

بررسی اثر توپوگرافی در تعیین ژئوئید (مطالعه‌ی موردی: شمال غرب ایران)

امید معماریان سرخابی^{۱*}، علیرضا نادری^۱، سید روح الله عمادی^۲

^۱ کارشناس ارشد ژئودزی - دانشگاه آزاد اسلامی - واحد اهر
{omidmmaryan, naderilali2010}@gmail.com

^۲ استادیار گروه مهندسی نقشه برداری - دانشگاه آزاد اسلامی - واحد تهران جنوب
rs_emadi@yahoo.com

(تاریخ دریافت فروردین ۱۳۹۳، تاریخ تصویب مرداد ۱۳۹۳)

چکیده

از آنجائیکه تصحیح توپوگرافی جاذبه نقش مهمی در تعیین ژئوئید دقیق به ویژه در مناطق ناهموار دارد، از این رو در این مقاله به بررسی روش های مختلف این تصحیح و اثرات آن بر روی شتاب ثقل و ارتفاع ژئوئید پرداخته شده است. بدین منظور منطقه‌ی شمال غرب ایران با محدوده‌ی عرض جغرافیایی $35.5 \leq \varphi \leq 40.5$ و طول جغرافیایی $44.5 \leq \lambda \leq 49.5$ انتخاب شده است. وبر پایه روش‌های معکوس رودزکی، روش دوم متراکم سازی هلمرت، مدل باقیمانده‌ی توپوگرافی، روش ایزوستازی آیری-هیسکانن و پرت-هایفورد، تاثیرات مستقیم و غیر مستقیم توپوگرافی بر روی شتاب ثقل و ارتفاع ژئوئید بدست آمده است. موجود در منطقه نشان می دهد که ژئوئید بدست آمده از روش معکوس رودزکی از نظر دقت قابل مقایسه با روش هلمرت بوده همچنین اثرات غیر مستقیم این تصحیح بر روی ارتفاع ژئوئید صفر می باشد. لذا می تواند به عنوان روشی مناسب مورد استفاده قرار گیرد.

واژگان کلیدی: تصحیح جاذبه، ژئوئید، رودزکی، هلمرت

* نویسنده رابط

۱- مقدمه

اثر مستقیم و غیر مستقیم این روش در نوشته‌های متعدد بحث شده است [۲]، [۴]، [۵]، [۶]، [۷]، [۸].

مدل باقیمانده‌ی توپوگرافی (RTM)^۶ که یک روش ایزوستازی نیست ولی آنامولی‌های مشابه روش‌های ایزوستازی تولید می‌کند، تقریباً دو دهه به عنوان یک ابزار مناسب برای تصحیح جرم‌های توپوگرافی جهت محاسبه شبه ژئوئید^۷ بکار رفته است [۳]. علاوه بر روش RTM و روش دوم تراکم هلمرت، مطالعات اخیر روی روش اول تراکم هلمرت و روش‌های ایزوستازی را می‌توان به عنوان کشف روش‌های متفاوت تصحیح جاذبی جهت تعیین ژئوئید در نظر گرفت [۵].

یکی از روش‌های جالب تصحیح جاذبی، روش معکوس رودزکی^۸ می‌باشد که توسط دانشمند لهستانی به نام رودزکی در سال ۱۹۰۵ ارائه شد [۱]. او فرض کرد پتانسیل جرم‌های توپوگرافی روی ژئوئید معادل پتانسیل جرم‌های توپوگرافی وارونه شده درون ژئوئید است. با وجود کارهای ابتکاری رودزکی و تاکید لامبرت (۱۹۳۰) بر این روش، نه در گذشته و نه در حال حاضر مورد استفاده قرار گرفت. این روش نه از نظر ریاضی و نه از لحاظ ژئوفیزیکی دارای معنای خاصی نمی‌باشد و در تعیین ژئوئید بکار نمی‌رود.

هدف اصلی این پژوهش حل مسأله ژئوئید در تقریب سطحی با بکارگیری روش‌های مختلف تصحیح جاذبی جهت تعیین ژئوئید دقیق است. حل مسأله ژئوئید بر اساس روش معکوس رودزکی، روش دوم تراکم هلمرت، مدل باقیمانده‌ی توپوگرافی و روش‌های ایزوستازی آیری-هیسکانن و پرت-هایفورد مورد مطالعه قرار می‌گیرد و در بخش‌هایی که در تعیین ژئوئید دقیق مفیدند، با هم مقایسه می‌شوند.

