

برآورد بخار آب قابل بارش با استفاده از روش کمترین مربعات رگرسیون بردار پشتیبان و مقایسه با سایر مدل‌ها

مریم چگینی^۱، بهزاد وثوقی^۲، سید رضا غفاری رزین^{۳*}

^۱ دانشجوی کارشناسی ارشد، دانشکده مهندسی نقشه‌برداری، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، تهران، ایران
manichegini@gmail.com

^۲ استاد، دانشکده مهندسی نقشه‌برداری، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، تهران، ایران
vosoghi@kntu.ac.ir

^۳ دانشیار، گروه مهندسی نقشه‌برداری، دانشکده مهندسی علوم زمین، دانشگاه صنعتی اراک، اراک، ایران
mr.ghafari@arakut.ac.ir

(تاریخ دریافت: مرداد ۱۴۰۲، تاریخ تصویب: آذر ۱۴۰۲)

چکیده

امروزه با توسعه شبکه‌های محلی و منطقه‌ای تعیین موقعیت ماهواره‌ای و همچنین سهولت در دسترس بودن اندازه‌گیری‌های آن‌ها، استفاده از مشاهدات این شبکه‌ها جهت تولید مدل‌های دقیق برای برآورد کمیت بخار آب قابل بارش (PWV)، به یک امر مهم و ضروری تبدیل شده‌است. بنابراین، در این مقاله مقدار PWV با استفاده از مدل کمترین مربعات رگرسیون بردار پشتیبان (LS-SVR) به صورت مکانی-زمانی مدل‌سازی و پیش‌بینی می‌شود. مدل LS-SVR از معادلات خطی ساده در مرحله آموزش استفاده می‌کند. در نتیجه، پیچیدگی الگوریتم محاسباتی کاهش یافته، سرعت همگرایی و دقت نتایج افزایش می‌یابد. هفت پارامتر طول و عرض جغرافیایی ایستگاه GPS، روز از سال (DOY)، زمان به وقت جهانی (UT)، رطوبت نسبی (RH)، دما (T) و فشار (P) به عنوان ورودی‌های مدل LS-SVR در نظر گرفته شده و PWV متناظر با این هفت پارامتر، به عنوان خروجی مدل است. پس از مرحله آموزش، مقدار PWV با مدل آموزش دیده، برآورد شده و با مقادیر PWV حاصل از ایستگاه رادیوسوند، مدل تجربی ساستاموینن، مدل GPT3، مدل توموگرافی المان‌های حجمی، مدل رگرسیون بردار پشتیبان (SVR)، مدل کریجینگ و مدل شبکه عصبی توابع پایه شعاعی (RBNN) در ایستگاه‌های کنترل، مقایسه شده‌است. آنالیزهای انجام گرفته نشان می‌دهد که میانگین RMSE مدل‌های RBNN، SVR، توموگرافی، کریجینگ، LS-SVR، GPT3 و ساستاموینن در سه ایستگاه کنترل به ترتیب برابر با ۴/۹۲، ۴/۱۳، ۳/۱۳، ۴/۳۲، ۲/۸۷، ۴/۲۲ و ۴/۲۹ میلی‌متر بوده‌است. همچنین، میانگین خطای نسبی محاسبه شده در ایستگاه رادیوسوند برای مدل‌های RBNN، SVR، LS-SVR، توموگرافی و کریجینگ به ترتیب ۲۵/۱۱، ۱۴/۱۰، ۱۰/۳۸، ۱۱/۴۴ و ۱۴/۹۸ درصد است. تجزیه و تحلیل روش PPP بهبود ۳۳ میلی‌متری در مؤلفه‌های مختصات با استفاده از مدل LS-SVR را نشان می‌دهد. نتایج این مقاله نشان می‌دهد که مدل LS-SVR را می‌توان به عنوان جایگزینی برای مدل‌های تجربی تروپوسفر در منطقه مورد مطالعه در نظر گرفت. مدل LS-SVR یک مدل تروپوسفر محلی با دقت بالا محسوب می‌شود.

واژگان کلیدی: تروپوسفر، PWV، GPS، یادگیری ماشین، LS-SVR، رادیوسوند.

۱- مقدمه

اثرات مخرب لایه‌های تروپوسفر و یونسفر بر روی امواج الکترومغناطیسی عبوری از داخل آن‌ها، انکسار تروپوسفری^۱ و انکسار یونسفری^۲ نامیده می‌شود. ضریب انکسار^۳ با افزایش ارتفاع کاهش یافته و در حد بالای تروپوسفر تقریباً یک می‌گردد. نزدیک به نود درصد جرم جو زمین در زیر ارتفاع شانزده کیلومتری است. برای طیف فرکانس رادیویی امواج الکترومغناطیسی، محیط تروپوسفر غیرپاشنده^۴ است، یعنی ضریب انکسار به فرکانس وابسته نمی‌باشد. بلکه به فشار هوا، درجه حرارت و فشار بخار آب وابسته است. به علت رفتار دینامیکی تروپوسفر، مدوله کردن ضریب انکسار مشکل است. یونوسفر به عنوان قسمت بالای جو شناخته می‌شود، جایی است که بقدر کافی الکترون و یون حضور دارند و بر امواج رادیویی منتشر شده اثر می‌گذارند، یون و الکترون از برخورد تابش اشعه‌های خورشیدی با گازهای لایه یونوسفر تولید می‌شود. زمانی که سیگنال‌های سیستم GPS از لایه تروپوسفر عبور می‌کنند، تحت تاثیر خاصیت انکساری این لایه از جو واقع می‌شوند. ضریب انکسار بستگی به تغییرات ارتفاعی داشته، در نتیجه تأخیر تروپوسفری نیز با ارتفاع تغییر خواهد کرد.

انکسار تروپوسفری را می‌توان به دو مؤلفه انکسار تر^۵ و انکسار خشک^۶ تقسیم نمود. انکسار خشک تابع دما و فشار بوده و انکسار تر بیشتر تابع بخار آب و رطوبت است. مطالعه بخار آب جو (مؤلفه تر انکسار تروپوسفری) از دو جهت دارای اهمیت است: اولاً تغییرات کوتاه مدت آب و هوایی، به مقدار بخار آب جو بستگی شدیدی دارد. بخار آب دارای تغییرات زمانی و مکانی بوده که این تغییرات باعث تاثیر در آب و هوای مناطق مختلف می‌شود. بخار آب عامل اساسی در انتقال انرژی در جو است. گاهی اوقات انتقال انرژی بواسطه تغییرات در بخار آب منجر به طوفان‌های همراه صاعقه می‌شود. ثانیاً تغییرات بلند مدت آب و هوا در مقدار تغییرات بخار آب جو منعکس می‌گردد. بخار آب نوعی گاز گلخانه‌ای محسوب

می‌شود. به کمک مطالعه تغییرات بخار آب موجود در جو، می‌توان ابزاری را جهت تعیین نحوه تغییرات آب و هوایی مناطق مختلف بدست آورد. بخار آب قابل بارش^۷ (PWV) یک پارامتر کلیدی در مطالعات هواشناسی و پیش‌بینی رخدادهای جوی نظیر باران و سیل می‌باشد. با توجه به محدودیت مکانی ایستگاه‌های GPS^۸ و هواشناسی، همچنین، ناپیوستگی مشاهداتی در حوزه زمان، مدل‌سازی مقدار PWV از اهمیت زیادی برخوردار است. استفاده از رادیوسوندها^۹ و رادیومترها^{۱۰} جهت اندازه‌گیری مستقیم بخار آب جو دارای مشکلات و محدودیت‌هایی همانند هزینه نگهداری و عدم برخورداری از پوشش ایستگاهی مناسب است. مناسب‌ترین وسیله جهت بدست آوردن اطلاعاتی از چگونگی تغییرات بخار آب جو بصورت غیرمستقیم، استفاده از اندازه‌گیری‌های سیستم‌های ماهواره‌ای ناوبری جهانی (GNSS) است.

تاکنون مدل‌های مختلفی جهت برآورد و پیش‌بینی مقدار بخار آب قابل بارش و رطوبت مؤلفه تر انکسار تروپوسفری توسعه داده شده‌است. این مدل‌ها را می‌توان به دو دسته مدل‌های تجربی^{۱۱} و مدل‌های تحلیلی^{۱۲} تقسیم‌بندی نمود. از جمله مدل‌های تجربی ارائه‌شده برای محاسبه بخار آب و تأخیر تر می‌توان به مدل ساستاموینن، مدل هوپفیلد، مدل ایفادیس و مدل برمن اشاره کرد. از جمله مدل‌های تحلیلی می‌توان به مدل‌های توموگرافی اشاره نمود. در سالیان اخیر این نوع از مدل‌ها بدلیل قابلیت و دقت بسیار بالا در برآورد مقدار بخار آب و رطوبت تروپوسفر مورد توجه بسیاری قرار گرفته‌اند [۱، ۲، ۳، ۴، ۵]. اندازه‌گیری بخار آب قابل بارش جو با استفاده از گیرنده‌های زمینی GPS در مقایسه با سیستم‌های سنتی مشاهده بخار آب مانند رادیوسوند و رادیومتر، دارای مزایایی است که از جمله آن می‌توان به رزولوشن بالای زمانی-مکانی و همچنین هزینه کم ابزار و وسایل مورد استفاده این سیستم اشاره نمود. به علاوه گیرنده‌های GPS قابل حمل و مقرون به صرفه هستند و می‌توانند برآورد پیوسته‌ای از بخار آب قابل بارش و میزان بخار آب جو در یک راستای مشخص^{۱۳} (IWV) را با رزولوشن

