

تئوری رسته به عنوان یک چارچوب ریاضی در تحلیل‌های مکانی؛ چالش‌ها و فرصت‌ها

ابوذر رمضانی^{*}

^۱ استادیار گروه نقشه‌برداری، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه سید جمال‌الدین اسدآبادی، اسدآباد، همدان، ایران
aramezani@sjau.ac.ir

(تاریخ دریافت: مرداد ۱۴۰۲، تاریخ تصویب: آبان ۱۴۰۲)

چکیده

تئوری رسته شاخه‌ای از ریاضیات است که برای توصیف انتزاعی ساختارها در ریاضیات استفاده می‌شود. بر خلاف تئوری مجموعه‌ها تئوری رسته نه بر روی اشیا که به روابط بین اشیا تمرکز دارد. حل مسائل پیچیده در بسیاری از رشته‌های مهندسی با ساختاردهی آنها بر چارچوب‌های ریاضی امکان‌پذیر شده‌است، لذا تحقیقات بسیاری در زمینه بنا نهادن مسائل پیچیده بر شاخه‌های گوناگون ریاضیات انجام شده‌است. در سیستم‌های اطلاعات مکانی، علوم ریاضی شامل، تئوری مجموعه‌ها، تئوری گراف و توپولوژی بکار گرفته شده‌است و تئوری رسته به عنوان یک شاخه جدید ریاضیات جهت حل مسائل مکانی مطرح شده‌است. با توجه به ظهور هوش مصنوعی و جلب شدن توجه دانشمندان به علوم داده کاوی، تئوری رسته می‌تواند در تطبیق الگوها، تجزیه و تحلیل داده‌ها، تشخیص تغییرات و دسته‌بندی اشیا بکار گرفته شود و ابزاری قدرتمند در تحلیل داده‌ها و تصمیم‌گیری‌های مبتنی بر داده در حوزه‌های مختلف باشد تا به بهبود فرآیندها و افزایش کارایی کمک کند. هدف از این پژوهش بررسی فرصت‌ها و چالش‌هایی است که تئوری رسته برای سیستم اطلاعات مکانی ایجاد کرده‌است تا نگاه بازتری در اختیار محققان جهت استفاده از این چارچوب در ساختاردهی مسائل مکانی قرار داده شود.

واژگان کلیدی: تئوری رسته، چارچوب ریاضی، تحلیل‌های مکانی، توپولوژی

^{*} نویسنده رابط

۱- مقدمه

استفاده از چارچوب‌های ریاضی جهت استحکام بخشیدن به مدل یا متدولوژی یک امر ضروری و متداول در علوم مختلف است. سیستم اطلاعات مکانی به عنوان یک علم پرکاربرد، طرفداران بسیاری در علوم مختلف جهت حل مشکلات موجود در آن علم یافته‌است. از طرفی متخصصان علوم مختلف نیاز به یک چارچوب را بیش از پیش احساس می‌کنند تا بتوانند راه‌حل‌های خود را درون یک مدل ریاضی ساختاردهی نموده و آنها را قابل تعمیم در مسائل مختلف کنند. لذا در این تحقیق برآن شدیم که استفاده از تئوری رسته به عنوان یک چارچوب ریاضی در سیستم اطلاعات مکانی را بررسی نموده و جهت استفاده در حل مسائل، درک عمیق‌تری در اختیار محققان قرار دهیم.

در تئوری رسته، تابع‌ها نگاشت‌هایی^۱ بین دسته‌ها^۲ هستند که ساختار و روابط بین اشیاء را حفظ می‌کنند [۱]. در سیستم اطلاعات مکانی مفهوم مشابهی را می‌توان برای نگاشت تبدیل داده‌ها و عملیات اعمال کرد. یک سیستم اطلاعات مکانی می‌تواند تابع‌هایی را تعریف کند که بین نمایش‌های داده‌های مختلف، مانند فرمت‌های سلولی و برداری، یا بین سیستم‌های مختصات مختلف عمل کند. این تابع‌ها یکپارچگی داده‌ها و روابط توپولوژیکی آنها در طول فرآیند تبدیل و تحلیل را حفظ می‌کنند [۲]. به عنوان مثال، یک برنامه سیستم اطلاعات مکانی را در نظر بگیرید که تبدیل سیستم مختصات را انجام می‌دهد. یک رویکرد نگاشت تابعی می‌تواند برای اطمینان از اینکه تبدیل از یک سیستم مختصات به سیستم دیگر سازگار است و روابط مکانی مربوطه بین ویژگی‌ها را حفظ می‌کند، استفاده شود. تابع تعریف می‌کند که چگونه داده‌های مکانی با حفظ ساختار و روابط زیربنایی تبدیل شوند. با استفاده از اصول تئوری رسته، سیستم اطلاعات مکانی می‌تواند از یک رویکرد دقیق‌تر و سیستماتیک‌تر برای تعریف و اجرای تبدیل داده‌ها بهره‌مند شود که منجر به تحلیل‌های قابل اعتمادتر و قوی‌تر می‌شود.

همچنین تئوری رسته بینشی در مورد ساختار سلسله مراتبی و روابط بین اشیاء ارائه می‌دهد. این امر بر توسعه هستی‌شناسی‌ها در سیستم اطلاعات مکانی تأثیر گذاشته است که هدف آن فرموله‌سازی و نمایش دانش دامنه یک

برنامه یا مجموعه داده خاص است. با سازماندهی مفاهیم مکانی و روابط آنها در یک ساختار سلسله مراتبی، هستی‌شناسی‌ها، یکپارچه‌سازی داده‌ها، قابلیت همکاری و اشتراک دانش بین سیستم‌های مختلف را تسهیل می‌کند.

۲- پیشینه تحقیق

هدف از این تحقیق بررسی مزایا و معایب بکارگیری تئوری رسته در سیستم اطلاعات مکانی است. یکی از مهمترین مزایای تئوری رسته اینست که به راحتی قابل بیان با زبان‌های برنامه‌نویسی تابعی است و برتری زبان‌های برنامه‌نویسی تابعی به سایر زبان‌ها مانند زبان‌های شی‌گرای، طول برنامه کوتاهتر است. استفاده از تئوری رسته در توسعه نرم‌افزار سابقه طولانی دارد. تحقیقی در مورد مزایای آن در برنامه‌های محاسباتی انجام شده‌است [۳].

