز به وجود ارتباط دو طرفه میان ایستگاه کنترل اصلی و کاربر به عنوان عیب

^۱ Global Positioning Navigation Systems^۲ Rover Station^۳ Reference Station^۴ Master Reference Station

۲- تئوری ساخت مشاهدات ایستگاه مرجع مجازی

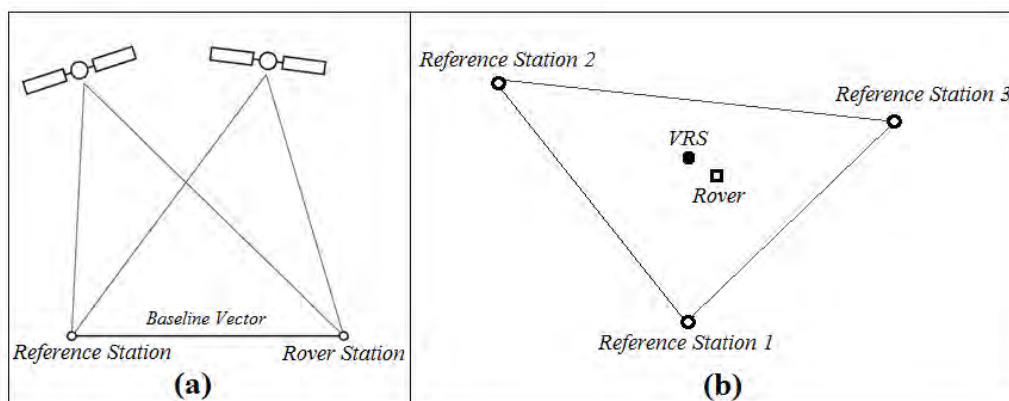
در این بخش تئوری ساخت مشاهده برای ایستگاه مرجع مجازی شرح داده می‌شود. این بخش شامل سه زیر بخش است.

۲-۱- محاسبه خطاهای تفاضلی مرتبه دوم بین ایستگاه‌های مرجع چندگانه

به طور کلی منابع خطا در GPS، به سه دسته تقسیم می‌شوند:

- i. خطاهای مرتبط با ماهواره: مانند اربیی ساعت ماهواره، خطای مدار ماهواره.
- ii. خطاهای مرتبط با مسیر انتشار موج از ماهواره به گیرنده: مانند تاخیرات اتمسفری (تاخیر یونسفری و تاخیر تروپوسفری).
- iii. خطاهای مرتبط با گیرنده: مانند تغییرات مرکز فاز آنتن گیرنده، اربیی ساعت گیرنده، چندمسیری.

بنیادی VRS، شناخته می‌شود [۱۰، ۱۷]. از جمله تحقیقات انجام شده مرتبط با استفاده از شبکه ایستگاه-های مرجع چندگانه به منظور ارسال تصحیحات و همچنین توسعه الگوریتم VRS، می‌توان به فعالیت‌های انجام شده توسط ونینگر (۱۹۹۷) (مرجع [۵])، مارل (۱۹۹۸) (مرجع [۶])، ریزوس و همکاران (۲۰۰۰) (مرجع [۱۱])، لاندو (۲۰۰۰) (مرجع [۱۴])، والث و همکاران (۲۰۰۰) (مرجع [۷])، اولر و همکاران (۲۰۰۱) (مرجع [۹])، دای و همکاران (۲۰۰۱) (مرجع [۱۸])، راکت و لاشاپل (۲۰۰۱) (مرجع [۳])، رشر (۲۰۰۲) (مرجع [۱۰])، فوتاپلوس و کنون (۲۰۰۱) (مرجع [۱۳])، کنون و همکاران (۲۰۰۱) (مرجع [۸])، گائو و همکاران (۲۰۰۲) (مرجع [۱۹])، هو و همکاران (۲۰۰۲) (مرجع [۴])، زنگ و رابرات (۲۰۰۳) (مرجع [۱۷]) و یرهو و همکاران (۲۰۰۶) (مرجع [۱۲]) اشاره کرد. لازم به ذکر است، تاکنون در ایران به منظور توسعه الگوریتم ایستگاه مرجع مجازی، فعالیت تحقیقاتی انجام نشده است.



شکل ۱- (a) هندسه تعیین موقعیت نسبی؛ (b) هندسه شبکه و ایستگاه مرجع مجازی GNSS

گیرنده و ماهواره به طور کامل حذف خواهند شد. در حالی که، حذف و یا کاهش تاخیرات اتمسفری در مرحله تفاضلی مرتبه دوم، تنها در مورد طول‌مبناهای کوتاه صادق است. با توجه به این که محیط یونسفر برای امواج ماکروویو، محیطی پاشنده^۱ است (بدین معنا که سرعت انتشار امواج در این محیط، وابسته به فرکانس امواج می-

برخی از خطاهای فوق، با ترکیبات مشاهدات می-توانند حذف شده یا کاهش یابند؛ به عنوان نمونه با تفاضل مشاهدات مربوط به دو گیرنده و یک ماهواره در یک اپک، اربیی ساعت ماهواره حذف خواهد شد. همچنین با تفاضل مشاهدات مربوط به یک گیرنده و دو ماهواره در یک اپک، اربیی ساعت گیرنده حذف خواهد شد. بنابراین واضح است در مرحله تفاضلی مرتبه دوم (دو گیرنده و دو ماهواره)، اربیی‌های مربوط به ساعت

^۱ Dispersive

کرد. حل ابهام فازهای DD می‌تواند با استفاده از یکی از روش‌های حل ابهام فاز معمول مانند لامبدا^۵ [۲۲، ۲۱] و یا با استفاده از روش تئوری شبکه^۶ [۲۳] انجام شود. صرف‌نظر از نویز مشاهدات فاز در رابطه (۱) می‌توان کل خطاها را به دو دسته اریبی‌های وابسته به فرکانس و اریبی‌های مستقل از فرکانس تقسیم‌بندی کرد. بنابراین داریم:

$$\begin{aligned} V &= T_{a,b}^{m,n} + (-I_{a,b,L}^{m,n}) \\ &= V^{non-dis} + V^{dis} \\ &= \lambda_L (\varphi_{a,b,L}^{m,n} - N_{a,b,L}^{m,n}) - \rho_{a,b}^{m,n} \end{aligned} \quad (2)$$

پس از حل ابهام فاز و پیدا کردن $N_{a,b,L}^{m,n}$ ، به دلیل وابستگی تاخیر یونسفری به فرکانس موج حامل می‌توان این خطا را با استفاده از معادله عاری از هندسه برآورد کرد (معادله ۳).

$$\begin{aligned} I_{a,b,L_2}^{m,n} &= \frac{f_1^2}{f_1^2 - f_2^2} [(\lambda_{L_1} \varphi_{a,b,L_1}^{m,n} - \lambda_{L_2} \varphi_{a,b,L_2}^{m,n}) \\ &\quad - (\lambda_{L_1} N_{a,b,L_1}^{m,n} - \lambda_{L_2} N_{a,b,L_2}^{m,n})] \end{aligned} \quad (3)$$

که در آن، f_1 فرکانس موج $L1$ و f_2 فرکانس موج $L2$ می‌باشند.

بطریق مشابه تاخیر یونسفری تفاضلی مرتبه دوم بر روی فرکانس $L1$ به شکل معادله ۴ می‌باشد:

$$\begin{aligned} I_{a,b,L_1}^{m,n} &= \frac{f_2^2}{f_1^2 - f_2^2} [(\lambda_{L_1} \varphi_{a,b,L_1}^{m,n} - \lambda_{L_2} \varphi_{a,b,L_2}^{m,n}) \\ &\quad - (\lambda_{L_1} N_{a,b,L_1}^{m,n} - \lambda_{L_2} N_{a,b,L_2}^{m,n})] \end{aligned} \quad (4)$$

با توجه به معادلات ۲ تا ۴، می‌توان تأخیر تروپوسفریک $T_{a,b}^{m,n}$ (مستقل از فرکانس) را از تأخیر یونسفریک $I_{a,b,L}^{m,n}$ (وابسته به فرکانس)، تفکیک کرد.

$$V^{non-dis} = V - V^{dis} = V + I_{a,b,L}^{m,n} \quad (5)$$

باشد؛ بنابراین می‌توان به صورت سنتی تاخیر یونسفری را با استفاده از معادلات عاری از یونسفر^۱ در گیرنده‌های دو فرکانسه، حذف کرد. در حالی‌که تروپوسفر برای امواج ماکروویو، محیطی غیرپاشنده^۲ است (بدین معنا که سرعت انتشار امواج در این محیط، مستقل از فرکانس امواج می‌باشد)؛ بنا بر این کاهش تاخیر تروپوسفر، می‌توان از مدل‌های تجربی موجود استفاده کرد. لیکن در مورد RTK شبکه، تاخیرات اتمسفری بین ایستگاه مرجع اصلی و سایر ایستگاه‌های مرجع شبکه محاسبه و برای ایستگاه مجازی درون‌یابی می‌شوند (بخش ۴).