^۷ Precipitable water vapor

^۸ Global positioning system

^۹ Radiosonde

^{۱۰} Radiometer

^{۱۱} Empirical model

^{۱۲} Analytical method

^{۱۳} Integrated water vapor

^۱ Tropospheric refraction

^۲ Ionospheric refraction

^۳ Refraction index

^۴ Dispersive

^۵ Wet refraction

^۶ Dry refraction

زمانی بالاتر از رادیوسوند فراهم نمایند [۶]. مشاهداتی نظیر تأخیر تر مایل تروپوسفر^۱ (SWD) و مقدار بخار آب قابل بارش در مسیر میان ماهواره و گیرنده (SWV)^۲ می‌توانند جهت مطالعه ساختار سه‌بعدی نامتجانس تروپوسفر با استفاده از روش توموگرافی بکار گرفته شوند. برآورد بخار آب قابل بارش و چگالی بخار آب با استفاده از روش توموگرافی دارای معایبی است. ماتریس ضرایب در حل مساله توموگرافی المان‌های حجمی کمبود مرتبه داشته و جهت از بین بردن آن می‌بایستی مقادیر اولیه از مقدار بخار آب در دسترس باشد. همچنین، مقدار بخار آب داخل هر المان حجمی ثابت و بدون تغییر در نظر گرفته می‌شود در صورتیکه این پارامتر دارای تغییرات زیاد مکانی و زمانی است. در این روش، تعداد مجهولات بسیار زیاد بوده و برآورد آن‌ها از لحاظ محاسباتی کار دشواری است. در سه دهه اخیر از مدل‌ها و روش‌های مختلف ریاضی جهت مدل‌سازی بخار آب قابل بارش استفاده شده‌است. هر کدام از روش‌های ارائه شده دارای معایب و مزایایی بوده و دقت‌های مختلفی را نشان داده‌اند. نکته مشترک در اکثر این تحقیقات استفاده از روش‌های پیچیده ریاضی جهت محاسبه و برآورد بخار آب قابل بارش بوده‌است. در دو دهه اخیر استفاده از قابلیت‌های مدل‌های یادگیری ماشین^۳ (ML) در مباحث مختلف ژئودزی و ژئودینامیکی مطرح شده‌است. تحقیقات گسترده‌ای در زمینه استفاده از مدل‌های یادگیری ماشین در مدل‌سازی و پیش‌بینی رفتار لایه‌های یونسفر و تروپوسفر ارائه شده‌است. حسن روش‌های ML در سرعت عمل و پایین بودن پیچیدگی محاسباتی، دقت و صحت بالا است. شریفی و سوری (۲۰۱۴) از مدل‌های کمترین مربعات ماشین بردار پشتیبان^۴ (LS-SVM) و روش برآورد هارمونیک کمترین مربعات^۵ (LS-HE) جهت مدل‌سازی PWV با مشاهدات ایستگاه‌های GPS پرداختند. انحراف معیاری در حدود ۳ میلی‌متر برای پیش‌بینی PWV در این تحقیق ارائه شد [۷]. ژنگ و همکاران (۲۰۱۵) یک مدل ANN با الگوریتم آموزش پس انتشار خطا^۶ (BP) جهت مدل‌سازی مقدار

تأخیر زینتی تروپوسفر^۷ (ZTD) را ارائه نمودند [۸]. سوپارتا و آلحسا (۲۰۱۶) از سیستم استنتاج عصبی-فازی سازگار^۸ (ANFIS) به همراه مشاهدات GPS و پارامترهای هواشناسی جهت مدل‌سازی و پیش‌بینی PWV استفاده کردند. نتایج حاصل از تحقیق ایشان دارای RMSE در حدود ۲/۳۵ میلی‌متر بود [۹]. سامخانیانی و همکاران (۲۰۲۱) از مدل‌های شبکه عصبی مصنوعی^۹، بخار آب قابل بارش و پارامترهای هواشناسی جهت پیش‌بینی مقدار بارش استفاده کردند. آن‌ها به دقتی در حدود ۳ میلی‌متر در پیش‌بینی بارش دست یافتند [۱۰]. غفاری رزین و وثوقی (۲۰۲۲)، کارائی مدل ماشین بردار پشتیبان^{۱۰} (SVM) را جهت مدل‌سازی و برآورد مقدار PWV در منطقه شمالغرب ایران ارزیابی نمودند. غفاری رزین و اینیورت (۲۰۲۲) یک مدل جدید با استفاده از سیستم استنتاج عصبی-فازی سازگار (ANFIS) را جهت مدل‌سازی تغییرات زمانی و مکانی بخار آب قابل بارش ارائه نمودند [۱۱]. ژنگ و همکاران (۲۰۲۲) از مدل‌های یادگیری ماشین جهت برآورد آنی بخار آب قابل بارش با استفاده از مشاهدات GNSS استفاده نمودند. آن‌ها همچنین نتایج کار خود را با مدل ERA5 مقایسه و ارزیابی کرده و به دقتی در حدود ۲/۵۵ میلی‌متر دست یافتند [۸].

هدف اصلی و اساسی این مقاله استفاده از مدل کمترین مربعات رگرسیون بردار پشتیبان^{۱۱} (LS-SVR) جهت مدل‌سازی و پیش‌بینی مقدار بخار آب قابل بارش می‌باشد. با استفاده از مشاهدات ایستگاه‌های GPS، مقدار تأخیر تر تروپوسفری محاسبه شده و سپس این تأخیر به مقدار بخار آب قابل بارش (PWV) تبدیل می‌شود. این مقادیر به عنوان خروجی مدل LS-SVR در نظر گرفته می‌شود. ورودی‌های مورد نظر هم مقادیر طول و عرض جغرافیایی هر ایستگاه GPS، روز از سال (DOY)، زمان (به وقت جهانی)، رطوبت نسبی (RH)، دما (T) و فشار (P) هستند. با کمک ورودی و خروجی‌های متناظر، مدل جدید آموزش داده شده و سپس با استفاده از مدل آموزش دیده، مقدار PWV در ایستگاه‌های کنترل و ایستگاه رادیوسوند، ارزیابی می‌شود.

^۷ Zenith tropospheric delay

^۸ Adaptive neuro-fuzzy inference system

^۹ Artificial neural network

^{۱۰} Support vector machine

^{۱۱} Least square support vector regression

^۱ Slant wet delay

^۲ Slant water vapor

^۳ Machine learning

^۴ Least squares support vector machine

^۵ Least squares harmonic estimation

^۶ Back-propagation

$$ZHD = \frac{0.00022768.p}{1 - 0.000266 \cos(2\phi) - 0.28 \cdot 10^{-6} \times h_{ell}} \quad (2)$$

در رابطه فوق، p فشار هوای خشک در واحد میلی‌بار، h_{ell} و ϕ به ترتیب عرض جغرافیایی و ارتفاع اورتومتريک ایستگاه می‌باشند. با استفاده از تأخیر تر زینتی^۸ (ZWD) می‌توان میزان بخار آب قابل بارش (PWV) را به کمک رابطه زیر محاسبه نمود:

$$PWV = \prod(T_m) \times ZWD \quad (3)$$

در رابطه بالا خواهیم داشت:

$$\prod = \left[10^{-6} (k_r / T_m + k_r) R_v \rho_w \right]^{-1} \quad (4)$$

در رابطه بالا ρ_w چگالی آب، R_v ثابت گاز، T_m دمای متوسط جو و ضرایب k_2 و k_3 مقادیر عددی ثابت می‌باشند. در این مقاله پارامتر T_m براساس رابطه ارائه شده توسط بویس در سال ۱۹۹۲ که تابعی از دمای سطحی در منطقه است، مورد محاسبه قرار گرفته‌است. مزیت مهم این رابطه پیچیدگی کمتر و دقت مناسب‌تر نسبت به روش‌های دیگر است. این رابطه به شکل زیر قابل بیان است [۱۳]:

$$T_m = 0.72 T_s + 70.02 \quad (5)$$

در رابطه (۵) T_s بیانگر دمای سطحی برحسب درجه کلونین است.

۲-۲- کمترین مربعات رگرسیون بردار پشتیبان

ماشین بردار پشتیبان نوعی سیستم یادگیری کارآمد بر مبنای تئوری بهینه‌سازی مقید است. در این مدل از اصل استقرای کمینه‌سازی خطای ساختاری استفاده و به یک جواب بهینه کلی منجر می‌شود. در این مدل برای حل معادلات از برنامه‌ریزی دوگانه^۹ استفاده می‌شود [۱۴]. بنابراین، حل مسائل در ابعاد بزرگ با استفاده از مدل یادشده، هزینه محاسباتی را به شدت افزایش می‌دهد. برای رفع این مشکل، سوکنز و همکاران روش کمترین مربعات رگرسیون بردار پشتیبان (LS-SVR) را ارائه کردند. در این مدل از معادلات خطی ساده برای حل مسائل استفاده

پس از ارزیابی دقت مدل LS-SVR، مقادیر PWV با کمک این مدل و در محدوده شبکه مورد مطالعه برآورد شده و با مقادیر PWV حاصل از مدل رگرسیون بردار پشتیبان^۱ (SVR)، مدل شبکه عصبی توابع پایه شعاعی^۲ (RBNN)، مدل توموگرافی المان‌های حجمی، مدل کریجینگ، مدل تجربی ساستاموینن و مدل GPT3 مقایسه می‌شوند.

۲- روش تحقیق

در این بخش در مورد چگونگی محاسبه بخار آب قابل بارش از مشاهدات GPS، تئوری ریاضی مدل‌های LS-SVR، توموگرافی المان‌های حجمی، مدل کریجینگ، مدل تجربی GPT3 و مدل ساستاموینن بحث و بررسی می‌شود. همچنین، در ادامه در مورد شاخص‌های آماری مورد استفاده جهت ارزیابی مدل‌ها، مطالبی ارائه خواهد شد. در مورد مدل‌های SVR و RBNN می‌توان به مراجع مربوطه مراجعه نمود.

۲-۱- محاسبه بخار آب قابل بارش از GPS

پس از محاسبه تأخیر کلی تروپوسفر^۳ (ZTD) در راستای زینت با استفاده از نرم‌افزار برنیز، تأخیر هیدروستاتیکی در راستای زینت^۴ را از تأخیر کلی تروپوسفری در این راستا کسر نموده و در نهایت با ضرب تابع نگاشت^۵ تر در تأخیر تر تروپوسفری در راستای زینت، می‌توان تأخیر مایل تر تروپوسفری^۶ (STD) را محاسبه نمود. در نتیجه رابطه زیر را می‌توان نوشت:

$$STD = d_{trop} = m_h ZHD + m_w ZWD \quad (1)$$

در رابطه (۱) m_h و m_w توابع تصویر خشک و تر^۷ بوده و ZHD و ZWD تأخیرهای خشک و تر تروپوسفری در راستای زینت می‌باشند. مقدار تأخیر هیدروستاتیکی خشک (ZHD) با استفاده از مدل تجربی ساستاموینن بهبود داده شده توسط دیویس و همکاران (۱۹۸۵) به صورت زیر محاسبه می‌شود [۱۲]:

۱ Support vector regression

۲ Radial base neural network

۳ Zenith total delay

۴ Zenith hydrostatic delay

۵ Mapping function

۶ Slant tropospheric delay

۷ Dry and wet mapping functions

۸ Zenith wet delay

۹ Dual programming

می‌شود که به طور موثری پیچیدگی الگوریتم را کاهش می‌دهد. با این حال، پیش نیاز SVR برای دستیابی به نتایج بهتر، یافتن سه پارامتر مناسب تعریف شده توسط کاربر است. در LS-SVR، تنها دو پارامتر تعریف شده توسط کاربر وجود دارد. این پارامترهای تعریف شده توسط کاربر نقش کلیدی در ساخت یک مدل رگرسیون بسیار دقیق با عملکرد تعمیم^۱ خوب دارند. مدل LS-SVR در حقیقت فرمول‌بندی مجدد مدل SVR است. الگوریتم LS-SVR می‌تواند پایداری بالاتر را مشخص کند و با سرعت بیشتری نسبت به SVR آموزش ببیند. می‌توان مدل رگرسیون LS-SVR را با حل مسئله بهینه‌سازی زیر بدست آورد:

$$\frac{\gamma}{\gamma} \sum_{n=1}^N e_n^2 + \frac{1}{\gamma} \|\mathbf{w}\|^2 \quad (6)$$

با محدودیت:

$$y_i = \mathbf{w}^T \cdot \Phi(x_i) + b + e_i \quad (7)$$

$$i = 1, 2, \dots, N$$

در روابط بالا، γ پارامتر تنظیم کننده بخش خطا (مشابه پارامتر C در مدل SVR)، e_i خطای داده‌های آموزش، $\Phi(x_i)$ ترسیم غیرخطی ورودی‌ها در فضای ویژگی با ابعاد زیاد، پارامترهای $\mathbf{w}$ و b به ترتیب مقادیر وزن و بایاس تابع رگرسیون هستند. تابع لاگرانژ برای حل مسئله بهینه‌سازی (۶) به صورت زیر ساخته می‌شود:

$$L(\mathbf{w}, \mathbf{b}, e; a) = \frac{\gamma}{\gamma} \sum_{n=1}^N e_n^2 + \frac{1}{\gamma} \|\mathbf{w}\|^2 - \sum_{n=1}^N a_n \{ \mathbf{w}^T \phi(\mathbf{x}) + \mathbf{b} - 1 + e_n \} \quad (8)$$

که در آن a_n بیانگر ضرب لاگرانژی است. شرایط مرتبه اول را می‌توان به صورت زیر در نظر گرفت:

$$\begin{aligned} \frac{\partial L(\mathbf{w}, \mathbf{b}, e; a)}{\partial \mathbf{w}} = 0 &\Rightarrow \mathbf{w} = \sum_{n=1}^N a_n \phi(\mathbf{x}_n) \\ \frac{\partial L(\mathbf{w}, \mathbf{b}, e; a)}{\partial \mathbf{b}} = 0 &\Rightarrow \sum_{n=1}^N a_n = 0 \\ \frac{\partial L(\mathbf{w}, \mathbf{b}, e; a)}{\partial e_n} = 0 &\Rightarrow a_n = \gamma e_n \\ \frac{\partial L(\mathbf{w}, \mathbf{b}, e; a)}{\partial a_n} = 0 &\Rightarrow \{ \mathbf{w}^T \phi(\mathbf{x}) + \mathbf{b} \} = 1 - e_n \end{aligned} \quad (9)$$

تابع رگرسیون پیش‌بینی مدل LS-SVR همانند مدل رگرسیون بردار پشتیبان است که با رابطه زیر مشخص می‌شود:

$$y(\mathbf{x}) = \sum_{n=1}^N a_n t_n K(\mathbf{x}, \mathbf{x}_n) + \mathbf{b} \quad (10)$$

در رابطه (۱۰) $K(\mathbf{x}, \mathbf{x}_n)$ تابع کرنل نامیده می‌شود که مطابق با رابطه (۱۱) به عنوان تابعی با ایجاد ضرب داخلی در فضای ویژگی معرفی می‌شود [۱۵]:

$$K(\mathbf{x}, \mathbf{x}_n) = \langle \phi(\mathbf{x}), \phi(\mathbf{x}_n) \rangle \quad (11)$$

توابع کرنل خطی^۲، چندجمله‌ای و شعاعی را می‌توان در رابطه (۱۰) مورد استفاده قرار داد که از بین آنها، کرنل شعاعی بیشترین سرعت و کمترین خطا را داراست.

۲-۳- مدل توموگرافی المان‌های حجمی

توموگرافی تروپوسفر با المان‌های حجمی یکی از روش‌های معمول و رایج در برآورد انکسار تر و مقدار بخار آب موجود در جو است. این روش به کرات و توسط محققین مختلف مورد استفاده قرار گرفته است (در مقدمه به برخی از این پژوهش‌ها اشاره شده است). به دلیل ناپایداری مساله معکوس توموگرافی تروپوسفر که ذاتاً در اینجا مساله‌ای از نوع فرد هولم نوع اول است استفاده از روش‌های پایدارسازی برای رسیدن به جواب پایدار شده را اجتناب‌ناپذیر می‌کند [۲، ۱۶]. به دلیل استفاده از روش‌های پایدارسازی، پارامترهای برآورد شده دارای بایاس بوده و می‌بایستی مقدار این بایاس مورد بررسی قرار گیرد. مدل توموگرافی المان‌های حجمی تروپوسفر را می‌توان به صورت گسسته به صورت زیر نوشت [۱۷]:

$$SWV^P = \sum_i^n d_i^P \rho_i \quad (12)$$

در (۱۲)، P شمارنده سیگنال‌ها، n تعداد المان‌ها در مدل توموگرافی، d_i^P مسافت طی شده توسط پرتو P در المان i و ρ_i چگالی بخار آب (WVD) در المان i است. معادله (۱۲) را می‌توان به شکل ماتریس نوشت:

$$\mathbf{L} = \mathbf{G}\mathbf{M} \quad (13)$$

^۱ Generalization

^۲ Linear kernel

که در آن، L بردار مشاهدات با مرتبه r است (r تعداد سیگنال‌های GPS است)، G نشان دهنده ماتریس ضریب با r سطر و n ستون است، همچنین m بردار مجهولات WVD در هر المان با مرتبه n است. درایه‌های ماتریس G براساس طول سیگنال عبوری از المان حجمی ساخته می‌شوند. اگر المانی خالی باشد درایه متناظر آن در ماتریس، صفر خواهد بود. بنابراین، در این مقاله از روش بازسازی جبری همزمان (SART) برای حل مساله توموگرافی تروپوسفر به روش المان حجمی استفاده شده است [۱۸]. برآورد پارامترهای مجهول در روش SART با رابطه زیر صورت می‌گیرد:

$$m^{k+1} = m^k + \lambda V^{-1} G^T W^{-1} (L - Gm) \quad (14)$$

در رابطه (۱۴) m بردار مجهولات، λ پارامتر پایداری و L بردار مشاهدات هستند. در این رابطه V و W ماتریس‌هایی قطری می‌باشند. این دو ماتریس براساس روابط زیر محاسبه می‌شوند:

$$Diag(V) = G_{i,+} = \sum_{j=1}^n G_{i,j} \quad (15)$$

$$Diag(W) = G_{+,j} = \sum_{i=1}^r G_{i,j}$$

در این مقاله از روش منحنی L برای تعیین بهینه مقدار پارامتر پایداری استفاده شده است. این روش یکی از ساده‌ترین روش‌های موجود برای انتخاب بهینه پارامتر پایداری در یک مساله گسسته معکوس ناپایدار است که در آن تغییرات نرم جواب پایداری شده نسبت به تغییرات نرم بردار باقیمانده‌ها مورد بررسی قرار می‌گیرد. با برآورد پارامترهای مجهول در رابطه (۱۳) می‌توان مقدار WVD را محاسبه کرد. مجموع چگالی بخار آب حاصل از روش المان‌های حجمی در راستای زنیت، مقدار بخار آب قابل بارش را به دست می‌دهد.

۲-۴- مدل کریجینگ

کریجینگ یکی از مناسب‌ترین و پیشرفته‌ترین تکنیک‌های تحلیل داده‌های مکانی است. کریجینگ یک روش درون‌یابی بهینه است که در آن متغیرها تصادفی هستند و تابع هندسی خاصی را دنبال نمی‌کنند. این روش در دهه شصت توسط مهندس فرانسوی ماترون (۱۹۷۱) مورد استفاده قرار گرفت [۱۹]. کریجینگ یک برآوردگر بی طرفانه با کمترین واریانس تخمین است. شرط بی طرفانه در

سایر روش‌های تخمین مانند فاصله معکوس و مجذور فاصله معکوس نیز اعمال می‌شود، اما ویژگی کریجینگ این است که ضرایب مجهول را به گونه‌ای تعیین می‌کند که واریانس تخمین‌ها نیز حداقل باشد [۲۰]. کریجینگ بر اساس میانگین μ ثابت برای داده‌ها و خطاهای تصادفی ε با وابستگی مکانی به شرح زیر است:

$$Z(x_i) = \mu(x_i) + \varepsilon(x_i) \quad (16)$$

که در آن $Z(x_0)$ متغیر مورد نظر، $\mu(x_0)$ روند قطعی و $\varepsilon(x_0)$ خطای همبستگی است [۲۱]. در الگوریتم معمولی کریجینگ، معادله (۱۳) را می‌توان به صورت زیر ارائه نمود:

$$Z(x_i) = \mu(x_i) + \sum_{i=1}^n \lambda_i [z(x_i) - \mu(x_i)] \quad (17)$$

که در آن n تعداد نقاط نمونه مورد استفاده برای تخمین است، λ_i وزنی است که به نقطه نمونه‌برداری شده (x_i) اختصاص داده شده است، $\sum_{i=1}^n \lambda_i = 1$ یک شرط است [۲۲]. کریجینگ یکی از مناسب‌ترین روش‌های درون‌یابی مکانی است زمانیکه فاصله همبستگی مکانی یا سوگیری جهتی در داده‌ها مشخص باشد.

۲-۵- استخراج PWV از مدل تجربی ساستاموین

تاکنون مدل‌های تروپوسفری مختلفی جهت بدست آوردن اثر لایه تروپوسفر بر روی امواج عبوری از آن ارائه شده‌است. معمولاً پارامترهای هواشناسی مختلفی مانند: فشار، دما و رطوبت ورودی‌های این مدل‌ها هستند. مؤلفه تر انکسار تروپوسفری ۱۰ درصد تأخیر تروپوسفری را تشکیل می‌دهد. این بخش از تأخیر تروپوسفری به علت وابستگی آن به بخار آب، دارای تغییرات زیاد مکانی و زمانی است. مدل زینتی تأخیر تر انکسار تروپوسفری (ZWD) نوشته شده توسط ساستاموین برای عرض‌های جغرافیایی متوسط و شرایط نرمال بصورت زیر است:

$$ZWD = 0.002277 \left(\frac{1255}{T_s} + 0.05 \right) e_s \quad (18)$$

در رابطه (۱۸) e_s فشار بخار آب در سطح زمین و T_s دما سطحی است. با جایگذاری مقدار تأخیر تر زینتی بدست

آمده از رابطه (۱۸) در رابطه (۳)، مقدار بخار آب قابل بارش مدل‌سازی شده توسط مدل تجربی ساستاموین حاصل می‌شود.