در تحقیقی در سال ۲۰۰۵ آقای کریمی‌پور و همکاران به بررسی کاربرد سیستم اطلاعات مکانی در تحلیل‌های مکانی و زمانی پرداختند [۱]. فضا‌های GIS ایستا و پویا ساختار داخلی یکسانی دارند. تنها تفاوت این دو فضا در بعدهای اشیاء در آنهاست. با توجه به اینکه تئوری رسته به جای خواص اشیاء، روی فرآیندها تمرکز می‌کند، به نظر می‌رسد گزینه مناسبی جهت ارتباط فضا‌های GIS ایستا و پویا و اشیاء و فرآیندهای آنها باشد. در تحقیقی دیگر نگاشت فازی جنس خاک با استفاده از تئوری رسته انجام شده‌است [۲]. نگاشت فازی خاک با دو چالش مهم روبرو است. تعریف مفهومی یک رسته خاک و تعیین درجه عضویت در یک رسته. در تحقیق مذکور تئوری رسته به عنوان یک راه حل بالقوه برای حل مشکلات ارائه شده‌است. تئوری رسته از ایده‌های شباهت خانواده، مرکزیت و درجه عضویت، و مرزهای فازی (نظریه مجموعه‌های فازی) نشأت می‌گیرد، بر این واقعیت تأکید می‌کند که عضویت دسته‌ها همگن نیست و برخی از اعضا نمایندگان بهتری برای یک دسته نسبت به سایرین هستند. در تحقیقی دیگر یک چارچوب مکانی برای تحلیل آسیب‌پذیری کشتی‌ها انجام شده‌است [۳]. در تحلیل آسیب‌پذیری کشتی‌ها، باید پارامترهای مؤثر در آسیب‌پذیری کشتی‌ها، تأثیر هر یک از آنها و ارتباط بین این پارامترها شناسایی شود تا سناریوهای مختلفی برای تحلیل تدوین شود. این فرآیند منجر به شکل‌گیری

$$C(A, B) = \{f, g, k\} \quad (1)$$

مورفیسم بین دو شی در یک رسته یعنی یک رابطه جهت دار بین دو شی در رسته وجود دارد (رابطه ۲).

$$f: A \rightarrow B \quad (2)$$

در رابطه بالا A با B رابطه دارد اما B با A رابطه ندارد. ممکن است بیش از یک مورفیسم بین A و B وجود داشته باشد (رابطه ۳).

$$g: A \rightarrow B \quad (3)$$

مورفیسم‌ها مشابه توابع هستند اما عملکرد آنها کمی انتزاعی‌تر است. مولفه دیگر در یک رسته ترکیب‌ها هستند. ترکیب یعنی اگر f، مورفیسم بین A و B باشد و g مورفیسم بین B و C باشد، آنگاه بر اساس تعریف یک رسته، یک مورفیسم h بین A و C وجود خواهد داشت که ترکیبی از f و g است (رابطه ۴).

$$\frac{f}{A \rightarrow B} \quad \frac{g}{B \rightarrow C} \rightarrow \frac{h}{A \rightarrow C} \quad (4)$$

ویژگی دیگر یک رسته هویت است که باید بین تمامی اشیا یک رسته وجود داشته باشد. هویت به معنی وجود مورفیسم یک شی با خودش است. به بیان دیگر مجموعه مورفیسم هر شی با خودش حتما تهی نیست (رابطه ۵).

$$1_A: A \rightarrow A \quad (5)$$

قاعده مربوط به هویت هم اینست که ترکیب هر هویت با مورفیسم یک مورفیسم است (رابطه ۶).

$$f \circ 1_A = f \quad 1_B \circ f = f \quad (6)$$

قاعده بالا مشابه اینست که ضرب هر عدد در یک برابر با خودش است.

قاعده اجتماع‌پذیری در فضای جبری مشابه جمع و ضرب است. یعنی حق تقدمی بین اعضای مجموعه وجود ندارد و عملگر یک پاسخ خواهد داشت (رابطه ۷).

مدل‌های شبیه‌سازی برای ارزیابی خطر کشتی‌ها می‌شود. در تحقیق مذکور با توسعه یک چارچوب مکانی برای تحلیل آسیب‌پذیری کشتی‌ها بر اساس تئوری رسته تا امکان مدل‌سازی سناریوهای مختلف آسیب‌پذیری کشتی‌ها فراهم شد. تحقیقات گذشته نشان می‌دهد که بکارگیری تئوری رسته در تحلیل‌های مکانی اهمیت زیادی داشته و بررسی نقاط قوت و ضعف آن در مقایسه با سایر عملگرهای ریاضی قابل بررسی است.

۳- تئوری رسته

تئوری رسته امکان ایجاد تعریف از پدیده‌ها^۱ را فراهم می‌کند و وظیفه اصلی برنامه‌نویسان در زندگی هم تعریف پدیده‌ها است [۴]. مفاهیم در تئوری رسته در نقش نوع^۲‌ها برای یادگیری ماشین هستند و اثبات قضیه در تئوری رسته معادل همان برنامه در یادگیری ماشین است. برای اینکه یک فضا را در چارچوب ریاضی تئوری رسته نگاشت باید چهار مولفه اصلی داشته باشد و از دو قاعده پیروی کند [۵]. مولفه‌های تئوری رسته شامل اشیا^۳، مورفیسم‌ها^۴، ترکیب^۵ و هویت^۶ و دو قاعده آن قاعده هویت^۷ و قاعده اجتماع‌پذیری^۸ است. مولفه اول شی می‌تواند شامل هر چیزی باشد، برای مثال، اعداد، یا مجموعه‌ای از اعداد و مانند آن. اشیا در تئوری رسته را در قالب یک مجموعه نشان می‌دهند.

مجموعه {۱، ۲، ۳} می‌تواند یک رسته باشد که به هر یک از اعضای آن یک عنصر^۹ گفته می‌شود. در یک رسته ترتیب و تکرار اهمیتی ندارد و هر دو مجموعه مقابل با هم برابرند.

$$\{2, 3, 1, 4\} = \{1, 2, 3, 4\}$$

$$\{1\} = \{1, 1, 1, 1\}$$

این قواعد برای تئوری مجموعه‌ها صدق می‌کند و تئوری رسته از آن پیروی می‌کند.

مولفه دوم مورفیسم‌ها هستند. برای هر مجموعه شامل A و B یک مجموعه از مورفیسم‌های f و g و k و مانند آن وجود دارد (رابطه ۱).

