

پیش‌بینی کوتاه‌مدت سری زمانی تغییرات طول روز با روش SSA+ARMA

محمد علی شریفی^{۱*}، شایان شیرافکن^۲، محسن خضرائی^۳، علیرضا امیری سیمکویی^۴

^۱ دانشیار دانشکده مهندسی نقشه‌برداری و اطلاعات مکانی - دانشکدگان فنی - دانشگاه تهران
sharifi@ut.ac.ir

^۲ دانشجوی کارشناسی ارشد ژئودزی دانشکده مهندسی نقشه‌برداری و اطلاعات مکانی - دانشکدگان فنی - دانشگاه تهران
shayanshirafkan@ut.ac.ir

^۳ دکتری ژئودزی گروه مهندسی نقشه برداری - دانشکده عمران و حمل و نقل - دانشگاه اصفهان
s.mohsen.khazraei@gmail.com

^۴ استاد گروه مهندسی نقشه‌برداری - دانشکده عمران و حمل و نقل - دانشگاه اصفهان
ar.amirisimkooei@gmail.com

(تاریخ دریافت آذر ۱۴۰۰، تاریخ تصویب آذر ۱۴۰۰)

چکیده

پارامترهای دوران زمین نقش بسیار مهمی در مسائل مربوط به ژئودزی فضایی مانند تعیین دقیق مدار ماهواره‌ها، نجوم ژئودزی، ناوبری فضایی و همچنین مطالعه‌ی پدیده‌های ژئوفیزیکی دارند. سری‌های زمانی این پارامترها دارای رفتارهای تناوبی و تصادفی می‌باشند لذا روش‌های متنوع آنالیز سری‌های زمانی با دقت‌های متفاوت از گذشته تاکنون مورد بررسی قرار گرفته است. یکی از مهم‌ترین نیازهای پیش‌بینی برای این پارامترها، پیش‌بینی‌های کوتاه‌مدت آن‌هاست زیرا با توجه به پیچیدگی‌های پردازش، به صورت لحظه‌ای در اختیار کاربران قرار ندارند. در میان پیش‌بینی سری‌های زمانی این پارامترها، پیش‌بینی مولفه‌ی LOD بشدت چالش برانگیز است زیرا عوامل مختلف ژئوفیزیکی بر روی ساختار این سری زمانی اثر می‌گذارند. در این تحقیق به پیش‌بینی‌های ۱۰ روزه پارامتر LOD، به وسیله‌ی ترکیب روش غیر پارامتریک SSA و مدل پیش‌بینی ARMA پرداخته شده است. این پیش‌بینی‌ها با استفاده از سری‌های زمانی IERS 14 C04 در بین سال‌های ۲۰۱۰ تا ۲۰۱۱ میلادی صورت پذیرفته است. سری‌های زمانی مذکور در وب‌سایت IERS در دسترس‌اند. نتایج با ۸ روش دیگر مقایسه شده و مورد ارزیابی قرار گرفته است. نتایج نشان می‌دهد که روش ارائه شده، برای پیش‌بینی تمام روزها، دقت بهتری نسبت به این ۸ روش دارد. میزان بهبود دقت برای روزهای ۵ام و ۱۰ام به ترتیب ۱/۶۰ و ۱/۸۴ برابر می‌باشد.

واژگان کلیدی: سری زمانی، روش SSA، مدل ARMA، MAE، LODR

* نویسنده رابط

۱- مقدمه

پارامترهای توجیه زمین (EOP)^۱ مجموعه‌ای از پارامترها هستند که جنبه‌های مختلف دوران زمین را توصیف می‌کنند [۱]. این پارامترها در زمان تغییر می‌کنند، لذا می‌توان سری‌های زمانی آن‌ها را مورد آنالیز قرار داد [۲]. EOP شامل پارامترهای چرخش زمین (ERP)^۲ و پارامترهای پرسپیشن و نوتیشن است. ERP شامل دو دسته پارامتر است [۳]: (۱) پارامترهایی که تغییرات در نرخ دوران زمین (تغییر طول روز و UT1 - UTC^۳) را نشان می‌دهند. (۲) پارامترهایی که وضعیت محور چرخش لحظه‌ای زمین را نسبت به سطح آن نشان می‌دهند.

در بسیاری از کاربردها، مانند مکان‌یابی جغرافیایی یا ناوبری ماهواره‌ای با دقت بالا و سایر کاربردهای ژئودزی فضایی و پدیده‌های ژئوفیزیکی مقادیر EOP مشاهده شده به‌صورت آنی مورد نیاز است [۳]. اما از آنجاکه این پارامترها با تکنیک‌های مختلف ژئودتیکی نظیر SLR^۴ [۴]، LLR^۵ [۵]، DORIS^۶ [۶]، GNSS^۷ [۷] و VLBI^۸ [۸] حاصل می‌شوند، به زمان پردازش بیشتری نیاز است تا مشاهدات آن‌ها فراهم گردد [۹]. بنابراین، این پارامترها به‌صورت آنی در دسترس نمی‌باشند و به پیش‌بینی آن‌ها برای چندین روز آینده نیاز است. به عنوان مثال، هنگامی که یک ماهواره وارد حالت تعیین مدار خودگردان می‌شود، سیستم کنترل زمینی دیگر نمی‌تواند آخرین داده‌های EOP را برای تبدیل کامل بین دو سیستم مختصات سماوی و زمینی بارگذاری کند و تنها می‌تواند با پیش‌بینی داده‌های EOP تبدیل بین دو سیستم را انجام دهد [۳]. از آنجاکه محور دوران لحظه‌ای زمین ثابت نمی‌ماند، قطب در حال حرکت است. زمان جهانی (UT1)، زمان ساعت زمین است که یک دور در حدود ۲۴ ساعت انجام می‌دهد [۱۰]. زمان اضافی این چرخش، تغییرات طول روز

(LOD)^۹ نامیده می‌شود. این زمان در مقابل جریان باد و امواج اقیانوسی تأثیرپذیر است، بنابراین ساختار پیچیده‌ای دارد و نمی‌توان آن را به‌طور دقیق مدل کرد [۱۱]. موقعیت قطب سماوی توسط IAU (اتحادیه بین‌المللی نجوم) و مدل نوتیشن IAU در سال ۲۰۰۰ تعریف شده است و با دقت تقریباً قابل ملاحظه‌ای قابل پیش‌بینی است هرچند که برخی از نوسانات آن هنوز قابل مدل‌سازی نمی‌باشد. اصلاحات مشاهده شده برای مختصات قطب سماوی که در سیستم مرجع سماوی مدل می‌شود، آفست‌های (dY, dX) هستند [۳].

بنابراین باتوجه به کاربردهایی همچون تعیین دقیق مدار ماهواره‌ها، نجوم ژئودزی، ناوبری فضایی و همچنین مطالعه پدیده‌های ژئوفیزیکی، مطالعه الگوریتم‌های پیش‌بینی EOP از اهمیت بالایی برخوردار است [۹].

مطالعات انجام شده بر روی EOP را می‌توان به دو دسته طبقه‌بندی نمود [۱۲]: (۱) مطالعاتی که به کاربردهای ژئوفیزیکی آن‌ها پرداخته است و (۲) مدل‌های پیش‌بینی ارائه شده برای آن‌ها.

از جمله مطالعات صورت گرفته با موضوع کاربردهای ژئوفیزیکی EOP می‌توان به موارد زیر اشاره نمود. در سال ۱۹۸۳ بارنز و همکاران با استفاده از پارامترهای ERP تغییرات جرم اتمسفری و نوسانات الگوهای باد را مورد بررسی قرار دادند [۱۳]. متوئس و همکاران در سال ۱۹۹۱ با استفاده از EOP، به ایده‌ی مناسبی برای وجود پدیده‌ی نوتیشن در ارتباط زمین با سایر نیروهای دینامیکی موجود در هسته‌ی زمین پرداختند [۱۴]. چن و ویلسون نیز در سال ۲۰۰۵ با استفاده از تغییرات در مخزن آب قاره‌ای حاصل از سیستم جمع‌آوری داده پیشرفته زمین، به پیدایش علل هیدرولوژیکی حرکت قطبی پرداختند [۱۵]. از جمله مطالعاتی که به ارائه مدل‌های پیش‌بینی پرداخته‌اند می‌توان به موارد زیر اشاره نمود. تغییرات در پرسپیشن و نوتیشن را می‌توان به‌طور دقیق مدل کرد. بنابراین، پیش‌بینی فعلی EOP عمدتاً به پیش‌بینی ERP مربوط می‌شود. بسیاری از مطالعات، پیش‌بینی محصولات ERP را بررسی کرده‌اند. IERS به‌عنوان مرکز خدمات و پیش‌بینی سریع پارامترهای دوران زمین، به‌طور مداوم پیش‌بینی‌هایی از EOP را تحت عنوان Bulletin ارائه

^۱ Earth Orientation Parameters

^۲ Earth Rotation Parameters

^۳ Coordinated Universal Time

^۴ Satellite Laser Ranging

^۵ Lunar Laser Ranging

^۶ Doppler Orbitography and Radiopositioning Integrated by Satellite

^۷ Global Navigation Satellite Systems

^۸ Very Long Baseline Interferometry

^۹ Length Of Day

قطب، استفاده نمودند [۲۳]. در سال‌های ۲۰۱۷، ۲۰۲۰ و ۲۰۲۱، به ترتیب Shen و همکاران، مدیری و همکاران و Jin و همکاران حرکت قطبی را با استفاده از ترکیب الگوریتم SSA به همراه مدل‌های پیش‌بینی ARMA^۴ و Copula با دقت‌هایی نزدیک به پیش‌بینی‌های Bulletin پیش‌بینی نموده‌اند و نتایج نشان داد که دامنه دوره تناوب چندلر در ۲۰ سال گذشته به میزان قابل توجهی کاهش داشته است [۲۵]، [۲۴]، [۱۲].