۲-۶- استخراج PWV از مدل تجربی GPT3

مدل GPT3^۱ یک مدل تجربی تروپوسفر است که برای به دست آوردن پارامترهای هواشناسی توسعه داده شده است [۲۳]. نسخه‌های مختلف این مدل به تدریج به صورت GPT، GPT2 و GPT3 توسعه داده شده‌اند. پارامترهای ورودی مدل GPT3 شامل تاریخ جولیان اصلاح شده^۲، طول و عرض جغرافیایی و ارتفاع از بیضوی است. در حالی که پارامترهای خروجی شامل ۹ نوع پارامتر تروپوسفری است. از میان پارامترهای خروجی، میانگین وزنی دمای جو، فشار بخار آب و ضریب کاهش بخار آب عواملی هستند که برای محاسبه PWV استفاده می‌شوند. در این مقاله، مقدار ZWD در هر نقطه شبکه با استفاده از مدل زیر محاسبه می‌شود [۲۴]:

$$ZWD = 10^{-6} \left(k_2' + \frac{k_3}{T_m} \right) \times \frac{R_d}{(\lambda + 1)g_m} e \quad (19)$$

که در آن R_d یک ثابت گاز خاص، e و λ به ترتیب فشار بخار آب و ضریب کاهش بخار آب هستند، g_m متوسط گرانش است. با جایگذاری مقدار تأخیر تر زینتی بدست آمده از رابطه (۱۹) در رابطه (۳)، مقدار بخار آب قابل بارش مدل‌سازی شده توسط مدل تجربی GPT3 حاصل می‌شود.

۲-۷- پارامترهای ورودی و خروجی در مدل‌های یادگیری ماشین

مدل‌های یادگیری ماشین براساس پارامترهای ورودی و پارامترهای خروجی متناظر با آن آموزش داده شده و سپس مطابق با تابع هدف در نظر گرفته شده، مرحله آموزش آن‌ها به اتمام می‌رسد. در این مقاله برای آموزش مدل‌های RBNN، SVR و LS-SVR از هفت پارامتر طول و عرض جغرافیایی ایستگاه GPS، روز از سال^۳ (DOY)، زمان به

وقت جهانی^۴ (UT)، رطوبت نسبی (RH)، دما (T) و فشار (P) به عنوان بردار ورودی استفاده می‌شود. به عبارت دیگر هم پارامترهای وابسته به مکان (طول و عرض جغرافیایی)، پارامترهای وابسته به زمان (روز از سال و زمان به وقت جهانی) و پارامترهای دینامیکی (RH، T و P) در آموزش مدل‌ها شرکت داده می‌شوند. خروجی متناظر با بردار ورودی نیز، مقادیر PWV حاصل از مشاهدات GPS خواهد بود. بنابراین، تابع زیر را می‌توان به عنوان رابطه مابین پارامترهای ورودی و خروجی مدل‌های یادگیری ماشین در نظر گرفت:

$$PWV_{RBNN\ SVR\ LS-SVR} = f(Lat, Log, DOY, Time, RH, T, P) \quad (20)$$

تابع هدف^۵ (تابع هزینه) تعریف شده برای همه مدل‌های یادگیری ماشین مورد استفاده در این مقاله، به صورت زیر می‌باشد:

$$C = \sum_{i=1}^N (PWV_{GPS}^i - PWV_{model}^i)^2 \quad (21)$$

در رابطه (۲۱) PWV_{GPS} بیانگر مقادیر حاصل از GPS، PWV_{model} نشان‌دهنده مقادیر حاصل از مدل‌های یادگیری ماشین و N تعداد نمونه‌های مورد آزمون را نشان می‌دهند.

۲-۸- شاخص‌های آماری جهت ارزیابی نتایج مدل‌ها

ارزیابی‌های آماری مدل‌های RBNN، SVR، LS-SVR، GPT3 و ساستاموین با استفاده از جذر میانگین مربعات خطا^۶ (RMSE)، ضریب همبستگی و خطای نسبی انجام می‌شود. کمینه مقادیر خطای نسبی و RMSE صفر است. هر چقدر مقادیر این دو پارامتر به صفر نزدیک‌تر باشند، نشان‌دهنده دقت بالاتر مدل مورد نظر است. ضریب همبستگی بیانگر همبستگی موجود در دو متغیر مورد مقایسه است. به عبارت دیگر این شاخص تغییرات دو متغیر را نسبت به هم بیان می‌کند. مقدار این ضریب در بازه [0،

^۴ Universal time

^۵ Cost function

^۶ Root mean square error

^۱ Global pressure and temperature 3

^۲ Modified Julian date

^۳ Day of year

1] است. اگر ضریب همبستگی دو متغیر به یک نزدیکتر باشد نشان‌دهنده همبستگی بالای آن‌ها است. ضریب همبستگی صفر نشان‌دهنده عدم وجود همبستگی مابین دو متغیر است. این شاخص‌ها به صورت زیر تعریف می‌شوند:

1] است. اگر ضریب همبستگی دو متغیر به یک نزدیکتر باشد نشان‌دهنده همبستگی بالای آن‌ها است. ضریب همبستگی صفر نشان‌دهنده عدم وجود همبستگی مابین دو متغیر است. این شاخص‌ها به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (PWV_{model}^i - PWV_{GPS}^i)^2} \quad (22)$$

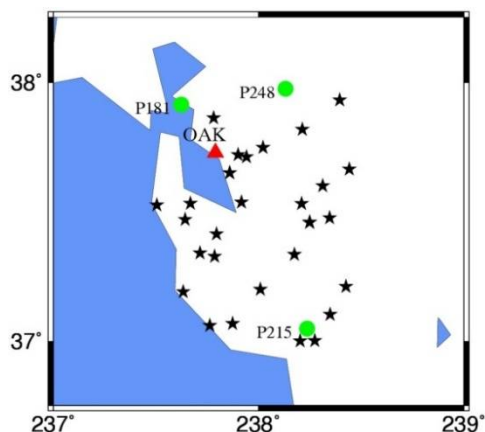
$$R = \frac{\sum_{i=1}^N (PWV_{model}^i - \overline{PWV}_{model}) (PWV_{GPS}^i - \overline{PWV}_{GPS})}{\sqrt{\sum_{i=1}^N (PWV_{model}^i - \overline{PWV}_{model})^2} \sqrt{\sum_{i=1}^N (PWV_{GPS}^i - \overline{PWV}_{GPS})^2}} \quad (23)$$

$$Re = \left(\frac{PWV_{model} - PWV_{GPS}}{PWV_{GPS}} \right) \times 100 \quad (24)$$

که در روابط بالا، $\overline{PWV}$ مقدار میانگین PWV حاصل از PWV_{model} نشان‌دهنده بخار آب قابل بارش حاصل از مدل، PWV_{GPS} مقدار بخار آب قابل بارش بدست آمده از GPS و N تعداد نمونه‌های مورد بررسی هستند.

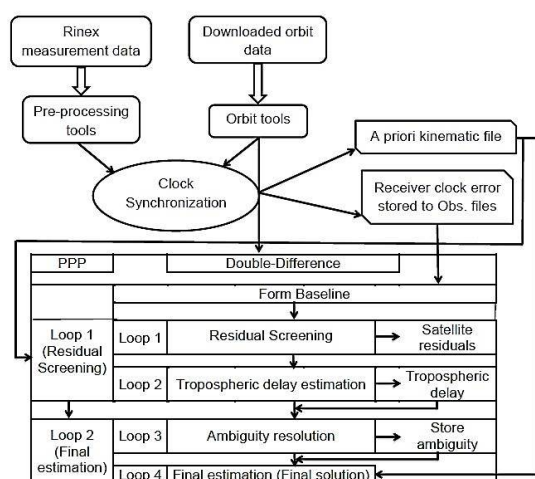
۳- منطقه مورد مطالعه و مشاهدات مورد استفاده

برای ارزیابی مدل LS-SVR از مشاهدات ۳۳ ایستگاه GPS در منطقه آمریکای شمالی استفاده شده است. مشاهدات در بازه زمانی ۱ تا ۷ (۷ روز) در سال ۲۰۲۱ می‌باشد. کلیه فایل‌های راینکس^۱ مربوط به ایستگاه‌های GPS از وب سایت شبکه UNAVCO تهیه شده است. ارتفاع این ایستگاه‌ها از ۰ تا ۱۰۶۵ متر بالاتر از سطح متوسط دریا^۲ (MSL) متغیر است. همچنین، برای غلبه بر خطای چندمسیری از آنتن چوک رینگ با زاویه ارتفاعی بالای ۱۵ درجه استفاده شده است. دلیل اصلی انتخاب این بازه زمانی برای ارزیابی مدل‌ها، در دسترس بودن مجموعه کاملی از مشاهدات ایستگاه‌های GPS و رادیوسوند موجود در منطقه است. لازم به ذکر است که از ۳۳ ایستگاه مورد استفاده، سه ایستگاه P181 (37.91° N, -122.37° E)، P248 (37.97° N, -121.86° E) و P215 (37.04° N, -121.76° E) به عنوان ایستگاه‌های کنترل داخلی^۳ انتخاب شده‌اند. به منظور ارزیابی دقیق‌تر نتایج مدل‌ها، ایستگاه رادیوسوند OAK



شکل ۱- چگونگی توزیع مکانی ایستگاه‌های آموزش (ستاره‌های سیاه)، ایستگاه‌های کنترل داخلی (دایره‌های سبز) و ایستگاه رادیوسوند (مثلث قرمز).

مشاهدات خام^۴ ایستگاه‌های GPS با استفاده از نرم‌افزار برنیز پردازش می‌شوند. در این مرحله، تأخیر زینتی تروپوسفر در فواصل ۶۰ دقیقه‌ای با استفاده از اندازه‌گیری‌های GPS برآورد می‌شود. مراحل پیش پردازش مشاهدات خام و برآورد تأخیر زینتی تروپوسفر در نمودار شکل (۲) نشان داده شده است.



شکل ۲- فلوچارت پیش پردازش داده‌های خام با نرم‌افزار برنیز [۱].