معادله مشاهده فاز در مرحله تفاضلی مرتبه دوم برای دو گیرنده a و b و ماهواره‌های m و n به شکل زیر خواهد بود [۲۰]، برای سادگی از خطای چندمسیری صرف نظر شده است.

$$\begin{aligned} \lambda_L \varphi_{a,b,L}^{m,n} &= \rho_{a,b}^{m,n} + \lambda_L N_{a,b,L}^{m,n} - I_{a,b,L}^{m,n} \\ &\quad + T_{a,b}^{m,n} + \varepsilon_{a,b,L}^{m,n} \end{aligned} \quad (1)$$

که در آن نماد $(\cdot)_{a,b,L}^{m,n} = ((\cdot)_{b,L}^n - (\cdot)_{b,L}^m) - ((\cdot)_{a,L}^n - (\cdot)_{a,L}^m)$ نشانگر تفاضل مرتبه دوم، L فرکانس مربوطه ($L1$ یا $L2$)، φ فاز مشاهداتی در فرکانس $L1$ یا $L2$ بر حسب دور، ρ فاصله بین گیرنده و ماهواره بر حسب متر، λ_L طول موج مربوطه، N ابهام فاز DD ^۳ صحیح بر روی فرکانس $L1$ یا $L2$ بر حسب دور، I تاخیر یونسفری بر حسب متر، T تاخیر تروپوسفری بر حسب متر و ε خطای اندازه‌گیری فاز در فرکانس $L1$ یا $L2$ می‌باشند. در رابطه ۱، $\varphi_{a,b,L}^{m,n}$ با استفاده از مشاهدات فاز ایستگاه‌های مرجع a و b محاسبه خواهد شد. همچنین مختصات دقیق ایستگاه‌های مرجع معلوم است. از طرفی مختصات ماهواره‌ها نیز با استفاده از افریز منتشره^۴ محاسبه می‌شود. این مسئله برای طول‌مبناهای کوچک‌تر از ۴۰ کیلومتر مشکل ساز نیست. بنابراین $\rho_{a,b}^{m,n}$ را می‌توان به طور دقیق محاسبه کرد. بعد از حل کردن ابهام فازهای DD به عدد صحیح، می‌توان $T_{a,b}^{m,n}$ و $I_{a,b,L}^{m,n}$ را محاسبه

^۱ Ionospheric Free

^۲ Non-Dispersive

^۳ Integer double difference carrier phase ambiguity

^۴ Broadcast Ephemeris

^۵ LAMBDA (Least-squares Ambiguity Decorrelation Adjustment)

^۶ Lattice Theory

افمیز منتشره محاسبه می‌شوند، بنابراین ρ_r^n توسط رابطه زیر محاسبه خواهد شد.

$$\rho_r^n = \sqrt{(X_r - X^n)^2 + (Y_r - Y^n)^2 + (Z_r - Z^n)^2} \quad (10)$$

از طرفی موقعیت ایستگاه مجازی v نیز ثابت در نظر گرفته می‌شود و بخاطر این که نزدیک ایستگاه سیار باشد، از تعیین موقعیت مطلق کد در ایستگاه سیار معلوم بدست می‌آید. بنابراین به طریق مشابه ρ_v^n از رابطه (۱۱) محاسبه خواهد شد.

$$\rho_v^n = \sqrt{(X_v - X^n)^2 + (Y_v - Y^n)^2 + (Z_v - Z^n)^2} \quad (11)$$

معادلات (۷ تا ۱۱)، اساس تشکیل مشاهدات ایستگاه مجازی می‌باشند. $\varphi_{r,L}^{m,n}$ مشاهده فاز تفاضلی مرتبه اول در ایستگاه مرجع اصلی در دسترس است. بنابراین با محاسبه $\varphi_{v,L}^{m,n}$ از رابطه (۷) و با محاسبه $\varphi_{r,v,L}^{m,n}$ از رابطه (۸)، می‌توان $\varphi_{v,L}^{m,n} = \varphi_{r,v,L}^{m,n} + \varphi_{r,L}^{m,n}$ را بدست آورد. نکته مهم در استفاده از رابطه ۸، تصحیحات $I_{r,v,L}^{m,n}$ و $T_{r,v,L}^{m,n}$ می‌باشد. برای محاسبه این تصحیحات از روش‌های درونیابی خطا استفاده می‌شود.

۲-۳- الگوریتم درونیابی تصحیحات تفاضلی مرتبه دوم بین ایستگاه مجازی و ایستگاه مرجع اصلی

روش‌های مختلفی برای درونیابی خطاهای تفاضلی مرتبه دوم بین ایستگاه مرجع اصلی و سایر ایستگاه‌های مرجع، برای بدست آوردن تصحیحات تفاضلی مرتبه دوم مابین ایستگاه مرجع اصلی و ایستگاه مجازی وجود دارد. خواننده علاقه‌مند برای آشنایی بیشتر با روش‌های مختلف می‌تواند به مراجع [۳، ۷، ۱۱، ۱۲، ۱۳، ۱۸ و ۱۹] مراجعه کند. در این مقاله از روش‌های درونیابی خطی، برازش رویه با مراتب پایین‌تر، روش کریجینگ معمولی استفاده و نتایج حاصله مقایسه شده‌اند.

در الگوریتم VRS، ابتدا یکی از ایستگاه‌های مرجع موجود در شبکه، به عنوان ایستگاه مرجع اصلی انتخاب می‌شود. سپس همه خطاهای تفاضلی مرتبه دوم (یونسفر + ترویسفر)، بین ایستگاه مرجع اصلی و سایر ایستگاه‌های مرجع شبکه محاسبه می‌شوند. به عنوان مثال در شکل (1-b)، اگر ایستگاه مرجع ۱، به عنوان ایستگاه مرجع اصلی انتخاب شود همه تصحیحات از جمله $I_{1,2,L}^{m,n}$ ، $I_{1,3,L}^{m,n}$ ، $T_{1,2}^{m,n}$ ، $T_{1,3}^{m,n}$ می‌بایست محاسبه شوند.

۲-۲- تولید مشاهدات ایستگاه مرجع مجازی

معادله مشاهده تفاضلی مرتبه اول در ایستگاه مرجع اصلی r و بین دو ماهواره m و n ، به صورت زیر می‌باشد:

$$\lambda_L \varphi_{r,L}^{m,n} = \rho_r^{m,n} + \lambda_L N_{r,L}^{m,n} - I_{r,L}^{m,n} + T_r^{m,n} \quad (6)$$

بطریق مشابه معادله مشاهده تفاضلی مرتبه اول در ایستگاه مجازی v ، به شکل رابطه ۷ می‌باشد.

$$\lambda_L \varphi_{v,L}^{m,n} = \rho_v^{m,n} + \lambda_L N_{v,L}^{m,n} - I_{v,L}^{m,n} + T_v^{m,n} \quad (7)$$

بنابراین معادله مشاهده تفاضلی مرتبه دوم بین دو گیرنده r و v و ماهواره‌های m و n به شکل رابطه ۸ خواهد بود.

$$\begin{aligned} \lambda_L \varphi_{r,v,L}^{m,n} &= \lambda_L (\varphi_{v,L}^{m,n} - \varphi_{r,L}^{m,n}) \\ &= \rho_{r,v}^{m,n} + N_{r,v,L}^{m,n} - I_{r,v,L}^{m,n} + T_{r,v}^{m,n} \end{aligned} \quad (8)$$

که در آن، $\rho_{r,v}^{m,n}$ فاصله هندسی تفاضلی مرتبه دوم بوده و توسط رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$\rho_{r,v}^{m,n} = (\rho_v^n - \rho_r^n) - (\rho_v^m - \rho_r^m) \quad (9)$$