۲- روش تحقیق

شناسایی رفتارهای قطعی و تصادفی سری‌های زمانی، به وسیله‌ی روش‌های پارامتریک و غیر پارامتریک صورت می‌پذیرد. در روش‌های پارامتریک به کمک بهره‌مندی از مدل‌های ریاضی که تحت عناوین مدل تابعی و مدل تصادفی شناخته می‌شوند، این رفتارها مورد بررسی قرار می‌گیرند. روش‌هایی مانند روش برآورد هارمونیک کمترین مربعات (LSHE)^۵ و آزمون آماری W از جمله روش‌های پارامتریکی هستند که به ترتیب به منظور شناسایی مولفه هارمونیک در مدل تابعی و مدل تصادفی، استفاده می‌شوند. در روش‌های غیرپارامتریک، دیگر مدل‌های تابعی و تصادفی وجود ندارند بلکه به وسیله‌ی روش‌های مبتنی بر داده، رفتارهای قطعی مورد بررسی قرار می‌گیرند. روش غیرپارامتریکی مانند آنالیز طیفی تکین (SSA) که یک روش داده‌سازگار است، یکی از کاربردی‌ترین روش‌های آنالیز سری‌های زمانی می‌باشد. SSA که اخیراً در مطالعات مختلف سری‌های زمانی ژئودتیکی مورد استفاده قرار گرفته است، قادر به استخراج سیگنال‌هایی با فاز و دامنه غیر ثابت است در حالی که در روش‌های پارامتریک، فاز و دامنه ثابت هستند. همین ویژگی استفاده از SSA را به منظور پیش‌بینی تغییرات کوتاه مدت، بلند مدت و رفتارهای متناوبی که ممکن است با روابط ریاضی به صورت صریح قابل مدل‌سازی نباشند را ممکن می‌سازد. با این توضیح که یکی از مهم‌ترین مسائل در SSA، استراتژی مورد استفاده در جداسازی رفتارهای قطعی و تصادفی است.

می‌دهد [۱۶]. علاوه بر IERS، JPL که یکی از زیرمجموعه‌های ناسا می‌باشد، پیش‌بینی‌های EOP را رصد می‌کند [۱۷]. در سال ۲۰۱۰ Klarus و همکاران به مقایسه‌ی نتایج پیش‌بینی‌های مختلف پارامترهای دوران زمین پرداختند. نتایج این تحقیق نشان داد که ترکیب مدل‌های آنالیز طیفی، پیش‌بینی LS و AR و همچنین روش‌های مختلف شبکه‌های عصبی، می‌توانند حرکت قطبی را با دقت بالایی پیش‌بینی نمایند. برای پیش‌بینی پارامترهای UT1-UTC و LOD، علاوه بر روش‌های قبلی، روش‌هایی مانند فیلترکالمن، ترکیب تجزیه‌ی موجک و پیش‌بینی اتوکواریانس و همچنین تبدیل انطباقی از تکانه زاویه‌ای اتمسفری (AAM)^۱، می‌تواند مفید باشد [۱۸]. در سال ۲۰۰۲، Schuh و همکاران ابتدا تأثیرات جزر و مدی اقیانوسی، صلب بودن زمین و همچنین تأثیرات اتمسفری فصلی را از مشاهدات EOP حذف کردند و سپس پارامترهای EOP را با استفاده از روش شبکه‌های عصبی پیش‌بینی کردند [۱۹]. در سال ۲۰۰۴، Akyilmaz و همکاران با استفاده از سیستم استنتاج فازی (مبتنی بر شبکه تطبیقی)، ERP را به صورت کوتاه‌مدت پیش‌بینی کردند [۲۰]. در سال ۲۰۱۱، Akyilmaz و همکاران پارامترهای ERP را با استفاده از روش ترکیب روش تجزیه موجک و شبکه‌ی عصبی فازی پیش‌بینی کردند [۲۱].

در سال ۲۰۰۵، Kosek و همکاران با دو روش ترکیب مدل‌های پیش‌بینی LS به همراه AR و ترکیب تجزیه‌ی موجک گسسته به همراه AC^۲، به پیش‌بینی پارامترهای LOD و UT1-UTC پرداختند و برای رسیدن به پیش‌بینی مطلوب، اثراتی مانند ثانیه‌های جهشی و جزر و مد را ابتدا از مقادیر مشاهده شده UT1-UTC و LOD حذف نمودند [۲۲]. در سال ۲۰۲۱، Fei Wu و همکاران از روش LS+AR به منظور پیش‌بینی‌های بلندمدت پارامتر LOD استفاده نمودند. مدل اولیه‌ای که برای LS در نظر گرفته شد شامل، دوره تناوب‌های سالیانه، نیم سالیانه، یک سوم سالیانه، ۹/۳ سال، ۱۸/۶ سال و یک ترند خطی بود [۳]. در سال ۲۰۱۰، Malkin و همکاران از روش غیر پارامتریک آنالیز طیفی تکین (SSA)^۳ به منظور بررسی تغییرات جهش فاز دوره تناوب‌های چندلر بر روی حرکت

۴ Autoregressive Moving Average
۵ Least Square Harmonic Estimation

۱ Atmospheric Angular Momentum
۲ Auto Covariance
۳ Singular Spectrum Analysis

در روش پیشنهادی این تحقیق از فرآیندهای میانگین متحرک و اتورگرسیو (ARMA) به منظور پیش‌بینی بخش تصادفی تغییرات سری زمانی استفاده شده است و الگوریتم پیش‌بینی پیشنهاد شده با تلفیق SSA و ARMA به منظور پیش‌بینی رفتارهای قطعی و تصادفی (به ترتیب) توسعه داده شده است.

در ادامه ابتدا روش آنالیز FFT به عنوان روشی مرسوم و سریع به منظور کشف رفتارهای متناوب در سری‌های زمانی شرح داده شده است. آنالیز FFT را می‌توان به منظور شناسایی فرکانس‌های غالب موجود در سری زمانی با هدف ارزیابی طول داده‌های مورد نیاز و انتخاب طول پنجره SSA به کار برد. سپس روش کشف مشاهدات اشتباه به منظور صحت‌سنجی داده‌های مورد استفاده و اطمینان از عدم وجود مشاهدات اشتباه در آن‌ها شرح داده شده است. در بخش ۲-۳ ابتدا روش SSA ارائه شده است و سپس الگوریتم پیش‌بینی SSA به همراه روند پیشنهادی جهت انتخاب تعداد مولفه‌های مورد استفاده برای پیش‌بینی رفتارهای قطعی به کمک SSA شرح داده شده است. در بخش بعد فرآیندهای میانگین متحرک و اتورگرسیو (ARMA) که از آن به منظور پیش‌بینی رفتارهای تصادفی سری زمانی استفاده شده است و متعاقب آن نحوه انتخاب مدل مناسب ARMA به کمک معیار AIC^۱ شرح داده شده است. سپس خطای میانگین مطلق (MAE) به عنوان معیار ارزیابی نتایج پیش‌بینی‌ها تعریف و نحوه محاسبه‌ی آن شرح داده شده است. در نهایت پس از ارائه مدل مورد استفاده برای مدل‌سازی اثرات جزر و مد صلبیت زمین و جزر و مد اقیانوسی در سری‌های زمانی LOD پیش‌بینی‌های ۱۰ روزه‌ی این سری زمانی با استفاده از روش پیشنهادی انجام و نتایج مورد بحث و بررسی قرار گرفته است.