۲- روش‌های تصحیح جاذبی

روش‌های مختلفی برای تصحیح جاذبی و حذف جرم-های توپوگرافی بالای ژئوئید در حل کلاسیک مسأله مقدار مرزی با فرمول استوکس وجود دارد. در این پژوهش از روش‌های متعددی استفاده شده است.

اثر توپوگرافی یکی از پارامترهای مهم در مسأله مقدار مرزی^۱ ژئودزی می‌باشد و در تعیین ژئوئید دقیق خیلی مهم است. در حل مسأله مرزی به روش کلاسیک با استفاده از فرمول استوکس برای تعیین ژئوئید فرض بر این است که هیچ جرمی خارج از ژئوئید وجود ندارد. به مرحله‌ای که جرم خارج ژئوئید حذف و مشاهدات شتاب ثقل انجام شده در سطح زمین، به سطح ژئوئید منتقل شود تصحیح‌های جاذبی^۲ می‌گویند. آنامولی‌های جاذبی باید به ژئوئید تصحیح یابند و برای اینکار به توپوگرافی زمین واقعی نیاز داریم. رفتار فیزیکی و ریاضی این موضوع نقش مهمی در محاسبه ژئوئید دقیق محلی یا منطقه‌ای دارد. روش‌های مختلفی برای تصحیح این آنامولی‌ها به ژئوئید وجود دارد که اختلاف آن‌ها به نحوه توزیع جرم-های توپوگرافی خارج ژئوئید بستگی دارد. هر یک از این روش‌ها به شیوه متفاوت مسأله توپوگرافی را حل می‌کند. در صورتی که اثر غیر مستقیم توپوگرافی این روش‌ها ثابت در نظر گرفته شود، باید به ژئوئید یکسان با استفاده از این روش‌ها رسید [۲]، [۱].

انتخاب یک روش خاص به مقدار اثر غیرمستقیم، مقدار آنامولی‌های جاذبی حاصله و میزان همواری بودن آنها بستگی دارد. به عنوان مثال، گرادیان کامل بوگه تمام جرم‌های توپوگرافی روی ژئوئید را حذف می‌کند ولی اثر غیر مستقیم بزرگی تولید می‌کند. گرادیان‌های ایزوستازی مانند پرت-هایفورد^۳ (PH)، آیری-هیسکانن^۴ (AH) جرم-های توپوگرافی را با تصحیح این جرم‌ها به داخل ژئوئید مطابق مدل ایزوستازی خود حذف می‌کند و همه ویژگی-های یک روش تصحیح خوب را دارد. اثر غیر مستقیم روش‌های ایزوستازی حدود چند متر است که خیلی کمتر از گرادیان کامل بوگه است ولی هنوز بزرگتر از روش دوم تراکم هلمرت^۵ است. بنابراین در ۷۰ سال اخیر، جهت تعیین ژئوئید استفاده نشده است. در روش دوم هلمرت جرم‌های توپوگرافی میان ژئوئید و سطح زمین، روی ژئوئید متراکم می‌شود تا به شکل یک لایه مسطح در آید.

۱ Boundary Value Problem

۲ Gravity Reductions

۳ Airy-Heiskanen

۴ Pratt-Hayford

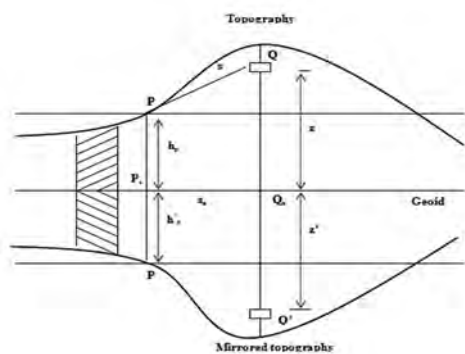
۵ Helmert

۶ Residual Terrain Model

۷ Quasigeoid

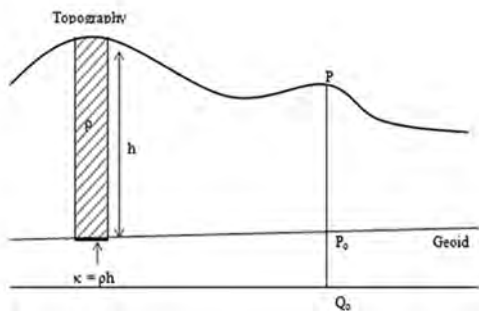
۸ Rudzki

روش معکوس رودزکی تنها روشی است که تغییر سطح هم پتانسیل ندارد و در نتیجه اثر غیر مستقیم آن صفر است. توپوگرافی بالای ژئوئید به طور آینه‌ای به داخل ژئوئید قرینه می‌شود. به این جرم‌های قرینه شده جرم‌های آینه‌ای گفته می‌شود که در شکل ۳ نشان داده شده است [۱]. همچنین این روش دارای معنی ژئوفیزیکی نیست.