۶ Identity

۷ Identity Law

۸ Associativity Law

۹ Element

۱ Phenomena

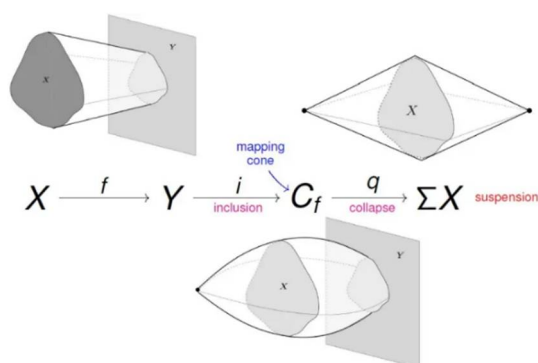
۲ Types

۳ Objects

۴ Morphisms

۵ Compositions

روابط بین شیوها، می‌توانیم بینشی در مورد توپولوژی داده‌های سیستم اطلاعات مکانی بدست آورد. توپولوژی در سیستم اطلاعات مکانی به معنی روابط مکانی است که در فضاهای مختلف ثابت باقی می‌ماند. از آنجایی که شیوها ساختارهایی را بررسی می‌کنند که در فضاهای مختلف نتیجه یکسان دارند، می‌توانند در سیستم اطلاعات مکانی بکار گرفته شوند. در تصویر ۱ نشان داده شده که فضای X تحت نگاشتهای مختلف قابل انتقال به فضاهای دیگر است و شیوها امکان تحلیل آنها را فراهم می‌آورند.



شکل ۱: نحوه عملکرد تئوری توپوس [۷]

نظریه توپوس یک چارچوب ریاضی برای تجزیه و تحلیل و نمایش داده‌های مکانی ارائه می‌دهد که در ادامه تعدادی از کاربردهای آن آورده شده است.

• تجزیه و تحلیل مکانی

نظریه توپوس یک چارچوب دقیق برای تجزیه و تحلیل مکانی فراهم می‌کند و امکان تعریف روابط توپولوژیکی بین اشیاء مکانی مانند نقاط، خطوط و چندضلعی‌ها را فراهم می‌کند که این روابط شامل مفاهیمی مانند شمول، اتصال، مجاورت و جدایی است [۶]. با استفاده از تئوری توپوس، تحلیلگران سیستم اطلاعات مکانی می‌توانند تحلیل‌های مکانی پیچیده‌ای مانند تحلیل همپوشانی، تحلیل شبکه و تحلیل مجاورت را انجام دهند.

• یکپارچه‌سازی داده‌ها

تحلیل‌های مکانی اغلب روی مجموعه داده‌های متعدد از منابع مختلف انجام می‌شود که هر کدام نمایش‌های مکانی و روابط توپولوژیکی متفاوتی دارند (تصویر ۲). نظریه توپوس

$$6 = 3 + 2 + 1$$

$$6 = 3 + (2 + 1) \quad (7)$$

$$24 = 4 \times 3 \times 2$$

$$24 = (4 \times 3) \times 2$$

$$24 = 4 \times (3 \times 2)$$

اجتماع‌پذیری در یک رسته یعنی اینکه تغییر در ترتیب مورفیس‌ها تاثیری در پاسخ نهایی نداشته باشد (رابطه ۸).

$$h o (f o g) = (h o f) o g = h o f o g \quad (8)$$

تئوری رسته را می‌توان برای مطالعه روابط بین ساختارهای مختلف ریاضی در سیستم اطلاعات مکانی، مانند داده‌های مکانی، نقشه‌ها و الگوریتم‌ها استفاده کرد. دو نظریه در تئوری رسته وجود دارد که کاربردهای بیشتری در سیستم‌های اطلاعات مکانی دارند که شامل نظریه توپوس^۱ و نظریه همسانی^۲ هستند. در ادامه به بررسی و تحلیل این دو نظریه و کاربردهای آنها در سیستم اطلاعات مکانی پرداخته خواهد شد.

۳-۱- کاربرد تئوری توپوس در سیستم‌های اطلاعات مکانی

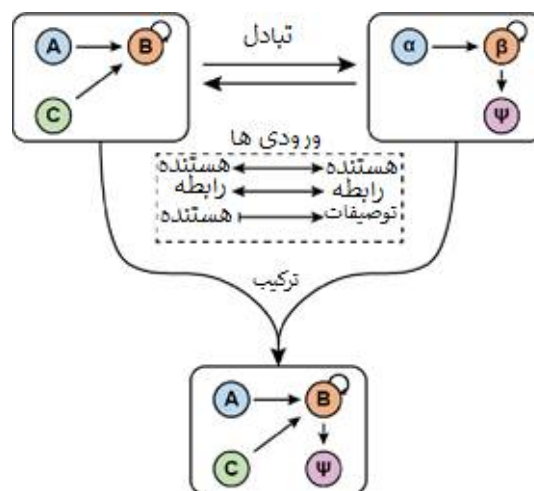
نظریه توپوس شاخه‌ای از ریاضیات است که به بررسی خواص فضاها و روابط آنها می‌پردازد [۴] و کاربردهایی در زمینه‌های مختلف از جمله علوم کامپیوتر و سیستم‌های اطلاعات مکانی پیدا کرده است. نظریه توپوس شاخه‌ای از تئوری رسته است که رسته‌هایی که دارای ویژگی توپوس هستند را مطالعه می‌کند و این رسته‌ها را رسته شیوها^۳ می‌نامند. شیوها اشیای ریاضی هستند که برای نمایش اطلاعات محلی استفاده می‌شوند [۵]. توپوس [۶] در یونانی به معنی مکان بوده و از آنجایی شکل گرفت که ما در هندسه جبری گاهی اوقات به دنبال این هستیم که یک چیز چگونه درست است بلکه دنبال این هستیم که در کجا درست است. برای مثال گاهی دنبال این هستیم که دو تابع مختلف در یک فضا در کجا با هم برابرند؟ در سیستم اطلاعات مکانی می‌توان از شیوها برای نمایش اطلاعات مکانی به گونه ای استفاده کرد که ساختار محلی آن را نشان دهد. با مطالعه

۳ Sheaves

۱ Topos theory

۲ Homology theory

با تعریف روابط توپولوژیکی منسجم بین اشیاء، راهی برای ادغام و تطبیق این مجموعه داده‌ها فراهم می‌کند و به این شکل به حل ناسازگاری‌ها در سیستم تصویرها یا فرمت داده‌ها کمک می‌کند و امکان نمایش جامع و دقیق‌تر از محیط را فراهم می‌کند [۸].