۲-۱- آنالیز FFT

FFT^۲ یک الگوریتم است که محاسبه تبدیل فوریه گسسته برای یک سری زمانی را سریع‌تر از سایر الگوریتم‌های موجود انجام می‌دهد و دقت قابل مقایسه‌ای با سایر روش‌ها دارد [۲۶]. پس با توجه به این ویژگی‌ها، FFT یک

روش ایده آل برای استخراج اولیه‌ی فرکانس‌ها در سری زمانی می‌باشد. اگر $x(n)$ یک سری زمانی باشد در این صورت تجزیه‌ی FFT آن به صورت زیر می‌باشد.

$$F(k) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n) W_N^{nk} \quad (۱)$$

در رابطه (۱)، $F(k)$ ضریب k ام تبدیل فوریه گسسته می‌باشد همچنین $W_N = e^{-i\frac{2\pi}{N}}$ ، $i = \sqrt{-1}$ و N تعداد نمونه می‌باشند

۲-۲- صحت سنجی مشاهدات

وجود اشتباهات در سری‌های زمانی، باعث تفسیرهای نادرست از آنالیزهای مختلف می‌گردد. لذا در اولین گام پیش از انجام هر آنالیز بر سری‌های زمانی، لازم است صحت مشاهدات مورد ارزیابی قرار گیرد. بدین منظور دو فرض آماری در مقابل هم تعریف می‌شود. در فرض صفر، فرض بر این است که مشاهدات عاری از اشتباه هستند و در فرض مقابل، فرض بر این است که مشاهده‌ی نام سری زمانی مورد بررسی، حاوی اشتباه است.

$$H_0: E(y) = Ax \quad (۱)$$

$$H_a: E(y) = Ax + C_y \Delta \quad (۲)$$

در روابط (۱) و (۲)، E عملگر امید ریاضی، A ماتریس طرح مدل تابعی به ابعاد $m \times n$ ، x بردار مجهولات به ابعاد $1 \times n$ ، m و n به ترتیب تعداد مشاهدات و مجهولات مدل تابعی، $C_y = [0 \ 0 \dots 1 \ \dots 0 \ 0]^T$ ، ماتریس طرح متناظر با مشاهده‌ی اشتباه Δ ام (درایه‌ی Δ ام برابر ۱) و Δ بزرگی اشتباه در مشاهده‌ی Δ ام می‌باشند. آماره‌ی مربوط به این آزمون نیز به صورت رابطه (۳) تعریف می‌شود که این آماره از تابع توزیع χ^2 دو با درجه آزادی ۱ تبعیت می‌کند.

$$T = \frac{(C_y^T Q_y^{-1} \hat{e})^2}{C_y^T Q_y^{-1} Q_{\hat{e}} Q_y^{-1} C_y} \quad (۳)$$

در رابطه (۳)، Q_y ماتریس واریانس کواریانس مشاهدات می‌باشد $\hat{e}_0$ و $Q_{\hat{e}_0}$ نیز به ترتیب به صورت روابط (۵) و (۶) تعریف می‌گردند.

^۱ Akaike information criterion

^۲ Fast Fourier Transform

اصلی PCA یا آنالیز توابع تجربی EOF ارتباط نزدیکی دارد. SSA درواقع در ابتدا به منظور کاهش ابعاد یک مجموعه داده و فشرده سازی بیشترین واریانس در کمترین تعداد مولفه ها طراحی شد و اولین بار توسط برومهد و کینگ در سال ۱۹۸۶ ارائه شد [۲۸]. درواقع SSA یک روش داده سازگار است که از دامنه ی زمان داده ها به منظور استخراج اطلاعات از سری های زمانی کوتاه که حاوی نویز هستند، بدون هیچ دانش اولیه ای از دینامیک های تاثیر گذار بر سری زمانی، استفاده می کند. این روش غیرپارامتریک، یک مجموعه داده را به مجموعه ی مولفه های متعامد داده سازگار تجزیه می کند. این مولفه ها به طور کلی در ترند، الگوهای نوسانی و نویز دسته بندی می شوند.

۲-۳-۱- مراحل SSA

روش SSA شامل ۴ مرحله ی زیر می باشد.
(۱) در مرحله ی اول ماتریس لگ_کواریانس^۱ ساخته می شود. بدین منظور اگر m طول کل دیتا باشد، دیتاها را می توان با جابجایی پنجره ای به طول M (طول پنجره) و قراردادن آنها در سطرهای ماتریس رابطه (۱۰) طبقه بندی نمود.

$$Y = \begin{bmatrix} y(1) & y(2) & \dots & y(M) \\ y(2) & y(3) & \dots & y(M+1) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ y(m'-1) & y(m') & \dots & y(m-1) \\ y(m') & y(m'+1) & \dots & y(m) \end{bmatrix} \quad (10)$$

$$m' = m - M + 1 \quad (11)$$

به ماتریس رابطه (۱۰) با ابعاد $m' \times m$ ماتریس گذر و به بردارهای هر سطر آن بردارهای M_Lagged گفته می شود. بدین ترتیب ماتریس لگ_کواریانس پیشنهاد شده توسط برومهد و کینگ^۲ مطابق رابطه ی زیر تشکیل می شود.

$$C_{BK} = \frac{1}{m'} Y^T Y \quad (12)$$

ماتریس کواریانس را می توان از طریق روش قطر ثابت واتارد و گیل (VG) [۲۹] نیز محاسبه نمود. درایه ی سطر i و

$$P_A^\perp = I - A(A^T Q_y^{-1} A)^{-1} A^T Q_y^{-1} \quad (4)$$

$$\hat{e}_0 = P_A^\perp y \quad (5)$$

$$Q_{\hat{e}} = P_A^\perp Q_y \quad (6)$$

در روابط فوق A ماتریس طرح مدل تابعی است. بدین منظور اگر یک سری زمانی شامل ترم رگرسیون خطی (آفت و ترند) و q دوره ی تناوب باشد، می توان مدل تابعی را به صورت رابطه (۷) بازنویسی کرد.

$$y = A_{tr} x_{tr} + \sum_{k=1}^q A_k x_k \quad (7)$$

در رابطه (۷)، A_{tr} ستون های متناظر با رگرسیون خطی و به صورت

$$A_{tr} = \begin{bmatrix} 1 & t_1 \\ 1 & t_2 \\ \vdots & \vdots \\ 1 & t_m \end{bmatrix} \quad (8)$$

می باشد. A_k به ازای هریک از دوره تناوب های ω_k دارای یک ستون مؤلفه های سینوسی و یک ستون مؤلفه های کسینوسی است که به صورت رابطه (۹) تعریف می شود.

$$A_k = \begin{bmatrix} \cos(\omega_k t_1) & \sin(\omega_k t_1) \\ \cos(\omega_k t_2) & \sin(\omega_k t_2) \\ \vdots & \vdots \\ \cos(\omega_k t_m) & \sin(\omega_k t_m) \end{bmatrix} \quad (9)$$

همچنین x_k و x_{tr} در رابطه (۷) به ترتیب شامل ضرایب دامنه ی ترم رگرسیون خطی و ضرایب دامنه ی k مین دوره تناوب می باشند [۲۷].

۲-۳- الگوریتم SSA

در برخی از کاربردهای سری های زمانی، مسائلی وجود دارد که بخش منظم رفتار، بخش نسبتاً ضعیفی است و یا در نویز قابل توجهی پنهان شده است. بنابراین بدون دانش ابتدایی از دینامیک مساله، کشف و فرموله کردن مدلی مناسب برای توصیف این رفتار منظم، ممکن است کار دشواری باشد. به کارگیری روش های داده سازگاری مانند آنالیز طیفی تکین (SSA) می تواند رویکردی مناسب در حل چنین مسائلی باشد. روش SSA با آنالیز مولفه های

^۱ Lag Covariance
^۲ C-BK

$$R_{\mathcal{K}} = YEKE^T \equiv AKE^T \quad (17)$$

در رابطه (۱۷)، $\mathcal{K} \subseteq \{1, \dots, M\}$ مجموعه‌ای از المان‌های ویژه است که می‌تواند بخشی از تغییرات سری زمانی را بازسازی کنند. K ماتریس قطری با ابعاد $M \times M$ می‌باشد و المان‌های قطری آن به ازای $k \in \mathcal{K}$ برابر $K_{kk} = 1$ و سایر المان‌های آن برابر $K_{kk} = 0$ است. قابل ذکر است که $\mathcal{K} = \{1, \dots, M\}$ کاملاً Y را بازسازی می‌کند و هر مجموعه‌ی تک عضوی $\mathcal{K} = \{k\}$ به ازای $k = 1, \dots, M$ ، داده‌های متناظر با یک مولفه‌ی خاص را بازسازی می‌کند. داده‌های بازسازی شده‌ی متناظر با ماتریس $R_{\mathcal{K}}$ در رابطه (۱۷)، از میانگین‌گیری از قطره‌ای ارب این ماتریس به‌دست می‌آید. به عبارتی دیگر با داشتن مولفه‌های اصلی در A ، بخشی از سری زمانی که مربوط به مولفه‌های مجموعه $\mathcal{K}$ است مستقیماً از رابطه (۱۸) محاسبه می‌شود.