در مرحله اول، مشاهدات خام ایستگاه‌های GPS به نرم‌افزار معرفی شده و به فرمت باینری تبدیل می‌شود. از

^۱ Rinex

^۲ Mean sea level

^۳ Interior control stations

^۴ Raw observations

مرکز تعیین مدار در اروپا^۱ (CODE)، پارامترهای مداری دقیق و پارامترهای دوران زمین^۲ برای محاسبه نتایج با دقت بالا استفاده می‌شود. جدول کالبراسیون تغییر و آفست مرکز فاز آنتن IGS (سرویس بین‌المللی GNSS) برای جلوگیری از تأثیر سیستماتیک استفاده از انواع مختلف آنتن در ایستگاه‌های منطقه‌ای و محلی استفاده می‌شود. لازم به ذکر است در پیش پردازش و سایر مراحل برآورد و محاسبات، از مقادیر پیش فرض نرم‌افزار برنیز استفاده شده است.

به منظور شناسایی جهش فاز، مشاهدات فاز موج حامل پیش پردازش شده و سپس با استفاده از راه‌حل تفاضلی سه‌گانه L3 بازسازی می‌شوند. استراتژی OBS-MAX برای یافتن بهترین خطوط پایه مستقل استفاده می‌شود. همچنین، خطوط پایه بلند و کوتاه به طور همزمان پردازش می‌شوند. مشاهداتی که باقیمانده آن‌ها بزرگتر از ۲ میلی‌متر باشد به عنوان مشاهده پرت^۳ در نظر گرفته شده و در طول فرآیند جستجوی داده‌ها کنار گذاشته می‌شوند. روش QIF برای حل ابهامات فاز اولیه استفاده می‌شود [۲۵]. برای خطوط پایه بیشتر از ۱۰ کیلومتر، IGS-GIM برای بهبود حل ابهام فاز استفاده می‌شود.

لازم به ذکر است که کمیت ZTD به دست آمده از نرم‌افزار برنیز دارای ماکزیمم انحراف معیار ۳/۲۴ میلی‌متر ($\delta_{ZTD} = 3.24(mm)$) در منطقه مورد مطالعه می‌باشد. با فرض انحراف معیار یک میلی‌متر برای کمیت ZHD ($\delta_{ZHD} = 1(mm)$)، بر اساس قانون انتشار خطا، انحراف معیار کمیت ZWD برابر ۳/۳۹ میلی‌متر می‌شود ($\delta_{ZWD} = 3.39(mm)$). بر اساس رابطه (۳)، ZWD_{GPS} در پارامتر $\Pi(T_m)$ ضرب می‌شود. محاسبات انجام شده در این مقاله نشان می‌دهد که حداکثر مقدار این پارامتر در ناحیه مورد نظر ۰/۱۱ است. در نتیجه بر اساس روش انتشار خطا و معادله (۳)، انحراف معیار بخار آب قابل بارش محاسبه شده از اندازه‌گیری‌های ایستگاه‌های GPS، ۰/۳۷ میلی‌متر است ($\delta_{PWC} = 0.37(mm)$). به عبارت دیگر، بخار آب قابل بارش برآورد شده از مشاهدات GPS دارای خطای ۰/۳۷ میلی‌متر است. در شبکه GPS مورد مطالعه در این مقاله، برای ۳۰ ایستگاه GPS مورد استفاده در مرحله مدل‌سازی و

آموزش، تعداد ۵۰۴۰ ($30 \times 7 \times 24$) مشاهده PWV_{GPS} از رابطه (۳) محاسبه شده‌است. عدد ۳۰ نشان‌دهنده تعداد ایستگاه‌های آموزشی، ۷ بیانگر تعداد روزهای مورد بررسی و ۲۴ تعداد مشاهدات PWV_{GPS} در هر روز را نشان می‌دهد.

۴- نتایج عددی و بحث

در این بخش نتایج عددی و آنالیزهای انجام گرفته در مراحل آموزش و آزمون برای مدل‌های مختلف ارائه شده و نتایج حاصل، تفسیر می‌شوند.

۴-۱- آنالیز خطای مدل‌های SVR، RBNN و LS-SVR در مرحله آموزش

در مرحله آموزش ساختار بهینه مدل‌ها مشخص می‌شود. ساختاری بهینه است که در آن خطای مدل حداقل شده و ضریب همبستگی بین خروجی مدل و خروجی واقعی، بالاترین مقدار را دارد. همچنین، در تمامی مدل‌ها زمان همگرایی به جواب بهینه اندازه‌گیری می‌شود. اگر زمان همگرایی مدل به جواب بهینه کم باشد، مدل از سرعت محاسباتی بالاتری برخوردار است. بنابراین، سه پارامتر RMSE، ضریب همبستگی و زمان همگرایی برای همه مدل‌ها در مرحله آموزش مقایسه می‌شوند. جدول (۱) مقادیر RMSE، ضریب همبستگی و زمان همگرایی را در مرحله آموزش مدل‌های SVR، RBNN و LS-SVR نشان می‌دهد. لازم به ذکر است که در این مقایسه PWV بدست آمده از GPS به عنوان مشاهده مرجع در نظر گرفته شده‌است. همچنین، محاسبات تمامی مدل‌ها بر روی کامپیوتری با سخت‌افزار و نرم‌افزار یکسان انجام شده است.

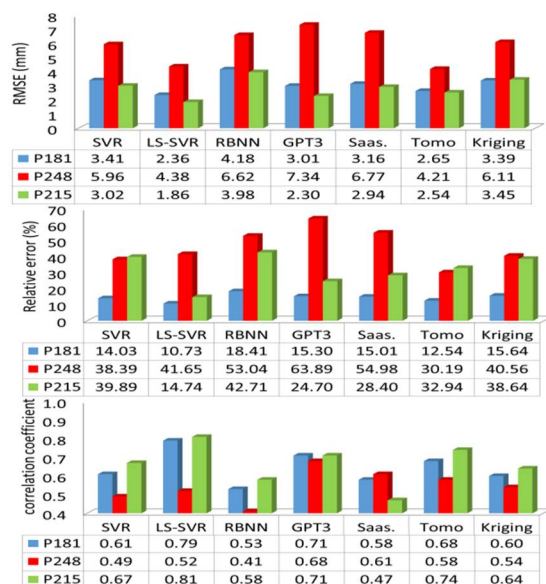
جدول ۱- مقادیر RMSE (میلی‌متر)، ضریب همبستگی و زمان همگرایی (بر حسب ثانیه) در مرحله آموزش مدل‌های SVR، RBNN و LS-SVR

زمان همگرایی به جواب بهینه (بر حسب ثانیه)	ضریب همبستگی	خطای RMSE (میلی‌متر)	
۴۶	۰/۶۷	۴/۸۹	مدل RBNN
۳۹	۰/۹۱	۱/۹۴	مدل SVR
۱۶	۰/۹۵	۱/۴۲	مدل LS-SVR

^۱ Center for orbit determination for Europe

^۲ Earth rotation parameter

^۳ Outliers



شکل ۳- میانگین مقادیر RMSE (برحسب میلی متر)، خطای نسبی (برحسب درصد) و ضریب همبستگی مدل های SVR، LS-SVR، RBNN، توموگرافی المان های حجمی، کریجینگ، ساستاموین و GPT3 در سه ایستگاه کنترل.

مطابق با شکل (۳) مقادیر RMSE مدل LS-SVR در دو ایستگاه کنترل P181 و P215 کمتر از سایر مدل های بررسی شده است. اما در ایستگاه P248 خطای مدل توموگرافی کمتر از مدل پیشنهادی این مقاله است (البته تفاوت خطای دو مدل LS-SVR و توموگرافی در این ایستگاه در حدود ۰/۱۷ میلیمتر است). با توجه به اینکه مدل جدید در مرحله آموزش از اندازه گیری های ایستگاه های مجاور استفاده می کند اما در مدل توموگرافی المان های حجمی از سیگنال های دارای زاویه ارتفاعی مختلف برای بازسازی استفاده می شود، بنابراین، می توان انتظار داشت که مدل توموگرافی در جاهایی که حتی ایستگاه آزمون از ایستگاه های آموزش دورتر هستند، خطای کمتری نشان دهد.

نتایج به دست آمده نشان می دهد که مدل RBNN با داده های آموزشی کم، خطای بیشتری را نسبت به مدل های SVR و LS-SVR تولید می کند. همچنین، می توان به این نکته اشاره کرد که مدل های تجربی ساستاموین و GPT3 دقت های مشابهی را در منطقه مورد مطالعه ارائه می دهند. مدل های GPT3 و ساستاموین از داده های هواشناسی برای برآورد مقدار PWV استفاده می کنند. در مدل GPT3 از پارامترهای مختلفی وابسته به مکان و زمان برای برآورد پارامترهای هواشناسی استفاده می شود. در نتیجه دقت این مدل تاحدودی از مدل تجربی ساستاموین بیشتر است. پارامترهای هواشناسی مورد استفاده در مدل های GPT3 و

با توجه به جدول (۱)، نتایج مرحله آموزش مدل LS-SVR در هر سه پارامتر بهتر از مدل های دیگر است. در این مدل داده ها بر اساس کرنل شعاعی و معادلات خطی ساده آموزش داده می شوند. اما در RBNN و SVR وزن اولیه کاملاً تصادفی است و خوشه بندی در حین آموزش و الگوریتم تکرار انجام می شود. در نتیجه مدل LS-SVR از دقت بالاتر و زمان همگرایی کمتری نسبت به مدل های دیگر برخوردار است. بایستی اشاره شود که در مدل RBNN از توابع پایه شعاعی در لایه پنهان استفاده می شود. پارامترهای این توابع در مرحله آموزش بهینه سازی می شوند. همین موضوع باعث افزایش زمان همگرایی به جواب بهینه می شود. همچنین، مدل RBNN برای داده های ورودی زیاد مرحله آموزش دقیقی دارد. با توجه به اینکه تعداد دیتاهای آموزشی منطقه مطالعاتی ۵۰۴۰ است، بنابراین، مدل RBNN دقت بالایی را در مرحله آموزش نداشته است. بنابراین، نتایج جدول (۱) نیز نشان دهنده خطای زیاد این مدل در مقایسه با مدل های SVR و LS-SVR است.

۴-۲- آنالیز خطای مدل های SVR، RBNN، LS-SVR، توموگرافی المان های حجمی، کریجینگ، ساستاموین و GPT3 در مرحله آزمون

پس از مرحله آموزش مدل های یادگیری ماشین و انتخاب ساختار بهینه برای مدل ها، حال می توان از این مدل ها برای برآورد مقدار PWV استفاده کرد. در این مرحله با مدل های آموزش دیده، مقدار PWV در ایستگاه های کنترل برآورد و با مقدار PWV بدست آمده از GPS (GPS-PWV) مقایسه می شود. لازم به ذکر است که سه ایستگاه کنترل به گونه ای انتخاب شده اند که دقت مدل ها در شرایط متفاوت مورد ارزیابی قرار گیرد. به عبارت دیگر، ایستگاه کنترل P215 (شکل ۱) توسط ایستگاه های آموزشی احاطه شده است، اما ایستگاه های P181 و P248 از ایستگاه های آموزشی دورتر است. همچنین، از مشاهدات ایستگاه های کنترل در مرحله آموزش استفاده نمی شود. جهت بررسی و مقایسه دقیق تر، میانگین خطای RMSE، خطای نسبی و ضریب همبستگی مدل های SVR، LS-SVR، توموگرافی المان های حجمی، کریجینگ، ساستاموین و GPT3 در ایستگاه های کنترل در شکل (۳) نمایش داده شده است.