شکل ۲: ترکیب داده‌های با فرمت مختلف با استفاده از تئوری توپوس [۴]

• مدل‌سازی داده‌های مکانی

نظریه توپوس یک مبنای ریاضی برای مدل‌سازی داده‌های مکانی در سیستم اطلاعات مکانی ارائه می‌دهد. این امکان جهت ساخت مدل‌های مبتنی بر ریاضیات که ساختار توپولوژیکی و روابط اشیاء مکانی را به تصویر می‌کشد استفاده می‌شود [۹]. این مدل‌ها می‌توانند برای نمایش پدیده‌های پیچیده، مانند شبکه‌های حمل و نقل، رودخانه‌ها یا پوشش زمین مورد استفاده قرار گیرند. با استفاده از نظریه توپوس، متخصصان سیستم اطلاعات مکانی می‌توانند مدل‌های داده قوی و کارآمدی را توسعه دهند که تجزیه و تحلیل مکان‌مبنا و تصمیم‌گیری را تسهیل می‌کند.

• ساختارهای داده توپولوژیکی

نظریه توپوس طراحی و اجرای ساختارهای داده کارآمدی برای ذخیره و پرس‌وجو از داده‌های مکانی در سیستم اطلاعات مکانی ارائه می‌دهد. محققان با استفاده از اصول تئوری توپوس، ساختارهای داده توپولوژیکی، مانند octree, quad tree و تکنیک‌های مختلف دیگری برای نمایه‌سازی داده‌ها توسعه داده‌اند [۱۰]. چنین ساختارهایی

بازیابی و ویرایش سریع اطلاعات مکانی را امکان پذیر می‌کند و امکان تحلیل‌های پیچیده‌تر در سیستم اطلاعات مکانی را فراهم می‌کند.

• ارزیابی کیفیت داده‌های توپولوژیکی

در سیستم اطلاعات مکانی، اطمینان از کیفیت و یکپارچگی داده‌های مکانی بسیار پر اهمیت است. نظریه توپوس را می‌توان برای ارزیابی سازگاری توپولوژیکی و صحت مجموعه داده‌های مکانی به کار برد. با تجزیه و تحلیل روابط توپولوژیکی بین اشیاء، نظریه توپوس می‌تواند خطاهایی مانند شکاف‌ها^۱، همپوشانی‌ها^۲ یا خطوط بدون انتها^۳ را شناسایی کند [۴]. این عمل به بهبود کیفیت و قابلیت اطمینان داده‌ها در بدست آوردن نتایج قابل اطمینان در تحلیل‌های مکانی کمک می‌کند.

به طور کلی، نظریه توپوس یک پایه ریاضی قدرتمند برای تجزیه و تحلیل، مدل‌سازی و یکپارچه‌سازی داده‌های مکانی در سیستم اطلاعات مکانی فراهم می‌کند. این متخصصان سیستم اطلاعات مکانی را قادر می‌سازد تا تحلیل‌های مکانی را انجام دهند، از یکپارچگی داده‌ها اطمینان حاصل کنند و ساختارهای داده کارآمد را توسعه دهند و در نهایت قابلیت‌ها و دقت تحلیل‌ها را افزایش دهند.

۳-۲- کاربرد تئوری همسانی در سیستم‌های اطلاعات مکانی

نظریه همسانی یک چارچوب ریاضی است که به بررسی خواص فضاها و ساختار زیربنایی آنها می‌پردازد و در زمینه‌های مختلف از جمله سیستم‌های اطلاعات مکانی کاربرد پیدا کرده‌است. این نظریه از بخش‌های تئوری رسته و شاخه‌ای از توپولوژی جبری است که ثابت‌های جبری را به فضاهای توپولوژیکی نگاشت می‌کنند. در سیستم اطلاعات مکانی می‌توان از نظریه همسانی برای تحلیل ساختار داده‌های مکانی و شناسایی ویژگی‌های توپولوژیکی استفاده کرد [۱۱]. در سیستم اطلاعات مکانی، نظریه همسانی ابزار قدرتمندی برای تجزیه و تحلیل و درک داده‌های مکانی فراهم می‌کند. در ادامه برخی از کاربردهای تئوری همسانی در سیستم اطلاعات مکانی آورده شده‌است.

۱ Gaps

۲ Overlaps

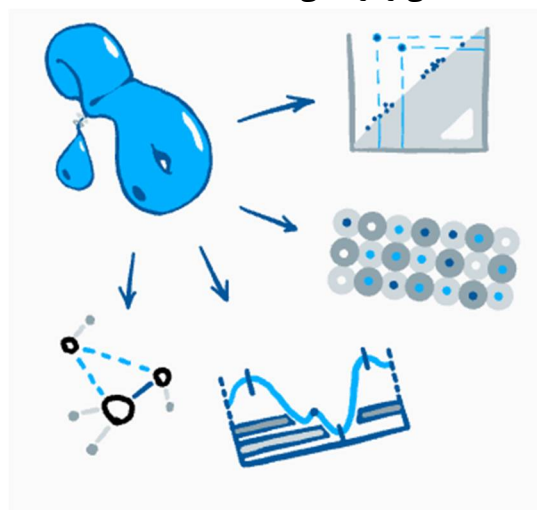
۳ Dangling lines

• تجزیه و تحلیل توپولوژیکی

نظریه همسانی امکان شناسایی و توصیف ویژگی‌های توپولوژیکی در داده‌های مکانی را فراهم می‌کند. این می‌تواند به شناسایی حفره‌ها، تونل‌ها و سایر ساختارهای توپولوژیکی در یک مجموعه داده کمک کند. با تجزیه و تحلیل گروه‌های همسانی مرتبط با یک شی مکانی، تحلیلگران سیستم اطلاعات مکانی می‌توانند اتصال، ابعاد و سایر خواص توپولوژیکی آن را تعیین کنند [۱۱]. این اطلاعات برای درک ساختار و روابط ویژگی‌های مکانی ارزشمند است.

• استخراج عارضه

نظریه همسانی را می‌توان برای استخراج ویژگی‌های معنی‌دار از داده‌های مکانی به کار برد. با محاسبه گروه‌های همسانی یک مجموعه داده، ویژگی‌های توپولوژیکی خاصی را می‌توان شناسایی و جدا کرد. به عنوان مثال، در تجزیه و تحلیل تصویر، روش‌های مبتنی بر همسانی را می‌توان برای استخراج اشکال، خطوط، یا اسکلت‌های توپولوژیکی از مجموعه داده‌های رستری یا برداری استفاده کرد (تصویر ۳). این ویژگی‌های استخراج شده نمایش مختصری از اطلاعات مکانی را ارائه می‌دهند.