که در آن، ρ_r^n فاصله هندسی بین گیرنده در ایستگاه مرجع اصلی r و ماهواره n و ρ_v^n فاصله هندسی بین ایستگاه مجازی v و ماهواره n می‌باشند. مختصات دقیق ایستگاه کنترل اصلی r معلوم بوده، همچنین مختصات ماهواره‌های GPS نیز با استفاده

۲-۳-۱- درون‌یابی خطی

در این روش با محاسبه ضرایب مجهول α و β ، تصحیحات تفاضلی مرتبه دوم بین ایستگاه مرجع اصلی و ایستگاه مجازی محاسبه خواهند شد (رابطه ۱۲).

$$V_{v,r} = \begin{pmatrix} \Delta E_{v,r} & \Delta N_{v,r} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix} \quad (12)$$

که در آن، $\Delta E_{v,r}$ ، اختلاف مختصات در مولفه شرقی (Easting) و $\Delta N_{v,r}$ ، اختلاف مختصات در مولفه شمالی (Northing) بین ایستگاه مرجع اصلی r و ایستگاه مجازی v می‌باشند. بنابراین اساس این روش محاسبه ضرایب مجهول α و β می‌باشد. ضرایب نامبرده توسط حل دستگاه معادله زیر محاسبه خواهند شد.

$$\begin{pmatrix} V_{1,r} \\ V_{2,r} \\ \vdots \\ V_{n-1,r} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \Delta E_{1,r} & \Delta N_{1,r} \\ \Delta E_{2,r} & \Delta N_{2,r} \\ \vdots & \vdots \\ \Delta E_{n-1,r} & \Delta N_{n-1,r} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix} \quad (13)$$

که در آن، n تعداد کل ایستگاه‌های مرجع شبکه و $\Delta E_{i,r}$ اختلاف مختصات در مولفه شرقی و $\Delta N_{i,r}$ ، اختلاف مختصات در مولفه شمالی ایستگاه مرجع i ام نسبت به ایستگاه مرجع اصلی r می‌باشند. $V_{i,r}$ نیز به روش توضیح داده در بخش ۳ محاسبه خواهد شد. واضح است برای حل دو مجهول a و b به حداقل دو معادله نیاز داریم. بنابراین در این روش درون‌یابی، برای استفاده از تکنولوژی VRS، به حداقل سه ایستگاه مرجع نیاز داریم. در صورتی که $n \geq 4$ از روش حل کمترین مربعات برای بدست آوردن مجهولات استفاده می‌کنیم.

$$\begin{pmatrix} \alpha & \beta \end{pmatrix}^T = (A^T A)^{-1} A^T V \quad (14)$$

که در آن، ماتریس طرح A ماتریسی با ابعاد $(n-1) \times 2$ و بردار مشاهدات V ، برداری با بعد $n-1$ می‌باشند.

$$A = \begin{pmatrix} \Delta E_{1,r} & \Delta N_{1,r} \\ \Delta E_{2,r} & \Delta N_{2,r} \\ \vdots & \vdots \\ \Delta E_{n-1,r} & \Delta N_{n-1,r} \end{pmatrix} \quad (15)$$

و

$$V = \begin{pmatrix} V_{1,r} & V_{2,r} & \dots & V_{n-1,r} \end{pmatrix}^T \quad (16)$$

در این روش پس از محاسبه ضرایب مجهول α و β ، تصحیحات تفاضلی مرتبه دوم بین ایستگاه مرجع اصلی و ایستگاه مجازی مطابق رابطه (۱۲) محاسبه خواهند شد.

۲-۳-۲- برازش رویه با مراتب پایین‌تر

در این روش رویه‌ای از مرتبه پایین به خطاهای مابین ایستگاه مرجع اصلی و سایر ایستگاه‌های مرجع برازش داده می‌شود. مرتبه رویه برازش داده شده می‌تواند یک یا دو اختیار شود. بنابراین متغیرهای تابع می‌تواند دو (موقعیت مسطحاتی) و یا سه (موقعیت مسطحاتی + ارتفاعی) در نظر گرفته شود. رویه‌ای با مرتبه یک و در نظر گرفتن موقعیت ارتفاعی به شکل رابطه ۱۷ خواهد بود.

$$V = \begin{pmatrix} \Delta E & \Delta N & \Delta H & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \\ \delta \end{pmatrix} \quad (17)$$

که در آن $\begin{pmatrix} \alpha & \beta & \gamma & \delta \end{pmatrix}^T$ ضرایب مجهول رویه مورد نظر است. بنابراین واضح است، در این روش درون‌یابی به حداقل ۵ ایستگاه مرجع برای برآورد مجهولات نیاز است. مشابه روش درون‌یابی خطی در صورتی که $n \geq 5$ از روش حل کمترین مربعات برای بدست آوردن مجهولات استفاده می‌کنیم. بنابراین خواهیم داشت:

$$V = \begin{pmatrix} \Delta E & \Delta N & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{pmatrix} \quad (22)$$

در این روش به حداقل ۴ ایستگاه مرجع برای برآورد ضرایب مجهول نیاز است.

۲-۳-۳- روش درون‌یابی کریجینگ

این روش توسط ریاضیدان فرانسوی جرج مادرون^۱ بر پایه تز مهندس معدنی به نام دنیل گرهاردوس کریج^۲ گسترش یافت^۳.

در این روش درون‌یابی، هدف یافتن مقدار $Z(x_0)$ از نمونه تصادفی $Z(x)$ است؛ به گونه‌ای که مقدار مشاهدات در نقاط $z_i = Z(x_i), i = 1, \dots, n$ در دسترس می‌باشد. در این روش، برآوردگر کریجینگ توسط ترکیب خطی زیر بدست می‌آید:

$$\hat{Z}(x_0) = \sum_{i=1}^n \omega_i(x_0) Z(x_i) \quad (23)$$

که در آن، وزن‌های $\omega_i(x_0)$ برای مقادیر مشاهداتی $z_i = Z(x_i)$ می‌بایست به گونه‌ای انتخاب شوند که واریانس برآوردگر کریجینگ تحت شرط ناریبی برآوردگر (معادله ۲۵) مینیمم شود.

$$\begin{aligned} \sigma_k^2(x_0) &= \text{Var}(\hat{Z}(x_0) - Z(x_0)) \\ &= \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \omega_i(x_0) \omega_j(x_0) c(x_i, x_j) \\ &\quad + \text{Var}(Z(x_0)) - 2 \sum_{i=1}^n \omega_i(x_0) c(x_i, x_0) \end{aligned} \quad (24)$$

که در آن σ_k^2 ، واریانس برآوردگر کریجینگ و $c(x_i, x_j)$ کواریانس بین x_i و x_j می‌باشند. همچنین شرط ناریبی برآوردگر کریجینگ به شکل زیر می‌باشد:

$$\begin{pmatrix} V_{1,r} \\ V_{2,r} \\ \vdots \\ V_{n-1,r} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \Delta E_{1,r} & \Delta N_{1,r} & \Delta H_{1,r} & 1 \\ \Delta E_{2,r} & \Delta N_{2,r} & \Delta H_{1,r} & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \Delta E_{n-1,r} & \Delta N_{n-1,r} & \Delta H_{1,r} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \\ \delta \end{pmatrix} \quad (18)$$

که در آن، n تعداد کل ایستگاه‌های مرجع شبکه، $\Delta E_{i,r}$ اختلاف مختصات در مولفه شرقی، $\Delta N_{i,r}$ ، اختلاف مختصات در مولفه شمالی و $\Delta H_{i,r}$ اختلاف مختصات در مولفه ارتفاعی ایستگاه مرجع i ام نسبت به ایستگاه مرجع اصلی r می‌باشند. مشابه روش قبل $V_{i,r}$ نیز به روش توضیح داده در بخش ۳ محاسبه خواهد شد. بنابراین:

$$\begin{pmatrix} \alpha & \beta & \gamma & \delta \end{pmatrix}^T = (\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{V} \quad (19)$$

که در آن، ماتریس طرح $\mathbf{A}$ ماتریسی با ابعاد $(n-1) \times 4$ به شکل رابطه ۲۰ و بردار مشاهدات $\mathbf{V}$ مشابه با رابطه (۱۶) بدست می‌آید.