ساستاموین معمولاً از ایستگاه‌های هواشناسی تعیین می‌شوند. این پارامترها در مکان‌هایی که فاقد ایستگاه‌های هواشناسی هستند با روش‌های درون‌یابی تخمین زده می‌شوند. پارامترهای هواشناسی دارای تغییرات مکانی-زمانی زیادی هستند. خطای این پارامترها به دلیل استفاده از روش‌های درون‌یابی باعث ایجاد خطا در نتایج مدل‌های GPT3 و ساستاموین می‌شود.

به دلیل کمبود مرتبه ماتریس ضرایب در رابطه (۱۳) و استفاده از روش‌های پایدارسازی، بایاس در نتایج مدل توموگرافی ایجاد می‌شود. همچنین، تعیین اندازه بهینه المان‌های حجمی با در نظر گرفتن مقادیر اولیه بخار آب داخل هر المان و همچنین با فرض ثابت بودن بخار آب در داخل المان‌ها، از دیگر عوامل کاهش دقت نتایج این مدل می‌باشد. در مدل کریجینگ، ضرایب مدل براساس ایستگاه‌های مورد استفاده در مرحله آموزش برآورد می‌شوند. در نتیجه این ضرایب برای منطقه داخلی شبکه (محدوده ایستگاه‌های مورد استفاده در مدل‌سازی) دقیق می‌باشند. با دورتر شدن از محدوده ایستگاه‌ها، خطای مدل کریجینگ به شدت افزایش پیدا می‌کند. به طور مثال خطای این مدل در ایستگاه P248 (ایستگاه تست دورتر از ایستگاه‌های مورد استفاده در مدل‌سازی) تقریباً دو برابر ایستگاه P215 (ایستگاه تست احاطه شده با ایستگاه‌های مورد استفاده در مدل‌سازی) است.

با در نظر گرفتن مقادیر میانگین خطای نسبی در سه ایستگاه کنترل، مدل SVR با دقت حدود ۶۹٪ (۳۰/۷۷٪) میانگین خطای نسبی مدل SVR در سه ایستگاه کنترل، مدل LS-SVR با دقت حدود ۷۷٪ (۲۲/۳۷ درصد میانگین خطای نسبی مدل LS-SVR در سه ایستگاه کنترل)، مدل RBNN با دقت حدود ۶۱٪ (۳۸/۰۶ درصد میانگین خطای نسبی مدل RBNN در سه ایستگاه کنترل)، مدل ساستاموین با دقت حدود ۶۷٪ (۳۲/۸۰ درصد میانگین خطای نسبی مدل ساستاموین در سه ایستگاه کنترل)، مدل GPT3 با دقت حدود ۶۵٪ (۳۴/۶۳ درصد میانگین خطای نسبی مدل GPT3 در سه ایستگاه کنترل)، مدل توموگرافی با دقت حدود ۷۴٪ (۲۵/۲۲ درصد میانگین خطای نسبی مدل توموگرافی المان‌های حجمی در سه ایستگاه کنترل) و مدل کریجینگ با دقت حدود ۶۸٪ (۳۱/۶۱ درصد میانگین خطای نسبی مدل کریجینگ در

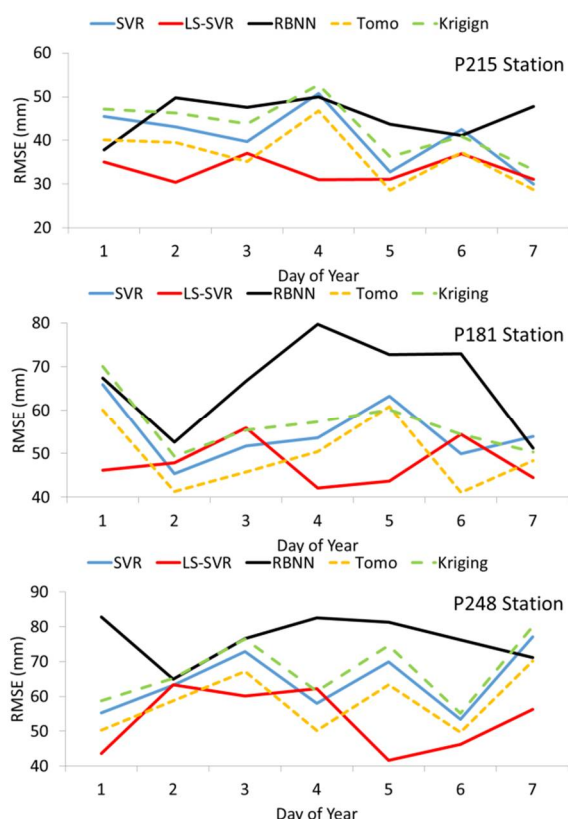
سه ایستگاه کنترل) توانایی برآورد مقدار PWV را در موقعیت ایستگاه‌های کنترل دارند.

در منطقه مورد مطالعه ایستگاه رادیوسوند OAK (37.73^0 N, -122.21^0 E) وجود دارد (مثلث قرمز رنگ در شکل ۱). در نتیجه امکان ارزیابی دقت مدل‌ها در این ایستگاه نیز فراهم شده‌است. جهت انجام اینکار مقادیر PWV توسط اندازه‌گیری‌های ایستگاه رادیوسوند محاسبه شده و با مقادیر حاصل از مدل‌های LS-SVR، RBNN، SVR، توموگرافی و کریجینگ مقایسه شده‌است. جدول (۲) مقادیر خطای نسبی مدل‌ها را در موقعیت ایستگاه رادیوسوند OAK در هفت روز مورد مطالعه نشان می‌دهد. بایستی اشاره شود که ایستگاه رادیوسوند در زمان‌های ۰ و ۱۲ به وقت جهانی اندازه‌گیری داشته‌است. در نتیجه مقدار PWV نیز در این دو زمان با مدل‌ها مختلف برآورد شده و سپس با مقدار PWV ایستگاه رادیوسوند مقایسه شده‌است. همچنین، بایستی اشاره شود که با توجه به آنالیزهای قبلی انجام گرفته، خطای مدل‌های ساستاموین و GPT3 بیشتر از مدل‌های یادگیری ماشین است. در نتیجه در ایستگاه رادیوسوند، نتایج سایر مدل‌ها نمایش داده شده‌است.

جدول ۲- مقایسه خطای نسبی (برحسب درصد) مدل‌های RBNN، SVR، LS-SVR، توموگرافی و کریجینگ در موقعیت ایستگاه رادیوسوند OAK و در ۷ روز مورد مطالعه.

ردیف	روز	خطای نسبی (برحسب درصد)				
		Kriging	TOMO	LS-SVR	SVR	RBNN
۱	۰	۲۶/۴۵	۱۵/۲۵	۱۴/۷۰	۲۱/۶۹	۲۴/۹۴
	۱۲	۱۲/۸۹	۳/۱۵	۰/۱۳	۱۵/۶۱	۱۷/۴۲
۲	۰	۱۴/۰۵	۴/۸۳	۱/۷۲	۱۶/۷۸	۵/۳۰
	۱۲	۵/۱۷	۹/۲۶	۸/۵۴	۱۲/۳۰	۱۳/۹۲
۳	۰	۹/۸۸	۳۰/۵۵	۳۴/۲۶	۲۳/۲۲	۲۳/۲۹
	۱۲	۹/۳۲	۲/۰۴	۰/۶۰	۹/۳۱	۲۲/۱۶
۴	۰	۱۶/۱۹	۱۸/۸۶	۱۴/۹۱	۱۰/۷۴	۲۴/۴۱
	۱۲	۳۴/۷۵	۳۹/۶۰	۳۶/۹۰	۲۹/۲۳	۱۱/۳۹
۵	۰	۲۶/۹۱	۲/۳۷	۰/۷۳	۲۲/۱۴	۲۵/۶۲
	۱۲	۱۲/۰۰	۲/۵۱	۴/۹۹	۱۴/۶۶	۳۹/۰۶
۶	۰	۶/۷۸	۵/۲۳	۵/۸۵	۱۲/۸۲	۳۸/۵۹
	۱۲	۱۱/۰۹	۶/۵۱	۵/۰۳	۶/۸۶	۳۲/۵۷
۷	۰	۶/۳۲	۱/۷۴	۰/۹۰	۱۹/۱۷	۴۳/۶۱
	۱۲	۱۷/۹۸	۱۸/۳۴	۱۶/۱۱	۳/۷۵	۲۹/۲۶

میانگین خطای نسبی محاسبه شده در ایستگاه رادیوسوند برای مدل‌های RBNN، SVR، LS-SVR، توموگرافی و کریجینگ به ترتیب ۲۵/۱۱، ۱۴/۱۰، ۱۰/۳۸،



شکل ۴- مقادیر RMSE (برحسب میلی متر) موقعیت ایستگاه کنترل P215 (شکل بالا)، ایستگاه کنترل P181 (شکل وسط)، ایستگاه کنترل P248 (شکل پایین) براساس تصحیح تروپوسفری انجام گرفته با مدل های SVR، LS-SVR، RBNN، توموگرافی و کریجینگ در هفت روز مورد مطالعه.

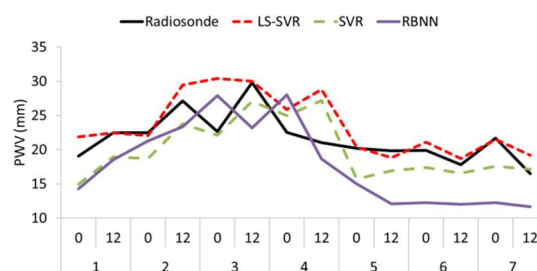
میانگین خطای RMSE مدل های SVR، RBNN، LS-SVR، توموگرافی و کریجینگ در هفت روز مورد مطالعه و در ایستگاه کنترل P215 به ترتیب برابر با ۴۵/۳۸، ۴۰/۶۴، ۳۳/۲۴، ۳۶/۶۰ و ۴۲/۹۲ میلی متر شده است. در صورتیکه برای ایستگاه کنترل P248 میانگین خطا در هفت روز مطالعه شده برای مدل ها به ترتیب برابر با ۷۶/۵۱، ۶۴/۲۱، ۵۳/۳۳، ۵۸/۵۰ و ۶۷/۳۹ به دست آمده است. مقایسه میانگین RMSE در سه ایستگاه کنترل نیز نشان می دهد که مدل LS-SVR نسبت به سایر مدل ها از دقت بالاتری برخوردار بوده است. با استفاده از مدل جدید ارائه شده در این مقاله بهبودی در حدود ۳۳ میلی متر در دقت موقعیت ایستگاه های کنترل نسبت به سایر مدل های ارزیابی شده ایجاد شده است.