$$r_{\mathcal{K}}(t) = \frac{1}{M_t} \sum_{k \in \mathcal{K}} \sum_{j=L_t}^{U_t} a_k(t-j+1)e_k(j) \quad (18)$$

$$1 \leq t \leq m$$

فاکتور نرمال‌سازی M_t و حدود جمع L_t و U_t در رابطه (۱۸) عبارت‌اند از:

$$(M_t, L_t, U_t) = \begin{cases} (t, 1, t), & 1 \leq t \leq M-1 \\ (M, 1, M), & M \leq t \leq m' \\ (m-t+1, t-m+M, M), & m' \leq t \leq m \end{cases} \quad (19)$$

مولفه‌ی بازسازی شده k ام به ازای مجموعه‌ی تک عضوی $\mathcal{K} = \{k\}$ به ازای $k = 1, \dots, M$ برابر است با:

$$r_k(t) = \frac{1}{M_t} \sum_{j=L_t}^{U_t} a_k(t-j+1)e_k(j) \quad (20)$$

$$1 \leq t \leq m$$

۲-۳-۲- انتخاب طول پنجره

یکی از مسائل اصلی در SSA انتخاب طول پنجره M است که در واقع قدرت تفکیک طیفی الگوریتم را مشخص می‌کند. در واقع قدرت تفکیک طیفی را می‌توان به توانایی تفکیک بین دو قله‌ی طیفی تعبیر کرد. براساس یک رابطه تجربی به‌منظور تعیین طول پنجره می‌توانیم ابتدا آنالیز

ستون j ماتریس لگ-کواریانس پیشنهادی واتارد و گیل (C_{VG})، از رابطه‌ی زیر، به ازای $\tau = |i - j|$ محاسبه می‌شود.

$$c(\tau) = \frac{1}{m-\tau} \sum_{k=1}^{m-\tau} y(k)y(k+\tau) \quad (13)$$

۲) مرحله‌ی دوم تجزیه‌ی مقادیر ویژه‌ی ماتریس لگ-کواریانس و تعیین مقادیر ویژه (λ_k) به همراه بردارهای ویژه‌ی آن (EOF) می‌باشد. در واقع با استفاده از تجزیه مقدار ویژه، ماتریس کواریانس C قطری سازی می‌شود.

$$\Lambda = E^T C E \quad (14)$$

در رابطه (۱۴)، Λ یک ماتریس قطری از M مقدار ویژه و E ماتریسی است که ستون‌های آن بردارهای ویژه متناظر آن (e_k) هستند.

۳) مرحله‌ی سوم گروه‌بندی بر اساس مقادیر ویژه می‌باشد چرا که معمولاً مولفه‌های هارمونیک با فرکانس‌های مختلف به‌صورت یک جفت مولفه‌ی ویژه با مقادیر ویژه‌ی نزدیک به هم خود را نشان می‌دهند.

۴) مرحله‌ی چهارم بازسازی مولفه‌های بازسازی شده (RCها)^۱ با استفاده از مقادیر ویژه و بردارهای ویژه متناظر به‌دست آمده در مرحله‌ی تجزیه می‌باشد. مولفه‌ی اصلی متناظر با مقدار ویژه‌ی k ام مطابق رابطه (۱۵) محاسبه می‌شود. ($k = 1, \dots, M$)

$$a_k(i) = \sum_{j=1}^M y(i+j-1)e_k(j) \quad (15)$$

$$1 \leq i \leq m'$$

رابطه (۱۵) در واقع ماتریس گذر Y را روی پایه‌ی ویژه‌ی E تصویر می‌کند که فرم ماتریسی آن مطابق رابطه (۱۶) می‌باشد.

$$A = YE \quad (16)$$

در رابطه (۱۶) مولفه‌های اصلی متناظر با هریک از مقادیر ویژه، از ستون‌های a_k از ماتریس A حاصل می‌شوند. این مولفه‌ها در لگ صفر دو به دو ناهمبسته‌اند و طول m' دارند. قابل ذکر است که روش VG، ناهمبستگی مولفه‌های اصلی را ضمانت نمی‌کند. بازسازی RCها نیازمند یک تبدیل معکوس از رابطه (۱۶) است.

^۱ Reconstructed Components

۲-۳-۴- انتخاب تعداد مولفه‌های قطعی بهینه در الگوریتم پیش‌بینی SSA

انتخاب تعداد مولفه‌های قطعی (k) بهینه، در الگوریتم پیش‌بینی SSA را می‌توان از طریق پیش‌بینی بخشی از سری زمانی مشاهده‌شده، به‌ازای مقادیر مختلف k و اعتبارسنجی و مقایسه‌ی نتایج این پیش‌بینی‌ها انجام داد. بدین‌منظور با استفاده از بخشی از سری زمانی به عنوان داده‌های آموزش، مدل پیش‌بینی سری زمانی به ازای مقادیر مختلف k ، برای بخشی از داده‌ها که به‌عنوان داده‌های اعتبارسنجی انتخاب شده‌اند و مقادیر مشاهده شده‌ی آن‌ها در دسترس است، تشکیل می‌شود. دقت این مدل‌ها با یکدیگر مقایسه شده و بهترین مدل با کمترین خطای پیش‌بینی، مقدار k یا تعداد مولفه‌های قطعی بهینه برای پیش‌بینی را تعیین می‌کند. به‌منظور کاهش زمان پردازش الگوریتم پیش‌بینی SSA، می‌توان جهت انتخاب تعداد مولفه‌های قطعی، مقادیر گسسته‌ای از k را با گامی بزرگتر از یک مورد ارزیابی قرار داد. به‌عنوان مثال این مقادیر می‌تواند ۵، ۱۰، ۱۵ و ... در نظر گرفته شود. دقت پیش‌بینی SSA با افزایش بیش از حد تعداد مولفه‌ها و اضافه شدن مولفه‌های متناظر با رفتارهای غیرقطعی افت می‌کند، بنابراین می‌توان با بررسی یک مجموعه‌ی متناهی از مدل‌های پیش‌بینی به‌ازای مقادیر مختلف k ، مدل بهینه را انتخاب نمود.

۲-۴- فرآیندهای میانگین متحرک و اتورگرسیو (ARMA)

دسته‌ای از مدل‌های پیش‌بینی سری‌های زمانی مدل‌های میانگین متحرک (MA)^۱ و مدل خودهمبسته (AR) می‌باشند و مدلی که از ترکیب آن‌ها ساخته می‌شود را فرآیند میانگین متحرک و اتورگرسیو ($ARMA$) می‌نامند. در روابط (۲۳)، (۲۴) و (۲۵) به‌ترتیب مدل ریاضی فرآیندهای MA ، AR و $ARMA$ بیان شده است.

$$y(t) = c + e(t) + \theta_1 e(t-1) + \theta_2 e(t-2) + \dots + \theta_q e(t-q) \quad (23)$$

FFT بر روی سری زمانی مورد بررسی انجام داد و دوره تناوب غالب را تعیین نمود و طول پنجره را مضرب صحیحی از این دوره تناوب در نظر گرفت [۱۲].

۲-۳-۳- الگوریتم پیش‌بینی SSA

به‌منظور پیش‌بینی با استفاده از روش SSA مراحل زیر به‌ترتیب طی می‌شود.

(۱) در اولین گام، ترند خطی و آفست از سری زمانی مربوطه با استفاده از روش کمترین مربعات مطابق رابطه (۲۲) حذف می‌گردد.

$$\hat{x}_{tr} = (A_{tr}^T A_{tr})^{-1} A_{tr}^T y \quad (21)$$

$$y' = y - A_{tr} \hat{x}_{tr} \quad (22)$$

در این روابط، A_{tr} ماتریس طرح متناظر با رگرسیون خطی مشابه رابطه‌ی (۸) می‌باشد. همچنین $\hat{x}_{tr}$ برداری شامل دو ضریب آفست و ترند خطی است.

(۲) در گام دوم یک بردار با مقادیر صفر و ابعادی به اندازه‌ی طول بازه‌ی پیش‌بینی (n) به انتهای بردار y'_m اضافه می‌گردد.

(۳) در گام سوم الگوریتم SSA، بر روی برداری که از مرحله‌ی دوم حاصل شد، اعمال شده و با استفاده از مقادیر اولین مولفه‌ی بازسازی شده، مقادیر جدیدی جایگزین بردار پیش‌بینی می‌شوند و سپس بر روی این مقادیر جدید، دوباره الگوریتم SSA اعمال می‌شود و این مرحله تا زمانی ادامه می‌یابد که اختلاف بین اولین مولفه‌ی بازسازی شده بین دو تکرار بسیار کوچک شود.

(۴) همانگونه که اشاره شده یکی از مهم‌ترین چالش‌ها در SSA جداسازی مولفه‌های قطعی است. اگر k مولفه‌ی قطعی در SSA وجود داشته باشند، درگام چهارم روندی که در گام سوم ذکر گردید تا k امین مولفه‌ی بازسازی شده ادامه یابد.