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} \Delta E_{1,r} & \Delta N_{1,r} & \Delta H_{1,r} & 1 \\ \Delta E_{2,r} & \Delta N_{2,r} & \Delta H_{1,r} & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \Delta E_{n-1,r} & \Delta N_{n-1,r} & \Delta H_{1,r} & 1 \end{pmatrix} \quad (20)$$

در این روش پس از محاسبه ضرایب مجهول رویه، تصحیحات تفاضلی مرتبه دوم بین ایستگاه مرجع اصلی و ایستگاه مجازی مطابق رابطه (۲۱) محاسبه خواهند شد.

$$V_{v,r} = \begin{pmatrix} \Delta E_{v,r} & \Delta N_{v,r} & \Delta H_{v,r} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \\ \delta \end{pmatrix} \quad (21)$$

بطریق مشابه رویه با مرتبه یک و صرف نظر از موقعیت ارتفاعی به شکل رابطه ۲۲ خواهد بود.

^۱ Georges Matheron

^۲ krigé Daniel Gerhardus

^۳ سایت Wikipedia مرجع مناسبی در این باره است.

با توجه به این که در کلیه روش‌های کریجینگ، هدف مینیمم کردن واریانس برآوردگر کریجینگ $(\sigma_k^2(x_0))$ می‌باشد، تابع هدف F به شکل معادله ۲۸ را تعریف می‌کنیم:

$$F = \sigma_k^2 + 2\lambda_u \left(\sum_{i=1}^n \omega_i - 1 \right) = \sigma_k^2 + 2\lambda_u (\mathbf{\omega}_u^T \mathbf{e}_n - 1) \quad (28)$$

که در آن، λ_u ضریب لاگرانژ، $\mathbf{\omega}_u^T = (\omega_1 \ \omega_2 \ \dots \ \omega_n)$ و $\mathbf{e}_n = (1 \ 1 \ \dots \ 1)^T$ می‌باشند.

برای بهینه سازی تابع هدف F می‌بایست:

$$\begin{cases} \frac{\partial F}{\partial \mathbf{\omega}_u} = 2\mathbf{C}\mathbf{\omega}_u - 2\text{Cov}(Z, Z(x_0)) + 2\lambda_u \mathbf{e}_n = 0 \\ \frac{\partial F}{\partial \lambda_u} = 2(\mathbf{\omega}_u^T \mathbf{e}_n - 1) = 0 \end{cases} \quad (29)$$

که در آن، $\mathbf{C} = \mathbf{C}_\mu$ است. در این صورت فرم ماتریسی شروط (۲۹) به شکل زیر می‌باشد:

$$\begin{pmatrix} C_{11} & C_{12} & \dots & C_{1n} & 1 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ C_{n1} & C_{n1} & \dots & C_{nn} & 1 \\ 1 & 1 & \dots & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \omega_1 \\ \omega_2 \\ \vdots \\ \omega_n \\ \lambda_u \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C_{Z(x_0),1} \\ C_{Z(x_0),2} \\ \vdots \\ C_{Z(x_0),n} \\ 1 \end{pmatrix} \quad (30)$$

$$\Rightarrow \begin{pmatrix} \mathbf{C}_{pp} & \mathbf{e}_n \\ \mathbf{e}_n^T & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{\omega}_u \\ \lambda_u \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{C}_u \\ 1 \end{pmatrix}$$

که در آن

$$\mathbf{C}_u = \begin{pmatrix} C_{Z(x_0),1} \\ C_{Z(x_0),2} \\ \vdots \\ C_{Z(x_0),n} \end{pmatrix}, \mathbf{C}_{pp} = \begin{pmatrix} C_{11} & C_{12} & \dots & C_{1n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ C_{n1} & C_{n2} & \dots & C_{nn} \end{pmatrix} \quad (31)$$

بنابراین خواهیم داشت: (خواننده علاقه‌مند برای آشنایی با چگونگی اثبات این رابطه می‌تواند به مرجع [۲۴] مراجعه کند).

$E[\hat{Z}(x) - Z(x)] = \sum_{i=1}^n \omega_i(x_0) \mu(x_i) - \mu(x_0) = 0 \quad (25)$
که در آن $\mu(x_i) = E(Z(x_i))$ است.
بسته به انتخاب $\mu(x)$ ، روش‌های مختلف کریجینگ تعریف می‌شوند.

سه روش رایج کریجینگ به شرح زیر می‌باشد:

- i. روش کریجینگ ساده^۱: در این روش $\mu(x) = 0$ انتخاب می‌شود.
- ii. روش کریجینگ معمولی^۲: در این روش $\mu(x) = \mu = \text{const.}$ (مقدار ثابت) در نظر گرفته می‌شود.
- iii. روش کریجینگ عمومی^۳: در این روش $\mu(x) = \sum_{k=0}^p \beta_k f_k(x)$ (یک چندجمله‌ای) انتخاب می‌شود.

در این مقاله از روش کریجینگ معمولی استفاده شده است.

۲-۳-۱- روش کریجینگ معمول

این روش از رایج‌ترین و پرکاربردترین روش‌های موجود درون‌یابی کریجینگ است. همان‌طور که بیان شد، در این روش در این روش $\mu(x) = \mu = \text{const.}$ (مقدار ثابت) در نظر گرفته می‌شود. بنابراین با اعمال این فرض، شرط ناریبی (۲۵) به شکل زیر خواهد شد:

$$E[\hat{Z}(x) - Z(x)] = \mu \left[\sum_{i=1}^n \omega_i(x_0) - 1 \right] = 0 \quad (26)$$

بنابراین خواهیم داشت:

$$\sum_{i=1}^n \omega_i(x_0) = \sum_{i=1}^n \omega_i = 1 \quad (27)$$

رابطه ۲۷ شرط OK^۴ نامیده می‌شود.

^۱ Simple Kriging

^۲ Ordinary Kriging

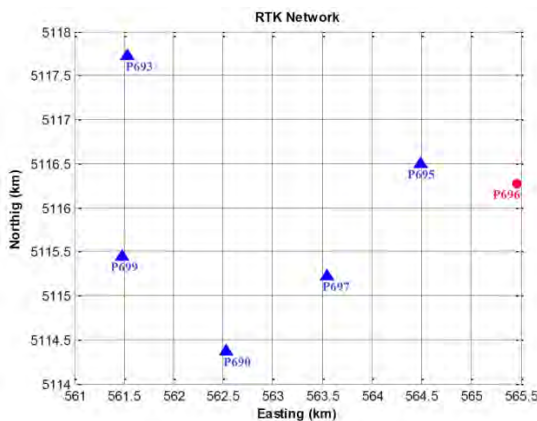
^۳ Universal Kriging

^۴ Ordinary Kriging (OK)

نام‌های P690, P693, P695, P696, P697 و P699 می- باشد (شکل ۲). ایستگاه مرجع P697 به عنوان ایستگاه مرجع اصلی و ایستگاه P696 به عنوان ایستگاه سیار که موقعیت آن برای تشکیل مشاهدات ایستگاه مجازی استفاده می‌شود، در نظر گرفته می‌شوند.

فایل‌های مشاهداتی ۲۴ ساعته برای روز اول ژانویه سال ۲۰۱۱، در قالب فایل فشرده راینکس^۱ با نرخ ۳۰ ثانیه، از طریق سایت NGS CORS با آدرس <http://geodesy.noaa.gov/CORS> در دسترس است. مختصات دقیق ایستگاه‌های فوق در سیستم تصویر UTM^۲، برای روز اول ژانویه سال ۲۰۱۱، با استفاده از پردازش‌های صورت گرفته بدست آمده است. جدول ۱، مختصات حاصل شده برای ایستگاه‌های این شبکه از این طریق را نشان می‌دهد.

جدول ۱، مختصات نقاط شبکه RTK در سیستم تصویر UTM را نشان می‌دهد. در ادامه و در بخش‌های ۱-۳ و ۲-۳ به ترتیب تاخیر یونسفری و تروپوسفری تفاضلی مرتبه دوم برآورد شده برای دو ماهواره دلخواه محاسبه و نتایج آن ارائه شده است. همچنین بخش ۳-۳ نیز مشاهدات تفاضلی مرتبه اول برای ایستگاه مجازی P696 با استفاده از روش‌های مختلف درون‌یابی ساخته شده و نتایج مربوط به آن ارائه شده است.