۴-۳- مدل سازی و برآورد بخار آب قابل بارش

پس از تجزیه و تحلیل دقت مدل های SVR، RBNN و LS-SVR در ایستگاه رادیوسوند و ایستگاه های کنترل، حال می توان از این مدل ها برای برآورد بخار آب قابل بارش در

۱۱/۴۴ و ۱۴/۹۸ درصد است. مقایسه خطای نسبی مدل ها در ایستگاه رادیوسوند نشان می دهد که مدل پیشنهادی در این مقاله نسبت به مدل های دیگر خطای کمتری دارد. حداقل و حداکثر خطای نسبی مدل LS-SVR در ایستگاه رادیوسوند به ترتیب ۰/۱۳ و ۳۶/۹۰ درصد است. لازم به ذکر است که برای ایستگاه های رادیوسوند مرحله چک زمین قبل از پرتاب انجام می شود. در این مرحله، سنسورهای مختلف رادیوسوند کالیبره می شوند. بنابراین، اگر مرحله کالیبراسیون به درستی انجام نشود، بر نتایج رادیوسوند تأثیر می گذارد. نوع دیگری از آنالیز خطای انجام گرفته در این مقاله، استفاده از روش تعیین موقعیت نقطه ای دقیق (PPP) است. با استفاده از مدل های SVR، RBNN، LS-SVR، توموگرافی و کریجینگ، مقدار PWV در محل ایستگاه های کنترل برآورد شده و سپس با استفاده از رابطه (۳) تبدیل به ZWD می شوند. همچنین، مقادیر ZHD در سه ایستگاه کنترل با استفاده از مدل ساستاموین محاسبه شده و سپس با جمع مقادیر ZWD و ZHD، مقدار تأخیر زینتی کل تروپوسفر برای سه ایستگاه کنترل حاصل می شوند. پس از آن، با استفاده از مقادیر تأخیرهای زینتی کل بدست آمده، مشاهدات هر سه ایستگاه کنترل نسبت به تأخیر تروپوسفری تصحیح شده و با مشاهدات تصحیح شده، مختصات ایستگاه ها برآورد می شوند. مختصات های بدست آمده از این مرحله با مختصات های دقیق حاصل از نرم افزار برنیز مقایسه شده و مقدار RMSE مؤلفه های مختصاتی در هر سه ایستگاه کنترل محاسبه می شوند. نتایج حاصل از این مقایسه در شکل (۴) نشان داده شده است. مقایسه نتایج حاصل از آنالیز خطای RMSE مؤلفه های موقعیت ایستگاه های کنترل نشان می دهد که خطا در ایستگاه های P181 و P248 بیشتر از ایستگاه P215 است. این نتیجه با آنالیزهای انجام گرفته قبلی مشابهت دارد. در ایستگاه کنترل P215 به دلیل نزدیکی و احاطه شدن با ایستگاه های آموزش، مدل ها از دقت بالاتری برخوردار بوده اند. همچنین، مقایسه نتایج نشان می دهد که مدل جدید ارائه شده در این مقاله یعنی مدل LS-SVR نسبت به مدل های دیگر یعنی RBNN، توموگرافی، کریجینگ و SVR خطای کمتری را در موقعیت ایجاد کرده است.

محدوده شبکه مورد مطالعه استفاده نمود. شکل (۵) تغییرات PWV را در محل ایستگاه رادیوسوند OAK در ۷ روز مورد مطالعه و در زمان‌های ۰ و ۱۲ به وقت جهانی نشان می‌دهد. در این شکل نمودارهای بخار آب قابل بارش ایستگاه رادیوسوند به همراه مدل‌های RBNN، SVR و LS-SVR ارائه شده‌است. بایستی اشاره شود که به دلیل دقت پایین‌تر مدل‌های تجربی ساستاموین و GPT3، نمودارهای این دو مدل در شکل (۵) نشان داده نشده‌است.

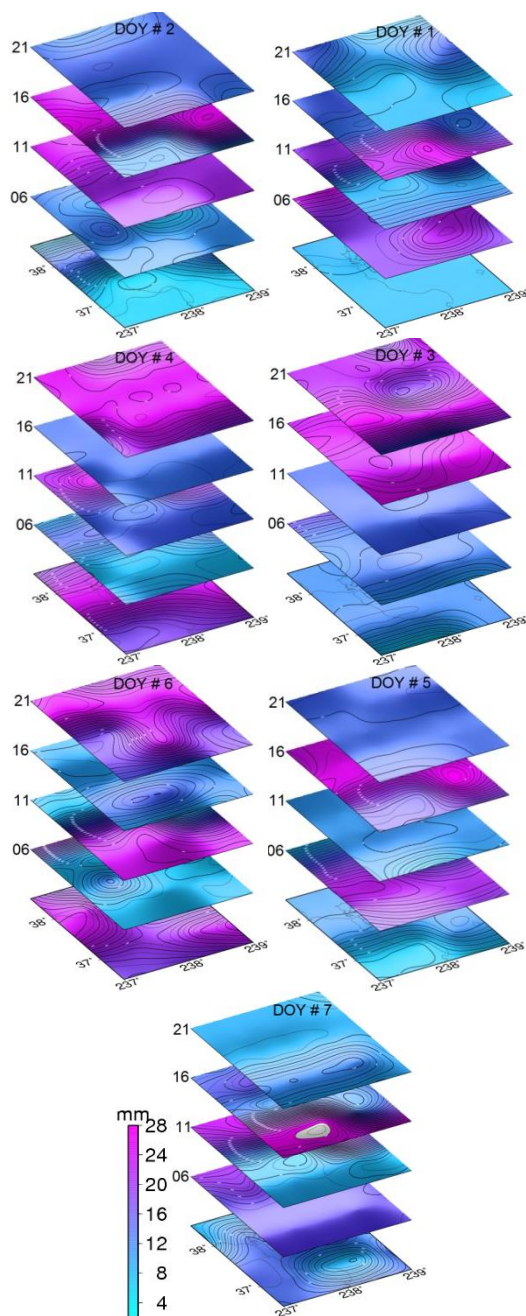


شکل ۵- مقایسه پروفیل بخار آب قابل بارش حاصل از ایستگاه رادیوسوند OAK با پروفیل‌های برآورد شده با مدل‌های SVR، RBNN و LS-SVR در هفت روز مورد مطالعه.

براساس شکل (۵) شباهت زیادی مابین پروفیل سری زمانی بخار آب قابل بارش حاصل از مدل LS-SVR با پروفیل رادیوسوند در روزهای ۱، ۲، ۵، ۶ و ۷ دیده می‌شود. در روزهای ۳ و ۴ تفاوتی در حدود ۰/۱۸ تا ۷/۷۵ میلیمتر در سری زمانی بخار آب قابل بارش حاصل از مدل جدید با رادیوسوند وجود دارد. این نتایج با آنالیز خطای نسبی انجام گرفته در جدول (۲) مطابقت دارد. همچنین برای مدل RBNN تفاوت در سری زمانی PWV با رادیوسوند در بازه ۱/۱۹ الی ۹/۴۷ میلیمتر است. مقادیر RMSE برای مقایسه پروفیل PWV حاصل از مدل‌های RBNN، SVR و LS-SVR با پروفیل رادیوسوندی به ترتیب برابر با ۴/۰۱، ۳/۲۲ و ۲/۰۹ میلیمتر حاصل شده‌است. این نتایج مجدداً بیانگر خطای کمتر مدل LS-SVR در مقایسه با دو مدل یادگیری ماشین دیگر است.

مدل‌های آموزش دیده (LS-SVR و SVR، RBNN) قادر خواهند بود مقدار PWV را در تمام نقاط شبکه و بازه زمانی روزهای مورد مطالعه، برآورد کنند. با استفاده از مدل LS-SVR مقادیر بخار آب قابل بارش در محدوده شبکه مورد مطالعه برآورد شده و در شکل (۶) نمایش داده شده‌است. جهت اختصار زمان‌های ۱، ۶، ۱۱، ۱۶ و ۲۱ به وقت جهانی در این شکل آورده شده‌است. هدف از ترسیم این اشکال نشان دادن وابستگی تغییرات بخار آب قابل

بارش به مکان و زمان است (نمایش دادن تغییرات توام زمانی-مکانی بخار آب قابل بارش).



شکل ۶- تغییرات مکانی-زمانی بخار آب قابل بارش مدل‌سازی شده در محدوده شبکه مورد مطالعه با مدل LS-SVR در هفت روز و زمان‌های ۱، ۶، ۱۱، ۱۶ و ۲۱ به وقت جهانی.

تغییرات مکانی-زمانی مقدار بخار آب قابل بارش در نتایج شکل (۶) به وضوح مشاهده می‌شود. مدل جدید ارائه شده در این مقاله توانایی و قابلیت نمایش دادن دقیق این تغییرات را دارد. بایستی اشاره کرد که کمیت PWV در طول شبانه‌روز و در زمان‌های مختلف دارای تغییرات زیادی است.