(۵) در گام پنجم، آفست و ترند خطی به مقادیر پیش‌بینی شده‌ی SSA اضافه می‌شوند.

^۱ Moving Average

به‌عنوان مدل بهینه انتخاب می‌شود که دارای AIC کمتری نسبت به مدل‌های دیگر باشد. در حالت کلی، مدل AIC مطابق رابطه (۲۶) محاسبه می‌شود.

$$AIC = 2k - Ln(L) \quad (26)$$

در رابطه (۲۶)، k تعداد پارامترهای مدل آماری است و L مقدار حداکثر تابع درستنمایی برای مدل برآورد شده است. برای مدل $ARMA$ ، معیار AIC به‌صورت رابطه (۴۱) محاسبه می‌شود.

$$AIC(p, q) = Ln(\hat{\sigma}^2(p, q)) + \frac{2 \times (p + q)}{T} \quad (27)$$

در رابطه (۴۱)، p و q به‌ترتیب مرتبه‌های AR و MA ، $\hat{\sigma}^2$ واریانس باقیمانده‌ها و T طول داده‌های بدون فاصله (گپ) سری زمانی می‌باشد.

۲-۶- خطای مطلق میانگین

خطای مطلق میانگین (MAE)^۲، یک معیار مناسب به‌منظور سنجش کیفیت پیش‌بینی‌ها می‌باشد. به‌منظور محاسبه‌ی مقادیر MAE برای پیش‌بینی‌های H روزه‌ی سری زمانی، اگر پیش‌بینی در n_p بازه‌ی H روزه، با میداهای زمانی متفاوت برای سری زمانی انجام شود، مقدار MAE برای روز i ام ($i = 1, \dots, H$) به‌صورت رابطه (۲۸) محاسبه می‌شود.

$$MAE_i = \frac{1}{n_p} \sum_{j=1}^{n_p} (|P_{i,j} - Q_{i,j}|) \quad (28)$$

در رابطه (۲۸)، $P_{i,j}$ مقدار پیش‌بینی مربوط به روز i ام بازه‌ی j ام پیش‌بینی H روزه‌ی i ام است ($j = 1, \dots, n_p$) و $Q_{i,j}$ مقدار واقعی مشاهده شده i امین روز در همان بازه‌ی پیش‌بینی است.

۲-۷- مدل‌سازی اثرات جزر و مد صلبیت زمین و جزر و مد اقیانوسی

سری زمانی LOD شامل اثرات نیروی جزر و مد صلبیت زمین و جزر و مد اقیانوسی است که این اثرات

$$y(t) = c + e(t) + \beta_1 y(t-1) + \beta_2 y(t-2) + \dots + \beta_p y(t-p) \quad (24)$$

$$y(t) = c + e(t) + \sum_{i=1}^p \beta_i y(t-i) + \sum_{i=1}^q \theta_i e(t-i) \quad (25)$$

در روابط فوق، c میانگین سری زمانی، $e(t)$ یک فرآیند تصادفی نویز سفید با واریانس σ^2 ، q مرتبه‌ی مدل MA ، $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_q$ ضرایب مدل $MA(q)$ ، p مرتبه‌ی مدل AR و $\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_p$ ضرایب مدل $AR(p)$ می‌باشند. این مدل‌ها با مرتبه‌ی مناسب به فرآیندهای تصادفی ایستا برازش داده می‌شوند و ضرایب آن‌ها از طریق یک فرآیند بیشینه‌ی شباهت برآورد می‌شوند. مزیت مدل $ARMA$ نسبت به AR و MA این است که این مدل، با پارامترهای کمتری به فرآیندهای تصادفی برازش داده می‌شود و در نتیجه با توجه به طول محدود سری‌های زمانی، برآوردهای مناسب‌تری از پارامترها را داراست. این مدل‌ها تابعی از همبستگی زمانی مشاهدات هستند و به‌همین دلیل می‌توان از آن‌ها برای پیش‌بینی فرآیندهای تصادفی استفاده نمود [۳۰].

۲-۵- معیار اطلاعاتی آکائیکه (AIC)

همانگونه که در بخش قبلی ذکر گردید مدل‌های $ARMA$ تابعی از مراتب p و q هستند لذا تعیین مناسب این مرتبه‌ها یکی از مهم‌ترین مسائل در این مدل می‌باشد. انتخاب مناسب این مرتبه‌ها در مدل $ARMA$ مطابق با آزمون‌های آماری که بر روی مقادیر باقیمانده‌ها تعریف می‌شود، امکان پذیر است. روش‌های AIC و BIC آزمون‌های آماری مورد استفاده برای تشخیص مرتبه‌ی مناسب در مدل $ARMA$ هستند که از لحاظ شناسایی مرتبه‌ی مناسب، تفاوت چندانی ندارند. مدل AIC کیفیت مدل‌های مختلف را مورد ارزیابی قرار می‌دهد. در این مدل، آزمون آماری بین چند مدل انجام می‌شود و مدلی به‌عنوان مدل بهینه انتخاب می‌شود که اطلاعات کمتری را از دست دهد. به‌عنوان مثال، در یک سری زمانی، چند مدل بر مبنای مقدار AIC با یکدیگر رقابت می‌کنند و مدلی

^۲ Mean Absolute Error

^۱ Bayesian information criterion

شامل دوره تناوب‌های نیم روزانه، روزانه، ۵ روزه تا ۱۸/۶ سال می‌باشند. به‌منظور رسیدن به دقت مناسب در پیش‌بینی این مولفه، کنوانسیون سال ۲۰۱۰ IERS این اثرات را مطابق با روابط (۲۹) و (۳۰) مدل نمود [۳۱].

$$\delta\Delta = \sum_{i=1}^{62} B'_i \cos(\xi_i) + C'_i \sin(\xi_i) \quad (29)$$

$$\xi_i = \sum_{j=1}^5 a_{ij} \alpha_j \quad (30)$$

در رابطه (۲۹)، $\delta\Delta$ مقادیر این مدل‌سازی بر سری‌زمانی LOD می‌باشد و ضرایب α_j و a_{ij} مطابق این کنوانسیون محاسبه می‌شوند.

۳- نتایج عددی

در اولین گام در این تحقیق با استفاده از دوره تناوب‌های ۱۸/۶ سالیانه، ۹/۳ سالیانه، سالیانه، نیم‌سالیانه و ۱۲۰ روزه، مدل تابعی مورد نیاز در بخش ۲-۲ ساخته شد [۳]. مدل نوین مشاهدات به منظور کشف مشاهدات اشتباه احتمالی و ارزیابی صحت مشاهدات نوین سفید و بنابراین ماتریس کوواریانس مشاهدات ماتریس همانی (یکه) در نظر گرفته شد و مشاهدات عاری از اشتباه بودند. سپس مطابق بخش ۲-۷ اثرات نیروی جزر و مد صلبیت زمین و جزرومد اقیانوسی مدل شدند و از سری‌زمانی LOD کاسته شدند و سری‌زمانی LODR ساخته شد. شکل ۱ نتایج این مدل‌سازی را نشان می‌دهد. پس از این مرحله آنالیز FFT بر روی سری زمانی LODR صورت گرفت و مشخص شد که دوره تناوب ۳۶۵ روزه، غالب‌ترین دوره تناوب این سری زمانی است. نتایج آنالیز FFT در شکل ۲ ارائه شده است. بنابراین طول پنجره SSA ۳۶۵ روز انتخاب شد [۹].

در گام بعد، به‌منظور انتخاب تعداد مولفه‌های قطعی بهینه برای پیش‌بینی ۱۰ روزهی سری زمانی LOD با استفاده از الگوریتم پیش‌بینی SSA، مطابق روند مشروح در بخش ۲-۳-۴، محدوده‌ی تاریخ ۱ ژانویه سال ۲۰۰۵ تا ۳۰ دسامبر سال ۲۰۰۸، به عنوان داده‌های آموزش، و محدوده‌ی تاریخ ۱ ژانویه ۲۰۰۹ تا ۳۰ دسامبر ۲۰۰۹ به عنوان داده‌های اعتبار سنجی لحاظ گردید (شکل ۱ (بالا)). کیفیت پیش‌بینی‌های ۱۰ روزه، در محدوده‌ی یک ساله‌ی داده‌های اعتبارسنجی، با محاسبه‌ی مقادیر MAE به ازای