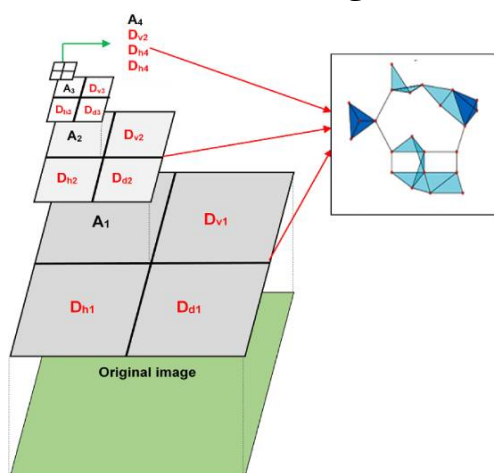


شکل ۳: استخراج ویژگی‌های معنی‌دار با استفاده از تئوری همسانی [۱۲]

• تشخیص تغییر

تئوری همسانی می‌تواند به تشخیص تغییر داده‌های مکانی در طول زمان کمک کند. با مقایسه گروه‌های

همسانی دو مجموعه داده که یک منطقه را در زمان‌های مختلف نشان می‌دهند، می‌توان تغییرات در ساختار توپولوژیکی را تشخیص داد [۱۳] (تصویر ۴). این امر به ویژه برای نظارت بر رشد شهری، تغییرات پوشش زمین یا سایر فرآیندهای مکانی پویا مفید است. تکنیک‌های تشخیص تغییر مبتنی بر همسانی، تکامل و دگرگونی پدیده‌های مکانی را مشخص می‌کنند.



شکل ۴: تشخیص تغییرات با استفاده از تئوری همسانی

• خوشه بندی و طبقه بندی مکانی

نظریه همسانی وسیله‌ای برای گروه‌بندی اشیاء مکانی بر اساس ویژگی‌های توپولوژیکی آنها ارائه می‌دهد. با محاسبه گروه‌های همسانی ویژگی‌های مکانی، الگوریتم‌های خوشه‌بندی می‌توانند اشیاء با ویژگی‌های توپولوژیکی مشابه را در کنار هم قرار دهند [۱۴]. این موضوع می‌تواند برای کارهای طبقه بندی مکانی، مانند گروه‌بندی الگوهای پوشش زمین مشابه یا شناسایی مناطق با ساختارهای توپولوژیکی مشابه مفید باشد.

• تجزیه و تحلیل شبکه

نظریه همسانی را می‌توان برای تجزیه و تحلیل و درک شبکه‌های پیچیده در سیستم اطلاعات مکانی، مانند شبکه‌های حمل و نقل، خطوط آب و برق و گاز و شبکه‌های اجتماعی به کار برد [۱۵]. با نمایش ساده شبکه‌های پیچیده، نظریه همسانی می‌تواند نحوه اتصال و ساختارهای سلسله مراتبی در شبکه را مشخص کند. از این اطلاعات می‌توان برای بهینه‌سازی طراحی شبکه، تحلیل مسیریابی یا شناسایی اجزای حیاتی شبکه استفاده کرد.

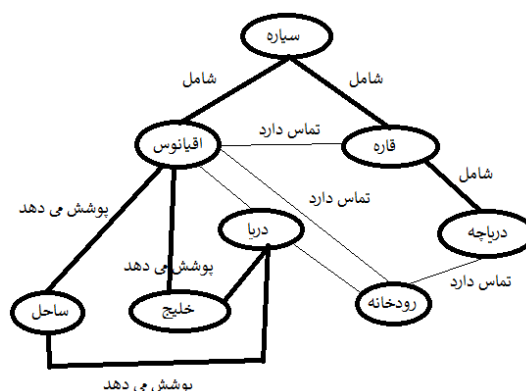
این موارد نمونه‌هایی از کاربردهای نظریه همسانی در سیستم اطلاعات مکانی هستند. با استفاده از مبانی ریاضی همسانی، متخصصان سیستم اطلاعات مکانی می‌توانند درک عمیق‌تری در مورد ساختار توپولوژیکی داده‌های مکانی به دست آورند، ویژگی‌های معنی‌دار را استخراج کنند، تغییرات را شناسایی کنند، شبکه‌ها را تجزیه و تحلیل کنند و مجموعه داده‌های متنوعی را ادغام کنند. این امر قابلیت‌های سیستم اطلاعات مکانی را در حوزه‌های مختلف از جمله برنامه‌ریزی شهری، تجزیه و تحلیل محیطی، حمل و نقل و غیره افزایش می‌دهد.

۳-۳- کاربرد تئوری رسته در هستی‌شناسی‌های مکانی

تئوری رسته می‌تواند بینش و اصولی را برای توسعه و سازماندهی هستی‌شناسی‌های مکانی ارائه دهد. برای مثال یک هستی‌شناسی مکانی را در نظر بگیرید که هدف آن نشان دادن دانش حوزه مربوط به شبکه‌های حمل و نقل است [۱۶]. هستی‌شناسی باید مفاهیمی مانند جاده‌ها، تقاطع‌ها، پل‌ها و روابط آنها را به تصویر بکشد. تئوری رسته می‌تواند به سازماندهی و ارتباط این مفاهیم مکانی در هستی‌شناسی کمک کند.

• سلسله مراتب دسته

تئوری رسته سازماندهی مفاهیم را در یک ساختار سلسله مراتبی پیشنهاد می‌کند.



شکل ۵: سلسله مراتب روابط هستی‌شناسی مکانی با استفاده از تئوری رسته

در این مورد، هستی‌شناسی مکانی می‌تواند یک سلسله مراتب طبقه‌بندی شده داشته باشد که در آن دسته سطح بالا «سیار» است و در ذیل آن، زیرشاخه‌هایی مانند

«قاره‌ها» و «اقیانوس‌ها» وجود دارد. در هر دسته مجموعه‌ای از ویژگی‌های مکانی مرتبط را نشان می‌دهد (تصویر ۵).

• مورفیسم‌ها

مورفیسم‌ها روابط یا نگاشت بین اشیاء هستند. در هستی‌شناسی مکانی، مورفیسم‌ها می‌توانند روابط بین مفاهیم مکانی را نشان دهند. به عنوان مثال، یک مورفیسم می‌تواند ارتباط بین یک قاره و یک دریاچه را تعریف کند که شامل آن می‌شود. این مورفیسم‌ها روابط مکانی و ارتباط بین ویژگی‌های عوارض را به تصویر می‌کشند.

• نگاشت تابعی

توابع در تئوری رسته، نگاشت‌هایی هستند که ساختار و روابط بین اشیاء را حفظ می‌کنند. در زمینه هستی‌شناسی مکانی، توابع را می‌توان برای ترسیم مفاهیم مکانی و روابط آنها بین هستی‌شناسی‌ها یا مدل‌های داده‌های مختلف استفاده کرد. به عنوان مثال، یک تابع می‌تواند نگاشت بین مفاهیم شبکه حمل و نقل در هستی‌شناسی مکانی و یک مدل داده خاص سیستم اطلاعات مکانی را تعریف کند و اطمینان حاصل کند که روابط و معناشناسی در طول تبدیل حفظ می‌شوند.