شکل ۲- شبکه RTK متشکل از ۵ ایستگاه مرجع و یک ایستگاه سیار

$$\begin{pmatrix} \omega_u \\ \lambda_u \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C_{pp} & e_n \\ e_n^T & 0 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} C_u \\ 1 \end{pmatrix} \quad (32)$$

که در آن

$$\begin{pmatrix} C_{pp} & e_n \\ e_n^T & 0 \end{pmatrix}^{-1} = \begin{pmatrix} C_{pp}^{-1} - \frac{1}{e_n^T C_{pp}^{-1} e_n} e_n e_n^T C_{pp}^{-1} & \frac{1}{e_n^T C_{pp}^{-1} e_n} C_{pp}^{-1} e_n \\ \frac{e_n^T C_{pp}^{-1}}{e_n^T C_{pp}^{-1} e_n} & \frac{-1}{e_n^T C_{pp}^{-1} e_n} \end{pmatrix} \quad (33)$$

و

$$C_{ij} = Cov(Z(x_i), Z(x_j)) = \gamma(l_{\max} - l_{ij}) \quad (34)$$

که در آن، γ ضریب مقیاس، $l_{\max}$ بزرگ‌ترین طول منطقه و l_{ij} طول بین دو نقطه i و j می‌باشند. در این روش، پس از محاسبه وزن‌های مجهول بردار ω_u با استفاده از روابط (۳۵ و ۳۶)، مقدار $\hat{Z}(x_0)$ از رابطه (۲۳) محاسبه خواهد شد.

$$\lambda_u = \frac{[C_u C_{pp}^{-1} e_n] - 1}{e_n^T C_{pp}^{-1} e_n} \quad (35)$$

$$\omega_u = C_u C_{pp}^{-1} - \lambda_u e_n^T C_{pp}^{-1} \quad (36)$$

در این روش می‌توان دقت برآوردگر کریجینگ را نیز پس از محاسبه وزن‌های مجهول و با استفاده از رابطه (۲۴) محاسبه نمود. خواننده علاقه‌مند برای آشنایی بیشتر با روش درون‌یابی کریجینگ می‌تواند به [۲۴ و ۲۵] مراجعه کند.

۳- نتایج عددی

شبکه‌ای که در این تحقیق از آن به منظور توسعه الگوریتم ایستگاه مرجع مجازی استفاده شد، شامل ایستگاه‌های GPS موجود در شبکه ایستگاه‌های دائم NGS قرار داد. این شبکه شامل شش ایستگاه مرجع به

^۱ Receiver Independent Exchange (RINEX)

^۲ Universal Transverse Mercator (UTM)

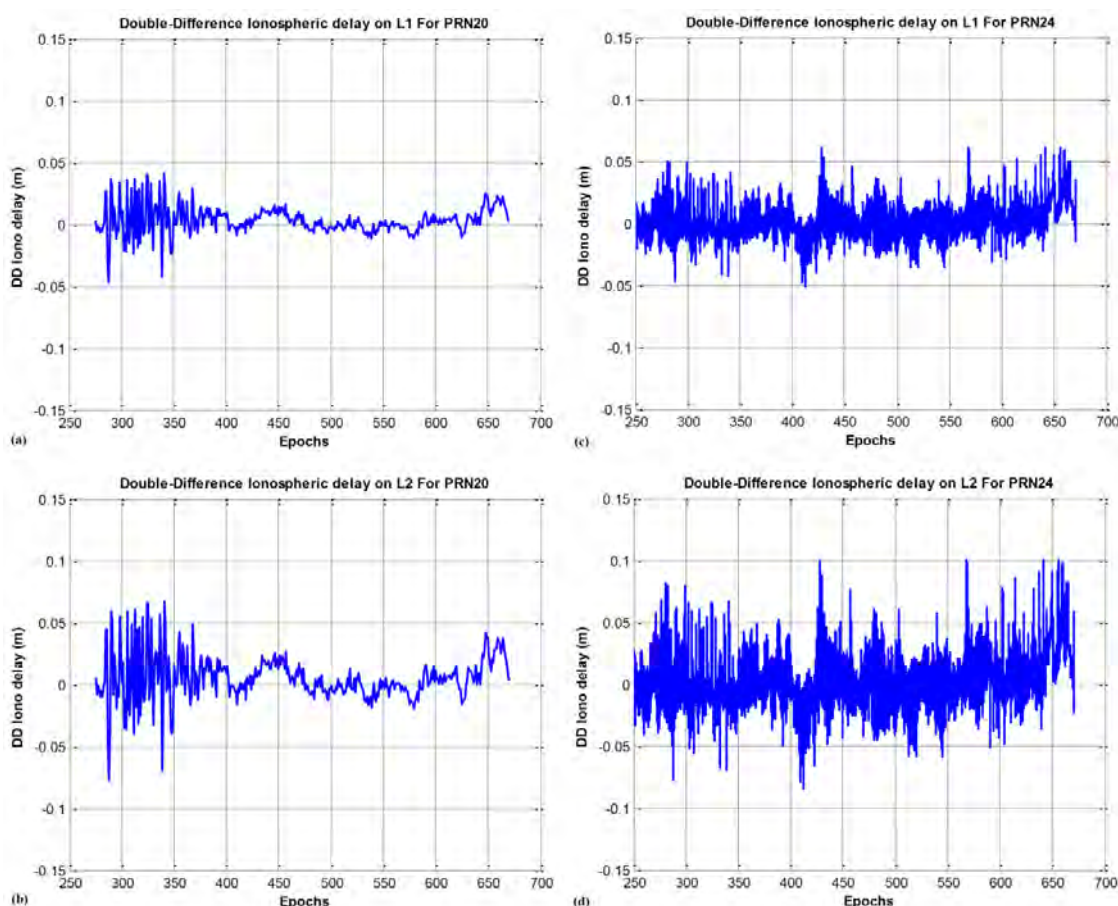
جدول ۱- مختصات نقاط شبکه RTK در سیستم تصویر UTM

ایستگاه	Easting (m)	Northing (m)	Height (m)	Distance (km)
P697	۵۶۳۵۴۱/۰۴۶	۵۱۱۵۲۲۵/۶۸۷	۲۲۱۴/۵۷۹	
P690	۵۶۲۵۲۶/۴۶۰	۵۱۱۴۳۶۴/۷۳۹	۲۰۷۸/۸۷۹	۱/۳۳۷
P693	۵۶۱۵۲۹/۴۵۷	۵۱۱۷۷۲۵/۲۵۱	۲۱۱۳/۰۵۸	۳/۵۰۵
P696	۵۶۵۴۵۷/۲۷۴	۵۱۱۶۲۷۲/۴۵۶	۱۶۰۰/۴۰۰	۴/۲۱۹
P695	۵۶۴۴۸۴/۱۹۶	۵۱۱۶۴۹۶/۹۸۱	۲۰۱۶/۵۱۷	۱/۰۸۲
P699	۵۶۱۴۸۴/۶۷۴	۵۱۱۵۴۴۲/۵۲۵	۲۲۷۴/۰۵۸	۳/۱۹۰

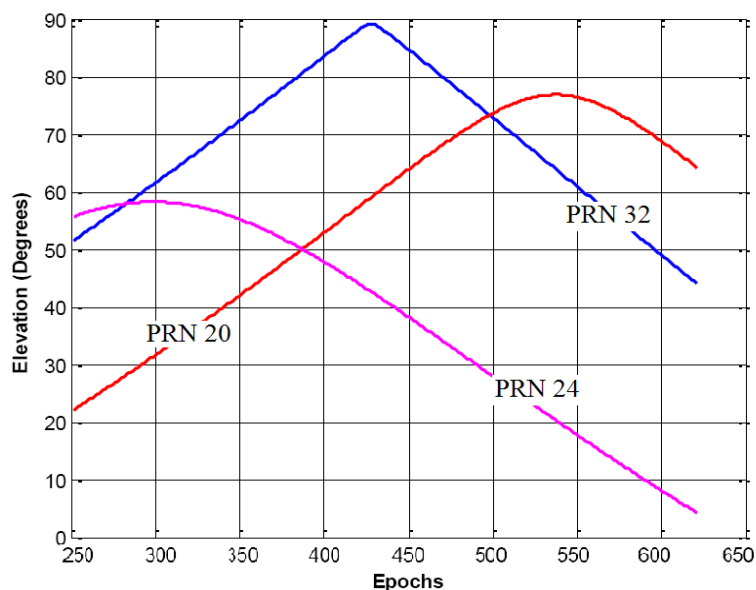
۳-۱- تاخیر یونسفری

همان‌طور که در بخش‌های قبلی اشاره شد، تاخیر یونسفری تفاضلی مرتبه دوم بر روی امواج $L1$ و $L2$ را می‌توان پس از حل کردن ابهام فازها و توسط معادلات عاری از هندسه (معادله ۳) بدست آورد.