مدل‌های مختلف پیش‌بینی تشکیل شده با تعداد $k = 5, 10, 15, \dots$ مولفه‌ی اصلی SSA، مقایسه گردید. مبدا بازه‌های ۱۰ روزهی پیش‌بینی، کلیه‌ی روزهای سال ۲۰۰۹ تا تاریخ ۲۱ دسامبر ۲۰۰۹ در نظر گرفته شد ($n_p = 355, H = 10$). بنابراین بازه‌های پیش‌بینی در محدوده‌ی داده‌های اعتبارسنجی عبارتند از: ۱ تا ۱۰ ژانویه ۲۰۰۹، ۲ تا ۱۱ ژانویه ۲۰۰۹، ۳ تا ۱۲ ژانویه ۲۰۰۹ و به‌همین ترتیب، با گام یک روز، آخرین بازه از تاریخ ۲۱ تا ۳۰ دسامبر ۲۰۰۹. لازم به ذکر است، برای اینکه کلیه‌ی پیش‌بینی‌ها با شرایط یکسان انجام شوند، با تغییر مبدا بازه‌ی پیش‌بینی، طول داده‌هایی که پیش‌بینی براساس آن‌ها انجام می‌شود تغییر نمی‌کند. به عنوان مثال پیش‌بینی در بازه‌ی ۲۱ تا ۳۰ دسامبر ۲۰۰۹ با استفاده از داده‌های ۲۱ دسامبر ۲۰۰۵ تا ۲۰ دسامبر ۲۰۰۹ انجام می‌شود و از داده‌های تا تاریخ ۲۰ دسامبر ۲۰۰۵ در این پیش‌بینی استفاده نمی‌شود. درمجموع ۳۵۵ پیش‌بینی ۱۰ روزه برای پوشش تمام روزهای سال ۲۰۰۹، به‌ازای تمامی مدل‌های پیش‌بینی (با در نظر گرفتن تعداد مولفه‌های اصلی متفاوت) محاسبه گردید. در جدول ۱ دقت مدل‌های پیش‌بینی تشکیل شده با k مولفه‌ی اصلی SSA ($k = 5, 10, \dots$)، با توجه به داده‌های اعتبارسنجی، با ارائه مقدار میانگین MAE ۱۰ روزه مقایسه شده است. قابل مشاهده است که مقدار میانگین MAE با اضافه کردن ۳۰ مولفه اصلی کاهش یافته و پس از آن افزایش یافته‌است. بنابراین مدل پیش‌بینی تشکیل شده با ۳۰ مولفه‌ی اصلی، به‌عنوان مدل بهینه جهت پیش‌بینی ۱۰ روزهی سری زمانی LODR پذیرفته شد.

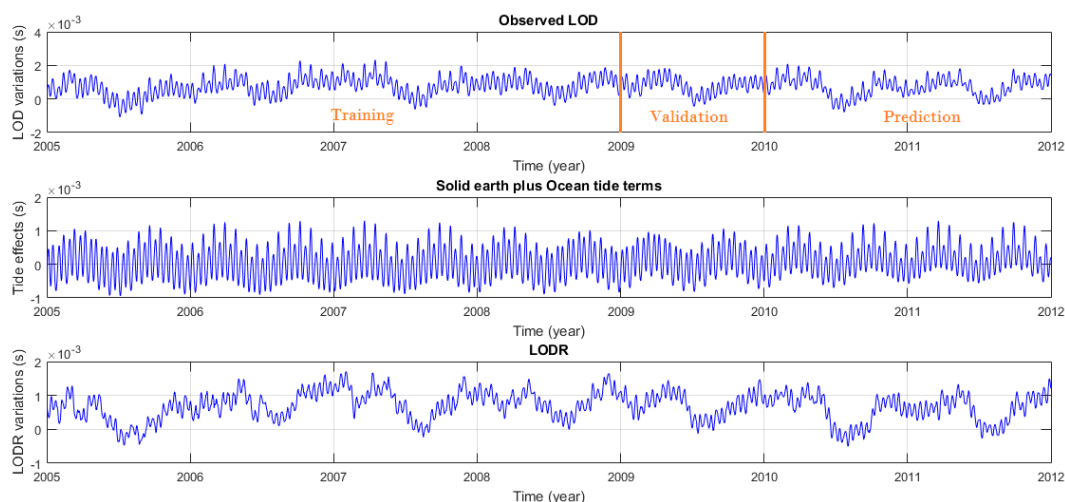
بخش قطعی تغییرات سری زمانی، با استفاده از مدل پیش‌بینی ۱۰ روزهی انتخاب شده در مرحله‌ی قبل (براساس داده‌های اعتبارسنجی) با استفاده از الگوریتم بخش ۲-۳-۳ پیش‌بینی می‌شود. بدین ترتیب پیش‌بینی‌های ۱۰ روزهی سری زمانی LODR به مدت ۲ سال، از تاریخ ۱ ژانویه ۲۰۱۰ تا ۳۰ دسامبر ۲۰۱۱ صورت پذیرفت. برای این دسته از پیش‌بینی‌ها محدوده‌ی تاریخ ۱ ژانویه سال ۲۰۰۶ تا ۳۰ دسامبر سال ۲۰۰۹، به‌عنوان داده‌های آموزش انتخاب شدند. شکل ۳ بازسازی سری زمانی LODR را با ۳۰ مولفه‌ی قطعی در این محدوده‌ی زمانی نمایش می‌دهد. محدوده‌ی داده‌های مورد پیش‌بینی، در قاب بالای شکل ۱ نمایش داده شده است.

به طور مشابه بازه‌های پیش‌بینی عبارتند از: ۱ تا ۱۰ ژانویه ۲۰۱۰، ۲ تا ۱۱ ژانویه ۲۰۱۰ و به همین ترتیب، با تغییر یک روزه‌ی روز اول پیش‌بینی، از تاریخ ۲۱ تا ۳۰ دسامبر ۲۰۱۱. پیش‌بینی‌ها با استفاده از ۳۰ مولفه‌ی اول حاصل از SSA به عنوان مولفه‌های اصلی (قطعی) انجام شد.

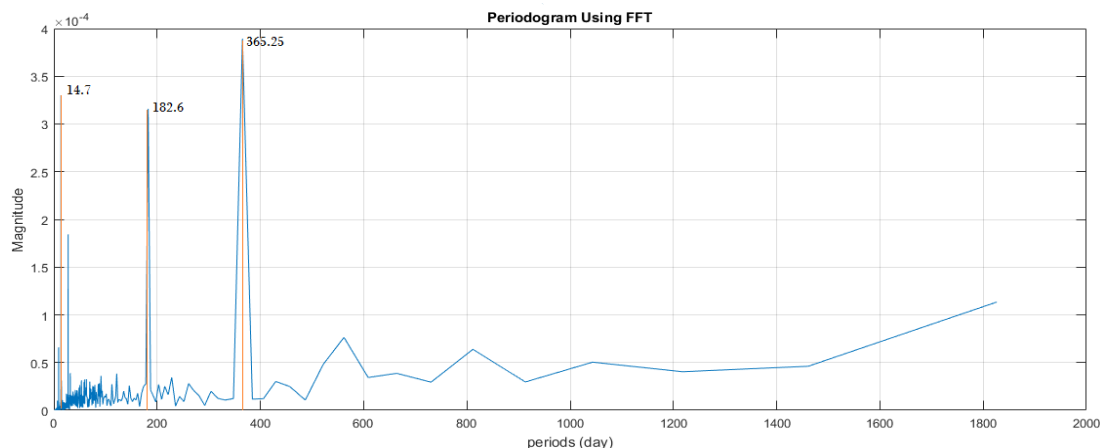
جدول ۱- مقادیر میانگین MAE مدل‌های پیش‌بینی تشکیل شده با k مولفه‌ی اصلی SSA ($k=5,10,\dots$)، با توجه به داده‌های اعتبارسنجی