۵- نتیجه گیری

هدف از این مقاله مدل سازی و پیش بینی مکانی-زمانی مقدار بخار آب قابل بارش تروپوسفر (PWV) با استفاده از مدل کمترین مربعات رگرسیون بردار پشتیبان (LS-SVR) بود. برای این منظور، مشاهدات ۳۳ ایستگاه GPS در منطقه آمریکای شمالی در بازه زمانی روزهای ۱ تا ۷ در سال ۲۰۲۱ انتخاب شد. دلیل انتخاب این بازه زمانی برای تجزیه و تحلیل نتایج، در دسترس بودن مجموعه کاملی از مشاهدات GPS بود. از بین ۳۳ ایستگاه، ایستگاه‌های P215، P181 و P248 به عنوان ایستگاه‌های کنترل انتخاب شدند. مشاهدات این ایستگاه‌ها از مرحله آموزش حذف شد. همچنین، ایستگاه رادیوسوند OAK در محدوده شبکه مورد مطالعه جهت مقایسه و ارزیابی نتایج مدل‌ها در نظر گرفته شد. در مرحله اول مشاهدات خام ایستگاه‌های GPS در نرم افزار برنیز پردازش شده و مقادیر تأخیرهای زنیته تروپوسفر (ZTD) در بازه‌های زمانی یکساعته حاصل گردید. در مرحله بعد تأخیرهای زنیته هیدروستاتیکی (ZHD) با استفاده از مدل ساستاموین بهیود داده شده توسط دیویس و همکاران (۱۹۸۵) محاسبه شد. با تفاضل مقدار ZHD از مقدار ZTD مقدار تأخیر تر زنیته (ZWD) حاصل شد. با ضرب مقادیر ZWD در کمیت
$$\prod = [10^{-6}(k_3/T_m + k_2)R_v \rho_w]^{-1}$$
 مقادیر بخار آب قابل بارش در بازه‌های زمانی ۶۰ دقیقه محاسبه گردید. با استفاده از ۷ پارامتر ورودی طول و عرض جغرافیایی ایستگاه‌های GPS، روز از سال (DOY)، زمان به وقت جهانی (UT)، پارامترهای دما، فشار، رطوبت نسبی و همچنین پارامتر خروجی PWV، مدل جدید آموزش داده شد. پس از مرحله آموزش، مقدار PWV با استفاده از مدل LS-SVR برآورد شده و در ایستگاه‌های کنترل و ایستگاه رادیوسوند ارزیابی گردید. همچنین، تمامی نتایج به دست آمده با مدل‌های شبکه عصبی توابع پایه شعاعی (RBNN)، رگرسیون بردار پشتیبان (SVR)، توموگرافی المان‌های حجمی، کریجینگ، مدل تجربی ساستاموین و GPT3 مقایسه شد. شاخص‌های آماری خطای نسبی، خطای RMSE و ضریب همبستگی جهت ارزیابی دقت مدل‌ها مورد استفاده قرار گرفتند. همچنین، تأثیر مدل سازی PWV در تعیین موقعیت نقطه‌ای دقیق (PPP) مورد بررسی قرار گرفت. در ادامه و پس از ارزیابی دقت مدل‌ها، مقدار

بخار آب قابل بارش در محدوده شبکه مورد مطالعه برآورد شده و با سایر مدل‌ها مقایسه گردید.

میانگین RMSE مدل‌های LS-SVR، SVR، RBNN، توموگرافی، کریجینگ، ساستاموین و GPT3 در سه ایستگاه کنترل به ترتیب برابر با ۴/۹۲، ۴/۱۳، ۲/۸۷، ۳/۱۳، ۴/۳۲، ۴/۲۹ و ۴/۲۲ میلیمتر بوده است. همچنین، میانگین خطای نسبی مدل‌ها در سه ایستگاه کنترل به ترتیب برابر با ۳۸/۰۶، ۳۰/۷۷، ۲۲/۳۷، ۲۵/۲۲، ۳۱/۶۱، ۳۲/۸۰ و ۳۴/۶۳ درصد محاسبه شد. میانگین خطای نسبی مدل‌های LS-SVR، SVR، RBNN، توموگرافی و کریجینگ در ۷ روز مورد مطالعه در ایستگاه رادیوسوند OAK به ترتیب برابر با ۲۵/۱۱، ۱۴/۱۰، ۱۰/۳۸، ۱۱/۴۴ و ۱۴/۹۸ درصد به دست آمد. تجزیه و تحلیل خطا در ایستگاه‌های کنترل نشان داد که مدل LS-SVR دقت بالاتری در برآورد تغییرات مکانی-زمانی PWV نسبت به مدل‌های دیگر دارد. البته بایستی اشاره شود که در ایستگاه کنترل P248 مقدار RMSE مدل توموگرافی کمی پایین تر از مدل جدید شده است. این نشان می‌دهد که مدل توموگرافی در ایستگاه‌های کنترلی که از ایستگاه‌های آموزش دورتر هستند، دقت بالاتری نسبت به مدل‌های یادگیری ماشین دارد. دلیل این موضوع در عبور سیگنال‌هایی با زوایای ارتفاعی مختلف از داخل المان‌های حجمی است که باعث دقیق تر بودن مدل سازی می‌شود. همچنین، نتایج آنالیزها نشان داد که در ایستگاه‌های کنترل P181 و P248 خطای مدل‌های یادگیری ماشین بیشتر از ایستگاه کنترل P215 بود. علت این امر احاطه بودن ایستگاه P215 با ایستگاه‌های آموزش بود.

نتایج این مقاله نشان داد که مدل LS-SVR از قابلیت بسیار بالایی در مدل سازی و پیش بینی تغییرات مکانی-زمانی در PWV برخوردار است. تجزیه و تحلیل‌ها نشان داد که دقت این مدل در محدوده شبکه GPS بسیار بالا است. اما جهت بررسی دقیق تر و ارزیابی‌های بیشتر مدل LS-SVR می‌توان ایستگاه‌های کنترل خارج از محدوده شبکه مورد مطالعه را در نظر گرفته و نتایج مدل جدید را در آن ایستگاه‌ها با سایر مدل‌ها مقایسه نمود.

سپاسگزاری

نویسندگان از نظرات علمی و ارزشمند داوران محترم در راستای بهبود کیفیت مقاله تشکر و قدردانی می‌کنند.

مراجع

- [۱] Ghaffari Razin, M.R., Voosoghi, B., (2020). "Estimation of tropospheric wet refractivity using tomography method and artificial neural networks in Iranian case study". *GPS Solutions* 24(3):1-14.
- [۲] Adavi, Z., Mashhadi-Hossainali, M., (2015). "4D-tomographic reconstruction of water vapor using the hybrid regularization technique with application to the North West of Iran". *Advances in Space Research*, 55(7):1845-1854.
- [۳] Haji Aghajany, S., Amerian, Y., (2017). "Three-dimensional ray tracing technique for tropospheric water vapor tomography using GPS measurements". *Journal of Atmospheric and Solar-Terrestrial Physics*, 164 (2017):81-88.
- [۴] Zhao, Q., Du, Z., Yao, W., Yao, Y., (2020). "Hybrid precipitable water vapor fusion model in China". *Journal of Atmospheric and Solar-Terrestrial Physics*. 208, <https://doi.org/10.1016/j.jastp.2020.105387>.
- [۵] Xia, P., Ye, S., Jiang, P., Pan, L., and Guo, M., (2018). "Assessing water vapor tomography in Hong Kong with improved vertical and horizontal constraints". In *Proceedings Annales Geophysicae 2018*, Volume 36, Copernicus Publications Göttingen, Germany, p. 969-978.
- [۶] Yang, F., Sun, Y., Meng, X., Guo, J., and Gong, X. J. S. N., (2023). "Assessment of tomographic window and sampling rate effects on GNSS water vapor tomography". v. 4, no. 1, p. 7.
- [۷] Sharifi, M.A., Souri, A.H., (2014). "A hybrid LS-HE and LS-SVM model to predict time series of precipitable water vapor derived from GPS measurements". *Arabian Journal of Geosciences*, 8(8), 7257-7272.
- [۸] Zheng, D., Hu, Y., Wang, W.S.J., Zhu, M. C., (2015). "Research on regional zenith tropospheric delay based on neural network technology". *Survey Review* 47(343):286-295.
- [۹] Suparta, W., Alhasa, K. M., (2016). "Modeling of Tropospheric Delays Using ANFIS". *Earth and Environmental Science*, <https://doi.org/10.1007/978-3-319-28437-8>.
- [۱۰] Sam Khaniani, A., Motieyan, H., Mohammadi, A., (2021). "Rainfall forecast based on GPS PWV together with meteorological parameters using neural network models". *Journal of Atmospheric and Solar-Terrestrial Physics*, 214(105533).
- [۱۱] Ghaffari Razin, M.R., Inyurt, S., (2022). "Spatiotemporal analysis of precipitable water vapor using ANFIS and comparison against voxel-based tomography and radiosonde". *GPS Solutions* (2022) 26:1, <https://doi.org/10.1007/s10291-021-01184-1>.
- [۱۲] Davis, J.L., Herring, T.A., Shapiro, I.L., Rogers, E.E., Elgered, G., (1985). "Geodesy by radio interferometry: effects of atmospheric modeling errors on estimates of baseline length". *Radio Sci* 20(6):1593-1607.
- [۱۳] Bevis, M., Businger, S., Herring, T., Rocken, C., Ware, R.H., (1992). "GPS metrology: remote sensing of atmospheric water vapor using the global positioning system". *J Geophys Res* 97(D14): 15787-15801.
- [۱۴] Cortes, C., Vapnik, V., (1995). "Support-vector networks. *Machine Learning*". 20(3), 273-297.
- [۱۵] Smola, A. J., Schölkopf, B., (1998). "On a kernel-based method for pattern recognition, regression, approximation, and operator inversion". *Algorithmica*, 22(1), 211-231 .
- [۱۶] غفاری رزین، س.ر.، (۱۳۹۹). "ارزیابی کارایی سامانه استنتاج عصبی-فازی سازگار در مدل‌سازی بخار آب مایل وردسپهر". *مجله فیزیک زمین و فضا*، دوره ۴۷، شماره ۲، مرداد ۱۴۰۰، صفحه ۲۵۷-۲۷۲.
- [۱۷] Yao, Y., Xin, L., Zhao, O., (2019). "An improved pixel-based water vapor tomography model". *Ann. Geophys* (37):89-100, doi.org/10.5194/angeo-37-89-2019.
- [۱۸] Aster, R., Borchers, B., Thurber, C., (2003). "Parameter estimation and inverse problems". vol 90. Elsevier Academic Press, USA.
- [۱۹] Matheron, G., (1971). "The theory of regionalized variables, and its applications". Centre de Geostatistique, Fontainebleau, Paris, 1971.
- [۲۰] Joseph, V. R., (2006). "Limit Kriging". *Technometrics*, 48(4):458-466.
- [۲۱] Erdogan, S., (2010). "Modeling the spatial distribution of DEM error with geographically weighted regression: An experimental study". *Comput. Geosci.* 36(1): 34-43.

- [۲۲] Li, J., Heap, A. D., (2008). "A Review of Spatial Interpolation Methods for Environmental Scientists". Geoscience Australia Canberra, 137p.
- [۲۳] Landskron, D., Böhm, J., (2017). "VMF3/GPT3: refined discrete and empirical troposphere mapping functions". Journal of Geodesy, 92(4), 349–360.
- [۲۴] Askne, J., Nordius, H., (1987). "Estimation of tropospheric delay for microwaves from surface weather data". 22(3): 379-386.
- [۲۵] Dousa, J., Bennitt, G. V., (2013). "Estimation and Evaluation of Hourly Updated Global Zenith Total Delays over Ten Months", GPS Solut.17, 453-464.