شکل ۳ تاخیر یونسفری تفاضلی مرتبه دوم برای طول مبنای P699-P697 بر روی امواج $L1$ و $L2$ و برای ماهواره‌های ۲۰ و ۲۴ نسبت به ماهواره مرجع ۳۲ نشان می‌دهد. همچنین شکل ۴ ارتفاع ماهواره‌های ۲۰ و ۲۴ و ماهواره مرجع ۳۲ را در اپک‌های مشاهداتی نشان می‌دهد.



شکل ۳- تاخیر یونسفری تفاضلی مرتبه دوم برای طول مبنای P699-P697؛ (a) و (b) به ترتیب تاخیر یونسفری تفاضلی مرتبه دوم برای PRN 20 در فرکانس $L1$ و در فرکانس $L2$ بر حسب متر؛ (c) و (d) تاخیر یونسفری تفاضلی مرتبه دوم برای PRN 24 در فرکانس $L1$ و در فرکانس $L2$ بر حسب متر

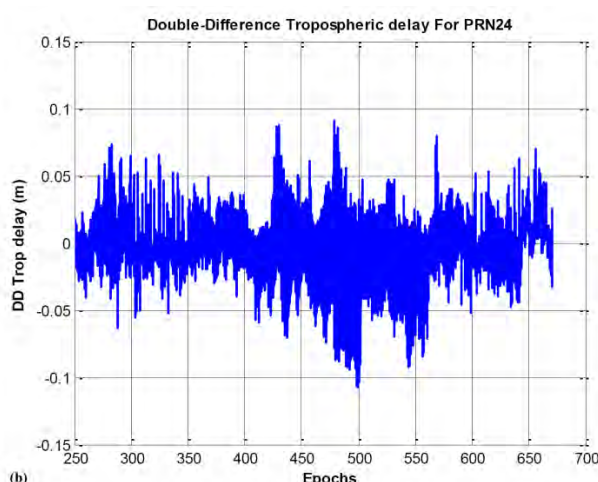
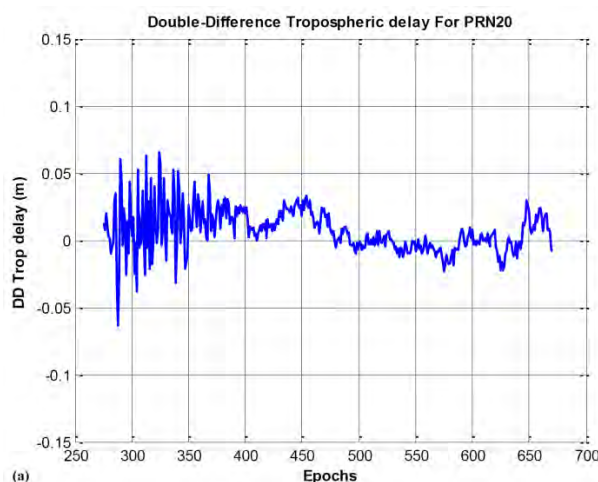


شکل ۴- ارتفاع ماهواره‌های ۲۰ و ۲۴ و ۳۲ به عنوان ماهواره مرجع بر حسب درجه.

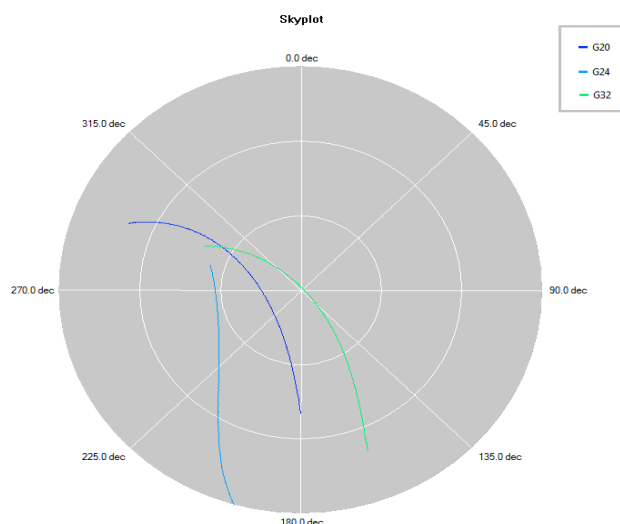
۳-۲- تاخیر تروپوسفری

به منظور تحلیل شکل‌های ۳، ۴ و ۵، نمودار رویت آسمانی سه ماهواره ۲۰، ۲۴ و ۳۲ را در زمان مورد نظر ترسیم می‌نماییم (شکل ۶).

تاخیر تروپوسفری تفاضلی مرتبه دوم را می‌توان با استفاده از جداسازی خطاهای وابسته به فرکانس و خطاهای مستقل از فرکانس (معادله (۵)) بدست آورد. شکل ۵ تاخیر تروپوسفری تفاضلی مرتبه دوم برای طول‌مبنای P699-P697 برای ماهواره‌های ۲۰ و ۲۴ نسبت به ماهواره مرجع ۳۲ نشان می‌دهد.



شکل ۵- تاخیر تروپوسفری تفاضلی مرتبه دوم برای طول مبنای P699-P697؛ (a) تاخیر تروپوسفری تفاضلی مرتبه دوم برای PRN 20 حسب متر؛ (b) تاخیر تروپوسفری تفاضلی مرتبه دوم برای PRN 24 بر حسب متر



شکل ۶- نمودار رویت آسمانی سه ماهواره ۲۰، ۲۴ و ۳۲

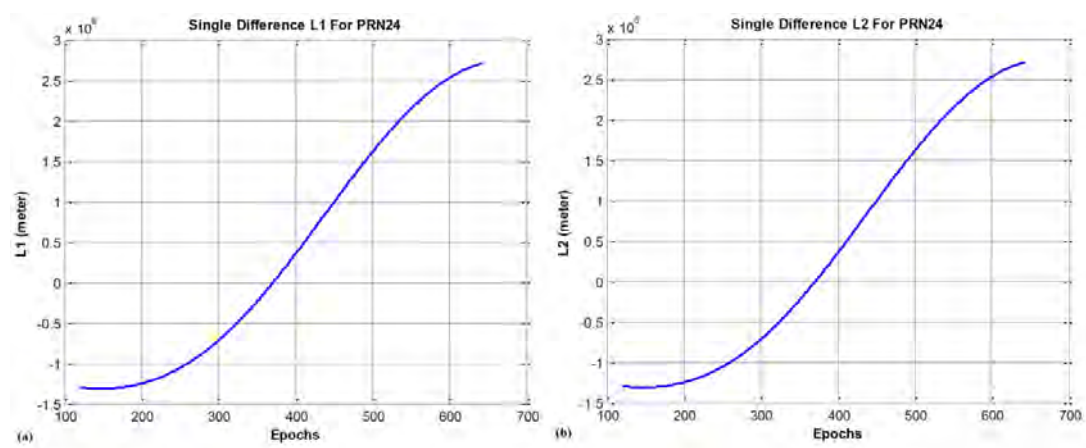
استفاده از روش‌های مختلف درون‌یابی خطا (بخش ۴) خطای اتمسفری تفاضلی مرتبه دوم بین ایستگاه مرجع اصلی و ایستگاه مجازی بدست آمده و سپس به کمک معادله (۸) و سپس استفاده از رابطه $\varphi_{v,L}^{m,n} = \varphi_{r,v,L}^{m,n} + \varphi_{r,L}^{m,n}$ مشاهدات تفاضلی مرتبه اول برای ایستگاه مجازی ساخته می‌شود. در این شبکه ایستگاه P696 به عنوان ایستگاه مجازی در نظر گرفته شده است.

شکل ۷ مشاهدات مجازی تفاضلی مرتبه اول ساخته شده برای ایستگاه برای ماهواره ۲۴ در فرکانس L1 و L2، در صورتی‌که از روش درون‌یابی خطی استفاده شده را نشان می‌دهد.