مقدار k	میانگین MAE
۵	۰/۲۳
۱۰	۰/۱۹
۱۵	۰/۱۶
۲۰	۰/۱۴
۲۵	۰/۱۲
۳۰	۰/۱۰
۳۵	۰/۱۱

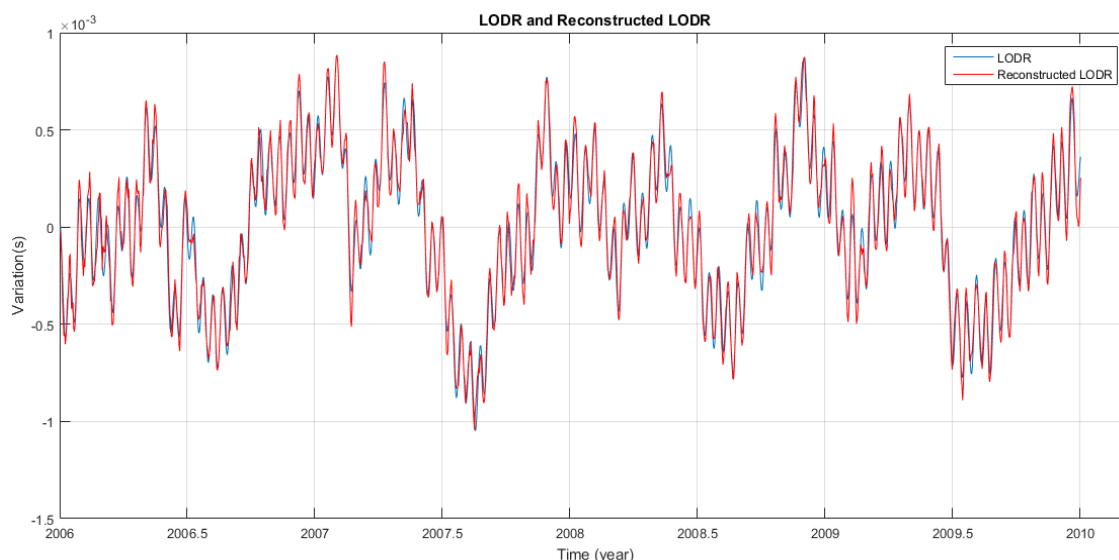
بخش باقیمانده‌ی تغییرات سری زمانی که رفتارهای تصادفی سری زمانی را تشکیل می‌دهند با استفاده از فرآیندهای میانگین متحرک و اتورگرسیو (ARMA) و با بهره‌گیری از همبستگی زمانی رفتارهای تصادفی در زمان‌های مشاهداتی متوالی پیش‌بینی می‌شود. بنابراین برای هر بازه‌ی پیش‌بینی، به سری زمانی بازسازی شده از باقیمانده‌ی مولفه‌ها (از مولفه‌ی ۳۱ تا ۳۶۵) تا قبل از مبدا پیش‌بینی، مدل مناسب ARMA برازش داده شد. مرتبه‌ی p و q متناظر با فرآیند ARMA برای هر بازه‌ی پیش‌بینی با استفاده از مدل AIC محاسبه گردید. پس از محاسبه‌ی ضرایب مدل ARMA رفتار تصادفی سری زمانی برای بازه‌ی ۱۰ روزه‌ی پیش‌بینی برون‌یابی شد. در نهایت به منظور پیش‌بینی سری زمانی LOD، به مقادیر قطعی و تصادفی پیش‌بینی شده، اثرات نیروی جزر و مد صلبیت زمین و جزر و مد اقیانوسی، اضافه شدند. در مجموع ۷۲۰ پیش‌بینی به منظور پوشش تمام روزهای ۲۰۱۰ و ۲۰۱۱ محاسبه گردید.



شکل ۱- نمودارهای سری زمانی LOD مشاهداتی، نمودار سری زمانی مدل‌سازی جزر و مد صلبیت زمین و اقیانوسی بر LOD و نمودار سری زمانی LODR



شکل ۲- نمودار پریودوگرام اعمال FFT بر سری زمانی LODR



شکل ۳- سری زمانی LODR و مولفه‌های بازسازی شده آن توسط SSA

دقت پیش‌بینی‌ها با محاسبه‌ی مقادیر MAE تعیین شده و نتایج این تحقیق با روش‌های ^۱ LSE، ^۲ LS+AR، ^۳ LSC، ^۴ AR، ^۵ HE، ^۶ NN، آنالیز موجک^۷، تبدیل سازگار^۸ مقایسه شده است که نتایج این مقایسه در جدول ۲ ارائه شده است [۹]، [۱۸]. قابل مشاهده است که دقت پیش‌بینی‌ها نسبت به سایر روش‌ها در تمام روزهای پیش‌بینی به‌طور قابل مقایسه‌ای بهبود داشته است.

جدول ۲- مقادیر MAE پیش‌بینی ۱۰ روزه سری زمانی LOD با استفاده از روش‌های مختلف بر حسب واحد ms

روز پیش‌بینی	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰	
SSA + ARMA	۰/۰۵۷	۰/۰۶۶	۰/۰۷۳	۰/۰۷۷	۰/۰۸۰	۰/۰۸۲	۰/۰۸۵	۰/۰۸۷	۰/۰۹۰	۰/۰۹۴	
LSE	۰/۰۶۱	۰/۰۸۸	۰/۱۰۷	۰/۱۱۷	۰/۱۲۸	۰/۱۳۸	۰/۱۵۱	۰/۱۶۳	۰/۱۷۱	۰/۱۷۳	
LS+AR	۰/۰۷۰	۰/۰۹۷	۰/۱۱۸	۰/۱۳۳	۰/۱۴۲	۰/۱۴۳	۰/۱۵۴	۰/۱۷۱	۰/۱۷۹	۰/۱۸۸	
LSC	۰/۱۷۶	۰/۲۲۲	۰/۲۴۵	۰/۲۶۶	۰/۲۷۶	۰/۲۷۵	۰/۲۶۴	۰/۲۵۵	۰/۲۵۴	۰/۲۵۵	
AR	۰/۱۵۴	۰/۱۸۲	۰/۱۸۳	۰/۱۹۳	۰/۲۰۷	۰/۲۱۶	۰/۲۲۴	۰/۲۳۹	۰/۲۵۳	۰/۲۶۱	
HE	۰/۰۹۳	۰/۱۵۷	۰/۲۰۰	۰/۲۳۵	۰/۲۵۷	۰/۲۸۱	۰/۲۸۹	۰/۲۷۹	۰/۲۷۳	۰/۲۶۶	
NN	۰/۱۶۱	۰/۱۹۶	۰/۲۱۸	۰/۲۳۷	۰/۲۵۰	۰/۲۵۷	۰/۲۵۶	۰/۲۵۷	۰/۲۶۴	۰/۲۷۴	
wavelet	۰/۰۹۶	۰/۱۳۱	۰/۱۶۴	۰/۱۹۷	۰/۲۳۳	۰/۲۵۸	۰/۲۷۱	۰/۳۲۲	۰/۳۱۳	۰/۳۹۸	
Adaptive transform	۰/۱۶۵	۰/۱۵۸	۰/۱۶۲	۰/۱۵۹	۰/۱۶۰	۰/۱۶۰	۰/۱۵۴	۰/۱۷۹	۰/۵۲۸	۰/۵۹۳	

^۱ Least squares extrapolatio

^۲ Least squares

^۳ Least squares collocation

^۴ Harmonic and exponential

^۵ Neural networks

^۶ wavelet

^۷ Adaptive transform

۴- نتیجه گیری

پارامترهای دوران زمین نقش بسیار کلیدی در کاربردهایی همچون تعیین دقیق مدار ماهواره‌ها برای ایجاد ارتباط بین سیستم مختصات سماوی و زمینی دارند. بدلیل این‌که مشاهدات این پارامترها با تکنیک‌های مختلف ژئودتیکی مانند VLBI، SLR، LLR و ... حاصل می‌شوند، بدلیل وجود پیچیدگی‌های پردازش، به‌صورت لحظه‌ای در اختیار کاربران قرار نمی‌گیرند و برای کاربردهایی همچون تعیین لحظه‌ای مدار ماهواره‌ها، این پارامترها موجود نمی‌باشند. همین امر باعث لزوم بر پیش‌بینی‌های کوتاه‌مدت این می‌گردد و قابل ذکر است که پیش‌بینی‌های کوتاه‌مدت این پارامترها بسیار کاربردی‌تر از پیش‌بینی‌های بلندمدت آن‌ها می‌باشند. روش‌های مختلف آنالیزهای سری‌های زمانی از دیرباز تاکنون بر روی این پارامترها پیاده‌سازی شده است و جدای از شناسایی ساختارهای تناوبی آن‌ها، اصلی‌ترین هدف، پیش‌بینی آن‌ها با تکنیک‌های مختلف سری‌های زمانی بوده است. سری زمانی LOD تغییرات در نرخ دوران زمین را نشان می‌دهد و به‌دلیل وقوع پدیده‌های مختلف در سیگنال‌های LOD، پیش‌بینی آن بسیار دشوار است. در این تحقیق از ترکیب روش SSA به‌همراه ARMA استفاده شده است. روش SSA در مطالعات مختلف ژئودتیکی به‌عنوان روشی نوین، اخیراً مورد استفاده قرار گرفته است. مزیت این روش، ثابت نبودن دامنه و فاز سیگنال‌های موجود در سری زمانی مورد بررسی است چراکه در روش‌های پارامتریک

دامنه و فاز همواره ثابت هستند و این امر باعث افت دقت پیش‌بینی‌ها می‌گردد. همچنین مدل پیش‌بینی ARMA نیز برای پیش‌بینی رفتارهای تصادفی مناسب است. بنابراین ترکیب روش SSA با ARMA می‌تواند ترکیبی ایده‌آلی برای پیش‌بینی سری‌های زمانی مختلف باشد. در این تحقیق به‌منظور رسیدن به دقت مناسب، اثراتی مانند جزر و مد صلبیت زمین و جزر و مد اقیانوسی، مطابق با کنوانسیون سال ۲۰۱۰ IERS مدل شدند و مقادیر آن‌ها از سری زمانی LOD کاسته شد و پس از انجام پیش‌بینی‌ها، مقادیر این اثرات برای روزهایی که پیش‌بینی شدند، اضافه گردید [۳۱]. به‌منظور سنجش دقت روش ارائه شده، این روش با دیگر روش‌های موجود مقایسه شده است. نتایج نشان داد که روش SSA به‌همراه ARMA نسبت به روش‌های LSE و LS+AR EOP PC که دارای دقت بهتری نسبت به سایر روش‌ها هستند، دقت بهتری دارد. میزان بهبود دقت برای روزهای اول تا دهم نسبت به روش LSE که دارای دقت بهتری نسبت به دیگر روش‌هاست، به‌ترتیب ۱/۰۷، ۱/۳۴، ۱/۴۶، ۱/۵۲، ۱/۶۰، ۱/۶۸، ۱/۷۸، ۱/۸۷، ۱/۹۰ و ۱/۸۴ برابر است. احتمالاً علت بهبود دقت‌ها بدلیل مزیت الگوریتم SSA در ثابت نبودن دامنه و فاز سیگنال‌ها نسبت به روش‌های پارامتریک است. بنابراین باتوجه به این نتایج، روش ارائه شده می‌تواند روش موثر و قابل مقایسه‌ای با دیگر روش‌های مورد بررسی باشد.