• ترکیب پذیری

تئوری رسته بر ماهیت ترکیبی روابط تأکید دارد. در هستی‌شناسی مکانی، ترکیب بندی را می‌توان برای نمایش روابط و الگوهای پیچیده مکانی به کار گرفت. برای مثال، ترکیب مورفیسم‌ها می‌تواند مفهوم یک دریا را که در آن رودخانه‌های متعدد از طریق تماس به آن متصل می‌شوند، به تصویر بکشد. با استفاده از اصول ترکیب بندی، هستی‌شناسی می‌تواند روابط مکانی پیچیده را نشان دهد و استدلال در مورد ساختارهای پیچیده‌تر را امکان‌پذیر کند. با ترکیب مفاهیم تئوری رسته، هستی‌شناسی مکانی چارچوبی ساختاریافته برای سازماندهی مفاهیم مکانی، گرفتن روابط بین آنها، و اطمینان از ثبات و حفظ معناشناسی به دست می‌آورد. این امر قابلیت همکاری، اشتراک دانش و قابلیت‌های استدلال را در هستی‌شناسی تسهیل می‌کند و منجر به نمایش جامع‌تر و قوی‌تر از حوزه مکانی می‌شود.

۴- فرصت‌ها و چالش‌های استفاده از تئوری رسته

با توصیفات ارائه شده در بالا یک نگاه جدیدی نسبت به استفاده از تئوری رسته در سیستم اطلاعات مکانی شکل گرفته است. با در نظر گرفتن کاربردهای بالا به صورت کلی می‌توان گفت که تئوری رسته چه کاربردی در سیستم اطلاعات مکانی می‌تواند داشته باشد.

۴-۱- مزایای استفاده از چارچوب تئوری رسته در سیستم اطلاعات مکانی

استفاده از تئوری رسته در سیستم اطلاعات مکانی مزایای ذیل را به همراه خواهد داشت.

- ایجاد یک چارچوب بنیادی و ریاضی مبنا
- تئوری رسته یک چارچوب ریاضی ساختاردهی شده برای استدلال در مورد روابط مکانی، تحولات و خصوصیات توپولوژیکی فراهم می‌کند. این چارچوب به متخصصان سیستم اطلاعات مکانی اجازه می‌دهد تا مفاهیم و عملیات مکانی را به روشی دقیق و انتزاعی بیان کنند، ابهام را کاهش داده و استدلال را امکان پذیر کنند.
- انتزاع و تعمیم دهی مناسب
- تئوری رسته، روی هستنده‌ها و عملیات مکانی و بیشتر بر روی خصوصیات و روابط اساسی آنها به جای نمایش هندسی خاص تمرکز می‌کند. این انتزاع امکان درک کلی‌تر از داده‌های مکانی، تسهیل توسعه اصول و رویکردهای کلی در حوزه‌های مختلف سیستم اطلاعات مکانی اعمال می‌شود، را فراهم می‌کند.
- ترکیب و قابلیت استفاده مجدد
- تئوری رسته بر ترکیب مورفیس‌ها تأکید می‌کند و ترکیب عملیات مکانی ساده را برای انجام تحلیل‌های پیچیده‌تر فراهم می‌کند. این ترکیب و قابلیت استفاده مجدد باعث افزایش کارایی در الگوریتم‌های مکانی می‌شود و برنامه‌نویسی با استفاده از اجزای موجود را آسان‌تر می‌کند.
- عملکرد یکسان روی انواع داده‌ها

تئوری رسته یک راه‌حل یکپارچه برای انواع مختلف داده‌های مکانی (نقاط، خطوط، چند ضلعی‌ها، داده‌های شطرنجی و غیره) را تحت یک چارچوب واحد ارائه می‌دهد. این متدولوژی یکپارچه امکان استدلال انتزاعی در مورد روابط مکانی و تحولات در نمایش داده‌های مختلف را فراهم می‌کند.

- تجزیه و تحلیل توپولوژیکی و متغیرها
- تئوری رسته با توپولوژی ارتباط دارد و امکان تجزیه و تحلیل توپولوژی مکانی و شناسایی متغیرهای توپولوژیکی را فراهم می‌کند.
- متغیرهای توپولوژیکی درک ساختار اساسی داده‌های مکانی شامل اتصال، شمول، و سایر روابط مکانی را تسهیل می‌کنند.
- سادگی و ظرافت در نمایش روابط
- تئوری رسته نمایش ظریف و مختصری از روابط مکانی و تحولات را با استفاده از زبان ریاضی ارائه می‌دهد. این سادگی می‌تواند منجر به درک عمیق‌تر از مفاهیم مکانی و تسهیل ارتباطات واضح‌تر بین متخصصان سیستم اطلاعات مکانی شود.
- تسهیل تحقیقات بین رشته‌ای
- تئوری رسته به عنوان پلی بین رشته‌های مختلف عمل می‌کند و همکاری و تبادل ایده‌ها بین سیستم اطلاعات مکانی، علوم کامپیوتر، توپولوژی و سایر زمینه‌های مرتبط را آسان تر می‌کند. این موضوع می‌تواند تحقیقات بین رشته‌ای را که ترکیب نقاط قوت حوزه‌های مختلف برای رفع مشکلات مکانی پیچیده است، تقویت کند.
- امکان توسعه کاربردهای سیستم اطلاعات مکانی برای آینده
- با استفاده از یک چارچوب ریاضی قدرتمند و انتزاعی، تئوری رسته این امکان را فراهم می‌کند که برنامه‌های کاربردی سیستم اطلاعات در برابر تغییرات در فرمت داده، سیستم‌های مختصات یا فناوری‌های سیستم اطلاعات مکانی قابل استفاده باشد. تمرکز بر استدلال انتزاعی، سازگاری راه‌حل‌های سیستم اطلاعات مکانی با چالش‌ها و پیشرفت‌های نوظهور در این زمینه را آسان تر می‌کند.

۴-۲- چالش‌های استفاده از تئوری رسته در سیستم اطلاعات مکانی

در حالی که بکارگیری تئوری رسته در سیستم اطلاعات مکانی به عنوان یک چارچوب ریاضی نو توجه متخصصان را به خود جلب کرده‌است، چالش‌ها و محدودیت‌هایی وجود دارد که هنگام استفاده از آن در دنیای واقعی باید در نظر گرفته شود. برخی از این چالش‌ها در ادامه بیان شده است.