با توجه به شکل ۶، ماهواره مرجع (ماهواره ۳۲) در نمودار رویت آسمانی به ماهواره ۲۰ نزدیک است، بنابراین منطقی است که پس از تشکیل مشاهدات تفاضلی مرتبه دوم، تاخیر یونسفری و تروپوسفری مربوط به ماهواره ۲۰ از ماهواره ۲۴ بزرگ‌تر باشد.

۳-۳- مشاهدات تفاضلی مرتبه اول برای ایستگاه مجازی

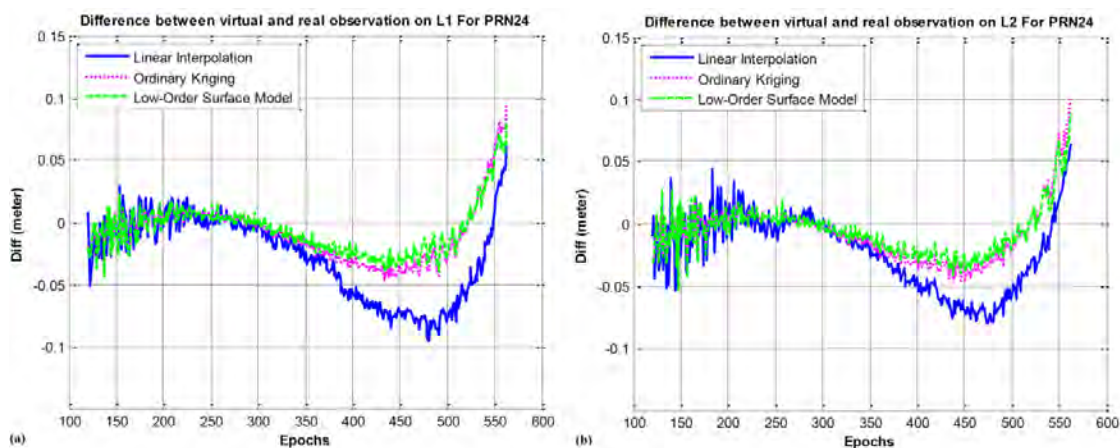
پس از برآورد خطاهای یونسفر و تروپوسفر تفاضلی مرتبه دوم بین ایستگاه مرجع اصلی (P697) و سایر ایستگاه-های مرجع شبکه (P699, P695, P693, P690)، با



شکل ۷- مشاهدات تفاضلی مرتبه اول ساخته شده در ایستگاه P696 برای ماهواره 24 بر روی فرکانس‌های L1 و L2 بر حسب متر

شکل ۸ اختلاف مشاهدات ساخته شده و مشاهدات موجود برای ماهواره دلخواه ۲۴ با استفاده از روش‌های

مختلف درون‌یابی خطا را نشان می‌دهد.



شکل ۸- اختلاف مشاهدات تفاضلی مرتبه اول ساخته شده و موجود برای ایستگاه P696 در روش‌های مختلف درون‌یابی بر روی فرکانس‌های L1 و L2 بر حسب متر

جدول ۲ به‌منظور مقایسه روش‌های درون‌یابی مختلف تهیه شده است. این جدول میانگین قدرمطلق اختلاف مشاهدات تفاضلی مرتبه اول ساخته شده و موجود (MAE , Mean Absolute Error) در فرکانس L1 و L2 برای ماهواره ۲۴ که به ترتیب با $MAE(L_1)$ و $MAE(L_2)$ نمایش داده شده‌اند را بر حسب متر ارائه می‌دهد.

از آنجایی که مشاهدات واقعی تحت شرایط واقعی برداشت شده‌اند، به بیان دیگر این مشاهدات تحت عوامل مختلف خطا از جمله خطای چندمسیری و ... هستند، وجود اختلاف بین مشاهدات واقعی ایستگاه P696 و مشاهده مجازی ساخته شده برای این ایستگاه منطقی به نظر می‌رسد. بنابراین به غیر از انتخاب روش درون‌یابی که مساله‌ای تاثیرگذار است (شکل ۸)، اختلاف ذاتی بین مشاهدات مجازی و مشاهدات واقعی مساله‌ای غیر قابل انکار است.

جدول ۲- مقایسه روش‌های مختلف درون‌یابی برای ماهواره ۲۴ در فرکانس‌های L1 و L2 بر حسب متر

روش	کریجینگ معمولی	برازش روبه با مرتبه پایین	درون‌یابی خطی	روش
$MAE(L_1)$	۰/۰۱۶	۰/۰۱۹	۰/۰۳۲	$MAE(L_1)$
$MAE(L_2)$	۰/۰۱۶	۰/۰۱۸	۰/۰۲۹	$MAE(L_2)$

است. این جدول مولفه‌های طول‌مبنای برآورد شده مابین ایستگاه مرجع و سیار (با استفاده از روش‌های مختلف درون‌یابی خطا) را بر حسب متر نشان می‌دهد. در این جدول $norm(dE, dN, dH)$ بیانگر اندازه بردار طول‌مبنای برآورد شده مابین ایستگاه مرجع و سیار است.

به منظور بررسی عملکرد الگوریتم ایستگاه مرجع مجازی، پس از ساختن مشاهدات مرتبه اول ایستگاه مجازی، ابتدا مشاهدات تفاضلی مرتبه دوم مابین ایستگاه مرجع و سیار را تشکیل داده و سپس تعیین موقعیت نسبی (ایستگاه مجازی: ایستگاه مرجع) انجام می‌دهیم. بدیهی است، طول مبنای برآورد شده در این حالت، می‌بایست برابر صفر باشد. جدول ۳ بدین منظور تهیه شده

جدول ۳- مولفه‌های طول‌مبنای برآورد شده مابین ایستگاه مرجع و سیار بر حسب متر به منظور مقایسه روش‌های مختلف درون‌یابی

روش	مولفه	$dE (m)$	$dN (m)$	$dH (m)$	$norm(dE, dN, dH) (m)$
درون‌یابی خطی		۰/۰۰۰۷	۰/۰۰۷	-۰/۰۲۳	۰/۰۲۴
برازش رویه با مرتبه پایین		-۵×۱۰ ^{-۵}	۰/۰۰۴	-۰/۰۱۱	۰/۰۱۲
کریجینگ معمولی		۰/۰۰۲	۰/۰۰۵	-۰/۰۱۴	۰/۰۱۵

سیار نزدیک باشد. در عمل مشاهدات ایستگاه مجازی در محل موقعیت تقریبی گیرنده سیار ساخته خواهد شد. بنابراین طول‌مبنای بین ایستگاه مجازی و گیرنده سیار کوتاه خواهد بود. با استفاده از این روش، موقعیت ایستگاه سیار به صورت آنی و تا حدی مستقل از افزایش فاصله بین ایستگاه‌های مرجع شبکه با ایستگاه سیار، با دقت سانتی‌متریک تعیین خواهد شد. با توجه به افزایش نیاز به تعیین موقعیت دقیق در کشور توسعه یک نرم افزار بومی به منظور RTK شبکه از اهداف مهم این پژوهش می‌باشد، زیرا چنین سیستمی باعث کاهش هزینه‌ی قابل توجه در گسترش RTK شبکه خواهد بود. در این تحقیق به منظور توسعه الگوریتم ایستگاه مرجع مجازی از داده‌های GPS واقعی شبکه ایستگاه دائم NGS استفاده و سپس تاخیرات یونسفری و تروپوسفری تفاضلی مرتبه دوم محاسبه و نتایج آن به همراه مشاهدات مجازی ساخته شده برای ایستگاه مجازی انتخاب شده با استفاده از سه روش درون‌یابی خطی، برازش رویه با مراتب پایین و روش درون‌یابی کریجینگ معمولی ارائه شده‌اند. از مقایسه روش‌های مختلف درون‌یابی در مورد این شبکه موردی، در می‌یابیم که روش درون‌یابی خطی نسبت به دو روش درون‌یابی دیگر کمی ضعیف‌تر عمل می‌کند. به گونه‌ای که در آزمایش انجام شده میانگین قدرمطلق اختلاف مشاهدات تفاضلی مرتبه اول ساخته شده و موجود با استفاده از روش درون‌یابی خطی نسبت به دو روش دیگر حدود یک سانتی‌متر بیش‌تر است. با این وجود انتخاب روش درون‌یابی خطی در نتیجه نهایی (مختصات ایستگاه سیار) تفاوت چشمگیری ایجاد نخواهد کرد. به بیان دیگر در مولفه‌های طول‌مبنای برآورد شده مابین ایستگاه مرجع و سیار با استفاده از روش‌های مختلف درون‌یابی، اختلاف فاحشی ملاحظه نمی‌شود؛ هر چند که روش درون‌یابی خطی همچنان نسبت به دو روش دیگر ضعیف‌تر عمل می‌کند.