مراجع

- [1] O. Akyilmaz and H. Kutlerer, 'Prediction of Earth rotation parameters by fuzzy inference systems', J. Geod., vol. 78, no. 1-2, Sep. 2004, doi: 10.1007/s00190-004-0374-5.
- [2] D. Zhao and Y. Lei, 'A technique to reduce the edge effect in least squares extrapolation for enhanced Earth orientation prediction', Stud. Geophys. Geod., vol. 64, no. 3, pp. 293-305, Jul. 2020, doi: 10.1007/s11200-021-0546-2.
- [3] F. Wu, G. Chang, and K. Deng, 'One-step method for predicting LOD parameters based on LS+AR model', J. Spat. Sci., vol. 66, no. 2, pp. 317-328, May 2021, doi: 10.1080/14498596.2019.1618401.
- [4] 'Global optimization of core station networks for space geodesy: application to the referencing of the SLR EOP with respect to ITRF - NASA/ADS'. <https://ui.adsabs.harvard.edu/abs/2010JGeod...84...31C/abstract> (accessed Oct. 08, 2021).
- [5] 'Dickey J, Newhall X, Williams J (1985) Earth orientation from Lunar Laser Ranging and an error analysis polar motion services. J Geophys Res Solid Earth 90(B11):9353-9362'.
- [6] 'Angermann D, Seitz M, Drewes H (2010) Analysis of the DORIS contributions to IRTF2008. Adv Space Res 46(12):1633-1647'.
- [7] 'Dow JM, Neilan RE, Rizos C (2009) The international GNSS service in a changing landscape of Global Navigation Satellite Systems. J Geod83(3-4):191-198'.

- [8] 'Schuh H, Schmitz-Hübsch H (2000) Short period variations in earth rotation as Seen by VLBI. *Surv Geophys* 21(5-6):499-520'.
- [9] S. Modiri, S. Belda, M. Hoseini, R. Heinkelmann, J. M. Ferrándiz, and H. Schuh, 'A new hybrid method to improve the ultra-short-term prediction of LOD', *J. Geod.*, vol. 94, no. 2, p. 23, Feb. 2020, doi: 10.1007/s00190-020-01354-y.
- [10] T. Niedzielski and W. Kosek, 'Prediction of UT1-UTC, LOD and AAM χ^3 by combination of least-squares and multivariate stochastic methods', *J. Geod.*, vol. 82, no. 2, pp. 83-92, Feb. 2008, doi: 10.1007/s00190-007-0158-9.
- [11] D. Gambis and B. Luzum, 'Earth rotation monitoring, UT1 determination and prediction', *Metrologia*, vol. 48, no. 4, pp. S165-S170, Aug. 2011, doi: 10.1088/0026-1394/48/4/S06.
- [12] S. Modiri, S. Belda, R. Heinkelmann, M. Hoseini, J. M. Ferrándiz, and H. Schuh, 'Polar motion prediction using the combination of SSA and Copula-based analysis', *Earth Planets Space*, vol. 70, no. 1, p. 115, Dec. 2018, doi: 10.1186/s40623-018-0888-3.
- [13] R. T. H. Barnes, R. Hide, A. A. White, and C. A. Wilson, 'Atmospheric angular momentum fluctuations, length-of-day changes and polar motion', *Proc. R. Soc. Lond. Math. Phys. Sci.*, vol. 387, no. 1792, pp. 31-73, May 1983, doi: 10.1098/rspa.1983.0050.
- [14] P. M. Mathews, B. A. Buffett, T. A. Herring, and I. I. Shapiro, 'Forced nutations of the earth: influence of inner core dynamics 1. Theory', *J. Geophys. Res.*, vol. 96, no. B5, Art. no. B5, 1991.
- [15] J. L. Chen and C. R. Wilson, 'Hydrological excitations of polar motion, 1993-2002', *Geophys. J. Int.*, vol. 160, no. 3, pp. 833-839, Mar. 2005, doi: 10.1111/j.1365-246X.2005.02522.x.
- [16] D. D. McCarthy and B. J. Luzum, 'Prediction of Earth orientation', *Bull. Géod.*, vol. 65, no. 1, pp. 18-21, Mar. 1991, doi: 10.1007/BF00806338.
- [17] J. Nastula, T. M. Chin, R. Gross, J. Śliwińska, and M. Wińska, 'Smoothing and predicting celestial pole offsets using a Kalman filter and smoother', *J. Geod.*, vol. 94, no. 3, p. 29, Mar. 2020, doi: 10.1007/s00190-020-01349-9.
- [18] M. Kalarus et al., 'Achievements of the Earth orientation parameters prediction comparison campaign', *J. Geod.*, vol. 84, no. 10, pp. 587-596, Oct. 2010, doi: 10.1007/s00190-010-0387-1.
- [19] H. Schuh, M. Ulrich, D. Egger, J. Müller, and W. Schwegmann, 'Prediction of Earth orientation parameters by artificial neural networks', *J. Geod.*, vol. 76, no. 5, pp. 247-258, May 2002, doi: 10.1007/s00190-001-0242-5.
- [20] O. Akyilmaz and H. Kutterer, 'Prediction of Earth rotation parameters by fuzzy inference systems', *J. Geod.*, vol. 78, no. 1-2, Sep. 2004, doi: 10.1007/s00190-004-0374-5.
- [21] O. Akyilmaz, H. Kutterer, C. K. Shum, and T. Ayan, 'Fuzzy-wavelet based prediction of Earth rotation parameters', *Appl. Soft Comput.*, vol. 11, no. 1, pp. 837-841, Jan. 2011, doi: 10.1016/j.asoc.2010.01.003.
- [22] W. Kosek, M. Kalarus, T. J. Johnson, W. H. Wooden, D. D. McCarthy, and W. Popinski, 'A COMPARISON OF LOD AND UT1-UTC FORECASTS BY DIFFERENT COMBINED PREDICTION TECHNIQUES', p. 9.
- [23] Z. Malkin and N. Miller, 'Chandler wobble: two more large phase jumps revealed', *Earth Planets Space*, vol. 62, no. 12, pp. 943-947, Dec. 2010, doi: 10.5047/eps.2010.11.002.
- [24] Y. Shen, J. Guo, X. Liu, Q. Kong, L. Guo, and W. Li, 'Long-term prediction of polar motion using a combined SSA and ARMA model', *J. Geod.*, vol. 92, no. 3, pp. 333-343, Mar. 2018, doi: 10.1007/s00190-017-1065-3.
- [25] X. Jin, X. Liu, J. Guo, and Y. Shen, 'Analysis and prediction of polar motion using MSSA method', *Earth Planets Space*, vol. 73, no. 1, p. 147, Dec. 2021, doi: 10.1186/s40623-021-01477-2.
- [26] Q. Kong, L. Zhang, L. Han, J. Guo, D. Zhang, and W. Fang, 'Analysis of 25 Years of Polar Motion Derived from the DORIS Space Geodetic Technique Using FFT and SSA Methods', *Sensors*, vol. 20, no. 10, p. 2823, May 2020, doi: 10.3390/s20102823.
- [27] A. Amiri-Simkooei, *Least-squares variance component estimation: theory and GPS applications*. Delft: NCG, 2007.
- [28] 'Broomhead DS, King GP (1986) Extracting qualitative dynamics from experimental data. *Physica D* 20(2-3):217-236'.
- [29] 'Vautard, R., and M. Ghil (1989), Singular spectrum analysis in nonlinear dynamics, with applications to paleoclimatic time series, *Physica D: Nonlinear Phenomena*, 35(3), 395-424.'
- [30] 'Priestley, M. B. (1981). *Spectral analysis and time series: probability and mathematical statistics* (No. 04; QA280, P7.).'
- [31] G. Petit and B. Luzum, '(IERS Technical Note; No. 36)', no. 36, p. 179.