• پیچیدگی زبان ریاضی

تئوری رسته شامل مفاهیم ریاضی انتزاعی و رسمی است که ممکن است برای متخصصان سیستم اطلاعات مکانی با پیشینه ریاضی محدود برای درک و استفاده مؤثر چالش برانگیز باشد. درک و تفسیر مفاهیم و نظریه‌ها به تلاش قابل توجهی نیاز دارد و این امر را برای برخی از متخصصان سیستم اطلاعات مکانی کمتر در دسترس قرار می‌دهد.

• عدم امکان پیاده‌سازی در نرم‌افزارهای سیستم اطلاعات مکانی

کاربرد مستقیم تئوری رسته در سیستم اطلاعات مکانی هنوز در مراحل اولیه خود است و منجر به کمبود اجرای نرم افزار خاص سیستم اطلاعات مکانی و کتابخانه‌هایی می‌شود که از عملیات تئوری رسته پشتیبانی می‌کنند. اجرای مفاهیم تئوری رسته در چارچوب‌های سیستم اطلاعات مکانی موجود ممکن است نیاز به پیشرفت و تلاش‌های قابل توجهی داشته باشد.

• پیچیدگی در بیان روابط

در حالی که تئوری رسته می‌تواند بازنمودهای ظریف و انتزاعی از روابط مکانی را ارائه دهد، ممکن است همیشه به راه‌حل‌های عملی یا کارآمدتر منجر نشود. برخی از مسائل موجود در سیستم اطلاعات مکانی می‌تواند با استفاده از رویکردهای ریاضی ساده‌تر و خاص‌تر، بدون نیاز به انتزاع کامل، حل شود.

• عدم امکان بکارگیری در داده‌های حجیم

کار با مجموعه داده‌های مکانی حجیم و جریان داده‌های مکانی در زمان واقعی می‌تواند در تئوری رسته

چالش برانگیز باشد. رویکرد انتزاعی و عمومی تئوری رسته ممکن است برای پردازش داده‌های بزرگ مناسب نباشد، که امروزه یک نیاز متداول در کاربردهای سیستم اطلاعات مکانی است.

• الزام تخصص در ریاضیات و تحلیل‌های مکانی

استفاده از تئوری رسته به طور مؤثر در داده‌ها و تجزیه و تحلیل سیستم اطلاعات مکانی اغلب نیاز به تخصص در هر دو تئوری رسته و سیستم اطلاعات مکانی دارد. پیدا کردن افراد با تخصص در هر دو حوزه می‌تواند یک چالش باشد و پذیرش عملی تئوری رسته در سیستم اطلاعات مکانی را محدود می‌کند.

• کاربرد در مورد مشکلات خاص سیستم اطلاعات مکانی

در حالی که تئوری رسته می‌تواند راه‌حل‌های ارزشمندی را برای برخی از مشکلات سیستم اطلاعات مکانی ارائه دهد، ممکن است به همان اندازه برای همه جنبه‌های داده‌ها و تجزیه و تحلیل سیستم اطلاعات مکانی کاربرد نداشته باشد. تعیین مسائل خاص سیستم اطلاعات مکانی که در آن تئوری رسته یک مزیت واضح را فراهم می‌کند، نیاز به ارزیابی و تحقیق دقیق دارد.

۴-۳- تفاوت تئوری رسته با سایر چارچوب‌های ریاضی در سیستم اطلاعات مکانی

تئوری رسته، توپولوژی، تئوری گراف و تئوری مجموعه همه رویکردهای ریاضی و محاسباتی هستند که معمولاً در سیستم اطلاعات مکانی مورد استفاده قرار می‌گیرند و هر یک ابزارها و دیدگاه‌های متمایز برای تجزیه و تحلیل داده‌ها و روابط مکانی ارائه می‌دهند. در ادامه این رویکردها بر اساس ویژگی‌ها و کاربردهای آنها در سیستم اطلاعات مکانی مقایسه می‌شود.

تئوری رسته یک چارچوب ریاضی انتزاعی است که روابط بین اشیاء و مورفیس‌ها را در رسته‌ها بررسی می‌کند. مزایای تئوری رسته یک رویکرد یکپارچه و کلی برای استدلال در مورد روابط و تبدیلات مکانی، با تأکید بر ترکیب و انتزاع، فراهم می‌کند.

کاربردهای تئوری رسته شامل رسمیت بخشیدن به روابط مکانی، تسهیل نمودن ادغام داده‌ها و امکان تعمیم

عملیات مکانی است که می‌تواند مسائل پیچیده در تحلیل‌های مکانی را حل کند.

یکی از محدودیت‌های تئوری رسته اینست که ماهیت انتزاعی تئوری رسته امکان اجرای مستقیم در برنامه‌های کاربردی سیستم اطلاعات مکانی را سخت کرده‌است، و برای استفاده مؤثر به دانش تخصصی در هر دو حوزه تئوری رسته و سیستم اطلاعات مکانی نیاز است.

توپولوژی روابط مکانی را که تحت تغییر شکل مداوم، ثابت می‌ماند مانند اتصال، مجاورت و شمول، مطالعه می‌کند. از مزایای توپولوژی اینست که به عنوان یک ابزار قدرتمند برای تجزیه و تحلیل روابط توپولوژیکی و متغیرها در داده‌های سیستم اطلاعات مکانی، پشتیبانی از تجزیه و تحلیل مکانی و چگونگی روابط توپولوژیکی فراهم می‌کند.

کاربرد توپولوژی در سیستم اطلاعات مکانی، استفاده برای شاخص‌گذاری مکانی، تجزیه و تحلیل شبکه و نگهداری روابط توپولوژیکی در پردازش داده‌های مکانی است. محدودیت توپولوژی تمرکز آن بر روابط کیفی اشیا مکانی است و جنبه‌های کمی داده‌های مکانی را بررسی نمی‌کند.

تئوری گراف بر مطالعه گراف و خصوصیات آنها تمرکز دارد و شبکه‌ها و روابط مکانی را به شکل گراف نمایش می‌دهد. مزیت توپولوژی استفاده در مدل‌سازی شبکه‌های مکانی، بهینه‌سازی مسیر و تجزیه و تحلیل اتصال در برنامه‌های سیستم اطلاعات مکانی مناسب است. کاربرد آن در سیستم اطلاعات مکانی برای برنامه‌ریزی مسیر، تجزیه و تحلیل شبکه و ارزیابی اتصال مکانی استفاده می‌شود. محدودیت نظریه گراف مربوط به نمایش داده‌های مکانی شبکه‌ها و عملیات مرتبط با آنها است و در همه تحلیل‌های مکانی قابل بکارگیری نیست.