همان‌طور که از شکل ۸ مشخص است، دو روش درون‌یابی برازش رویه با مرتبه پایین و روش درون‌یابی کریجینگ معمولی تفاوت چندانی با یکدیگر ندارند. ولیکن در روش درون‌یابی خطی نسبت به دو روش درون‌یابی دیگر، در بعضی از اپک‌های مشاهداتی اختلاف بیشتری بین مشاهده مجازی ساخته شده و واقعی ظاهر می‌شود. بنابراین می‌توان گفت، روش درون‌یابی خطی نسبت به دو روش درون‌یابی دیگر ضعیف‌تر عمل می‌کند. هرچند با توجه به جدول ۳، انتخاب روش درون‌یابی خطی در نتیجه نهایی (مختصات ایستگاه سیار) تفاوت فاحشی ایجاد نخواهد کرد.

۴- نتیجه‌گیری

همان‌طور که بیان شد، به منظور افزایش دقت تعیین موقعیت، می‌توان از روش تعیین موقعیت نسبی استفاده نمود. در هنگام تعیین موقعیت نسبی آنی با افزایش طول‌مبنای بین گیرنده مرجع و سیار بواسطه افزایش خطاهای اتمسفری و مدار دقت کافی برآورده نخواهد شد. برای حل این مشکل می‌توان از شبکه‌ای متراکم از ایستگاه‌های مرجع استفاده نمود به گونه‌ای که در هنگام تعیین موقعیت گیرنده سیار، از نزدیک‌ترین ایستگاه مرجع به عنوان ایستگاه مرجع استفاده شود. واضح است چنین راه‌حلی، راه‌حل مناسبی نخواهد بود چرا که هزینه و وقت زیادی را می‌طلبد. بنابراین می‌توان از روش ایستگاه مرجع مجازی استفاده نمود. این الگوریتم برای نخستین بار در بخشی از شبکه ایستگاه‌های دائم آلمان (SAPOS) استفاده شد. در این صورت اگر شبکه‌ای از ایستگاه‌های مرجع موجود باشد، برای کاهش طول‌مبنای بین گیرنده مرجع و سیار، ایده ساختن مشاهدات برای ایستگاه مجازی از مشاهدات واقعی ایستگاه‌های مرجع شبکه، بکار گرفته می‌شود. در این روش ایستگاه مرجع به گونه‌ای انتخاب می‌شود که تا حد امکان به ایستگاه

- [1] Hofman- Wellenhof B., Lichtenegger H., Collinse J., (2007), "GNSS – Global Navigation Satellite Systems, GPS, GLONASS, Galileo and more.", Springer, Berlin Heidelberg New York.
- [2] Seeber G., (2003), "Satellite geodesy." De Gruyter, Berlin.
- [3] Raquet, J., and Lachapelle G., (2001), "Efficient Precision Positioning: RTK Positioning with Multiple Reference Stations", GPS World, Vol. 12, No. 4, pp. 48-53.
- [4] Hu G.R., Khoo V. H.S., Goh P. C. and Law C. L., (2002), "Internet-based GPS VRS RTK Positioning with a Multiple Reference Station Network", Journal of Global Positioning Systems, Vol. 1, No. 2: 113-120.
- [5] Wanninger L., (1997), "Real-Time differential GPS-error modeling in regional reference station networks", Proc. Of the IAG Scientific Assembly, Rio de Janeiro, Sep. 1997, IAG-Symposia 118, Springer Verlag, 86-92.
- [6] Marel H-van-der, (1998), "Virtual GPS reference stations in the Netherlands", Proc 11th Int. Tech. Meeting of the Satellite Division of the U.S. Inst. Of Navigation, ION GPS-98, Nashville, TN, September 15-18, 49-58.
- [7] Vollath U., Buecherl A., Landau H., Pagels C. and Wager B., (2000), "Multi-base RTK positioning using virtual reference stations", Proc 13th Int. Tech. Meeting of the Satellite Division of the U.S. Inst. Of Navigation, ION GPS-2000, Salt Lake City, September 19-22, 123-131.
- [8] Cannon M.E., Lachapelle G., Fortes L.P., Alves P. an Townsend B., (2001), "The use of multiple reference station VRS for precise kinematic positioning", Proc of the Japan Institute of Navigation, GPS Symposium 2001, Tokyo, November 14-16, 29-37.
- [9] Euler H.J., Keenan C.R., Zebhauser B.E. and Wübbena G., (2001), "Study of a simplified approach in utilizing information from permanent reference station arrays", Proc 14th International Technical Meeting of the Satellite Division of the Institute of Navigation, Salt Lake City, USA, ION GPS-2001, September 11-14, 379-391.
- [10] Retscher G., (2002), "Accuracy Performance of Virtual Reference Station (VRS) Networks", Journal of Global Positioning Systems, Vol. 1, No. 1: 40-47.
- [11] Rizos C., Han S. and Chen H.Y., (2000), "Regional-Scale Multiple Reference Stations for Carrier Phase-Based GPS Positioning A Correction Generation Algorithm", Earth, Planets & Space, 52(10), 795-800.
- [12] Erhu Wei E., Chai H., and An Z., (2006), "VRS Virtual Observations Generation Algorithm", Journal of Global Positioning Systems Vol. 5, No. 1-2:76-81.
- [13] Fotopoulos G., and Cannon M.E., (2001), "An overview of multi-reference station methods for cm-level positioning", GPS Solutions, 4(3): 1-10.
- [14] Landau H., (2000), "Zur Qualitätssicherung in GPS Referenzstationsnetzen", Paper presented at the XXIII Course of Engineering Surveying, Munich, March 13-17, Verlag Konrad Wittwer, Stuttgart, pp. 277-290 (German).
- [15] Trimble (Terrasat), "Introducing the Concept of Virtual Reference Stations into Real-Time Positioning". Technical information, 2001. <http://www.terrasat.com/applications/ refvirtual.htm>
- [16] Kumar-Mills D., Homer J., Kubik K. and Higgins M.,(2004), " Efficient RTK Positioning by integrating Virtual Reference Stations with WCDMA Network", Presented at GNSS 2004, The 2004 International Symposium on GNSS/GPS Sydney, Australia.
- [17] Zhang K., and Roberts C., (2003), "Network-based real-time kinematic positioning system: current development in Australia", Geoinformatics and Surveying Conference, Malaysia, 7 Apr.
- [18] Dai L., Han S., Wang J. and Rizos C., (2001), "A study of GPS/GLONASS multiple reference station techniques for precise real-time carrier phase-based positioning", 14th Int. Tech. Meeting of the Satellite

Division of the U.S. Inst. of Navigation, Salt Lake City, Utah, 11-14 September, 392-403.

- [19] Gao X.W., Liu J.N. and Ge M.R., (2002), "An Ambiguity Searching Method for Network RTK Baselines between Base Stations at Single Epoch", *Acta Geodaetica et Cartographica Sinica*, Vol. 31, No. 4.
- [20] Leick A., (2004), "GPS satellite surveying", John Wiley, New York.
- [21] Teunissen, P. J. G., (1993), "Least squares estimation of the integer GPS ambiguities". Proc., IAG General Meeting, Series No. 6, Delft Geodetic Computing Centre.
- [22] Teunissen, P. J. G., (1995), "The least-squares ambiguity decorrelation adjustment: A method for fast GPS integer ambiguity estimation". *J. Geodesy*, Berlin, 70(1-2), 65-83.
- [23] Jazaeri, S., Amiri-Simkooei, A. R. and Sharifi, M. A., (2012), "Fast integer least-squares estimation for GNSS high-dimensional ambiguity resolution using lattice theory". *J. Geodesy*, Berlin, 86, 123-136
- [24] Asgari, J., 2005. *Etude de Modèles Prédictifs dans un Réseau de Stations GPS Permanents*. Ph.D. thesis, Ecole Doctorale Astronomie & Astrophysique d'Ile de France, Paris Observatory, France
- [25] Cressie N., (1993), "Statistics for spatial data", Wiley, New York.