تئوری مجموعه با مطالعه مجموعه‌ها و عملیات آنها سروکار دارد و پایه و اساس ریاضیات سنتی را تشکیل می‌دهد. مزیت تئوری مجموعه‌ها اینست که یک چارچوب اساسی برای ویرایش و نمایش اشیا مکانی به عنوان مجموعه فراهم می‌کند و از عملیات مربوط به مجموعه‌ها مانند اجتماع، اشتراک و اختلاف پشتیبانی می‌کند. کاربرد تئوری مجموعه در سیستم اطلاعات مکانی شامل عملیات پرس و جو مکانی، تجزیه و تحلیل و ویرایش داده‌های مکانی است. محدودیت آن اینست که در تئوری مجموعه‌ها روابط مکانی و تبدیلات هندسی در نظر گرفته نمی‌شود و تحلیل‌ها مکانی پیچیده را پشتیبانی نمی‌کند.

۵- نتیجه‌گیری

هدف از این تحقیق بررسی استفاده از تئوری رسته به عنوان یک چارچوب ریاضی در سیستم اطلاعات مکانی بود. پس از بررسی مبانی تئوری رسته، شاخه‌هایی از آن که در سیستم اطلاعات مکانی استفاده می‌شود، بیان شد. در ادامه مزایا و چالش‌هایی که استفاده از تئوری رسته در بر دارد بیان شدند. در حالیکه تئوری رسته پتانسیل تحول در تجزیه و تحلیل و استدلال مکانی در سیستم اطلاعات مکانی را دارد، کاربرد آن با چالش‌های مربوط به پیچیدگی، پیاده‌سازی‌های خاص، ارتباط عملی و حجم داده‌ها روبرو است. غلبه بر این محدودیت‌ها نیاز به تحقیقات بیشتر، توسعه ابزارهای تخصصی و درک بهتر از ایجاد ارتباط بین ماهیت انتزاعی و تعمیم یافته تئوری رسته با نیازهای عملی برنامه‌های سیستم اطلاعات مکانی دارد. با ادامه این موضوع، بررسی این چالش‌ها و یافتن راه‌حل‌های نوآورانه پتانسیل بکارگیری تئوری رسته در حوزه سیستم‌های اطلاعات مکانی افزایش پیدا می‌کند.

بررسی سایر چارچوب‌های ریاضی نشان داد، تئوری رسته، رویکرد انتزاعی و کلی برای استدلال در مورد روابط مکانی ارائه می‌دهد. توپولوژی بر روابط کیفی فضایی و متغیرها متمرکز است، در حالیکه تئوری گراف قابل استفاده در تجزیه و تحلیل شبکه است. تئوری مجموعه پایه و اساس عملیات مکانی مبتنی بر مجموعه را فراهم می‌کند. هر رویکرد دارای نقاط قوت و کاربرد خود در زمینه‌های خاص سیستم اطلاعات مکانی است و ترکیب آنها می‌تواند به ابزارها و روشهای قدرتمند برای تجزیه و تحلیل مکانی و تصمیم‌گیری در سیستم‌های اطلاعات مکانی منجر شود.

در حالی که کاربرد مستقیم تئوری رسته در سیستم اطلاعات مکانی هنوز در حال تحول است، پتانسیل آن برای استدلال و تعمیم برای پیشبرد تجزیه و تحلیل مکانی، تصمیم‌گیری و حل مسئله در برنامه‌های سیستم اطلاعات مکانی است. تحقیقات مداوم در این زمینه ممکن است منجر به روش‌های نوآورانه سیستم اطلاعات مکانی و ابزارهایی شود که از پتانسیل کامل تئوری رسته برای بهره‌مندی در جامعه سیستم اطلاعات مکانی استفاده شود.

منابع

- [1] Karimipour, F., M.R. Delavar, and A.U. Frank, *Applications of category theory for dynamic GIS analyses*. 2005: na.
- [2] Qi, F., et al., *Fuzzy soil mapping based on prototype category theory*. Geoderma, 2006. **136**(3-4): p. 774-787.
- [3] Ramezani, A. and M.R. Malek, *Developing a Spatial Framework for Ship Vulnerability Assessment Based on Category Theory*. Journal of Ship Research, 2023. **67**(01): p. 48-58.
- [4] Johnstone, P.T., *Topos theory*. 2014: Courier Corporation.
- [5] MacLane, S. and I. Moerdijk, *Sheaves in geometry and logic: A first introduction to topos theory*. 2012: Springer Science & Business Media.
- [6] Rousseau, C. *Topos theory and complex analysis*. in *Applications of Sheaves: Proceedings of the Research Symposium on Applications of Sheaf Theory to Logic, Algebra, and Analysis, Durham, July 9-21, 1977*. 2006. Springer.
- [7] Selick, P., *Introduction to homotopy theory*. Vol. 9. 2008: American Mathematical Soc.
- [8] Caramello, O. *The unification of mathematics via topos theory*. in *Logic in Question: Talks from the Annual Sorbonne Logic Workshop (2011-2019)*. 2023. Springer.
- [9] Lemin, A.J. *Spectral decomposition of ultrametric spaces and topos theory*. in *Topology Proc*. 2002.
- [10] McLarty, C., *The uses and abuses of the history of topos theory*. The British Journal for the Philosophy of Science, 1990. **41**(3): p. 351-375.
- [11] Corcoran, P. and C.B. Jones, *Topological data analysis for geographical information science using persistent homology*. International Journal of Geographical Information Science, 2023. **37**(3): p. 712-7.۴۵
- [12] Prasolov, V.V.e., *Elements of homology theory*. Vol. 81. 2007: American Mathematical Soc.
- [13] Bouchaffra, D., et al. *Land Cover Change Detection based on Homology Theory*. in *2019 6th International Conference on Image and Signal Processing and their Applications (ISPA)*. 2019. IEEE.
- [14] Pereira, C.M. and R.F. de Mello, *Persistent homology for time series and spatial data clustering*. Expert Systems with Applications, 2015. **42**(15-16): p. 6026-6038.
- [15] Xing, J., et al., *A spatiotemporal brain network analysis of alzheimer's disease based on persistent homology*. Frontiers in aging neuroscience, 2022. **14**: p. 788571.
- [16] Hu, L. and J. Wang. *Geo-ontology integration based on category theory*. in *2010 International Conference On Computer Design and Applications*. 2010. IEEE.