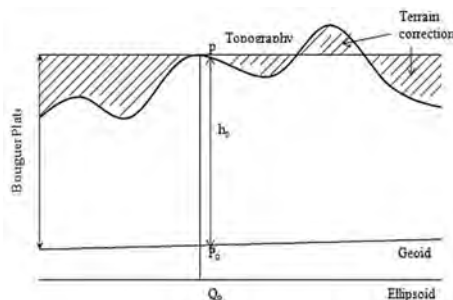
شکل ۳- روش معکوس رودزکی [۱]

روش دوم تراکم هلمرت یکی از معمول‌ترین روش‌های تصحیح جاذبی است که در عمل برای تعیین ژئوئید بکار می‌رود. در این روش جرم‌های توپوگرافی به عنوان یک لایه سطحی روی ژئوئید متراکم می‌شود. هلمرت این شیوه تراکم را به دو روش مطرح کرد که بستگی به مکان این لایه بی‌نهایت نازک دارد. در روش اول تراکم این سطح به موازات ژئوئید و در فاصله ۲۱ کیلومتر در زیر آن قرار گرفته است (این ۲۱ کیلومتر معادل اختلاف طول محورهای اطول و اقصر بیضوی مبنا می‌باشد). در حالیکه در روش دوم جرم‌های توپوگرافی روی ژئوئید متراکم می‌شود. روش اول تراکم هلمرت برای تعیین ژئوئید بکار نمی‌رود. شکل ۴ روش دوم هلمرت را نشان می‌دهد. همچنین این روش دارای اثر غیر مستقیم خیلی کوچک و دارای معنی ژئوفیزیکی نیست.



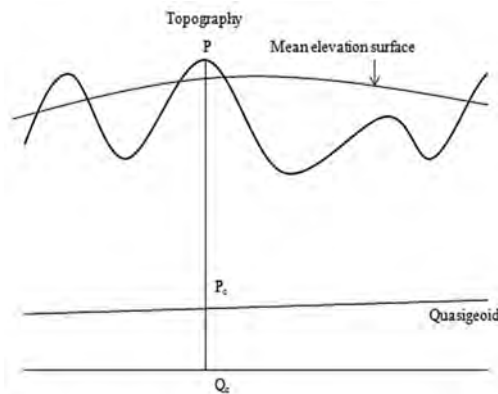
شکل ۴- روش دوم تراکم هلمرت [۱]

روش بوگه یکی از معمول‌ترین روش جهت تصحیح جاذبی هم در ژئودزی و هم در ژئوفیزیک است. در ژئودزی جهت درونیابی جاذبی بکار می‌رود و در تعیین ژئوئید کاربردی ندارد. این روش همه جرم‌های بالای ژئوئید را با استفاده از یک صفحه بوگه حذف می‌کند. تصحیح توپوگرافی که تاثیر توپوگرافی اطراف صفحه بوگه را نشان می‌دهد، باید همه جرم‌های بالای ژئوئید را حذف کند. روش تصحیح بوگه که شامل تصحیح توپوگرافی می‌باشد، بوگه تصحیح شده گویند. شکل ۱ روش بوگه را نشان می‌دهد. صفحه بوگه به ضخامت h_p که معادل ارتفاع نقطه P است، همه جرم‌های بالای ژئوئید را حذف می‌کند و فقط تصحیح توپوگرافی باقی می‌ماند. همچنین این روش دارای اثر غیر مستقیم خیلی بزرگ و دارای معنی ژئوفیزیکی است.

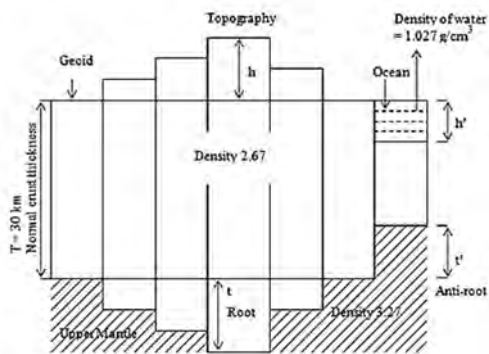


شکل ۱- روش بوگه [۱]

مدل باقیمانده‌ی توپوگرافی یکی از روش‌های معمول جهت تصحیح جاذبی در تعیین ژئوئید است که ارائه شده است. یک سطح متوسط ارتفاعی به عنوان مبنا می‌باشد که با فیلتر پایین گذر از ارتفاعات محلی بیان می‌شود. جرم‌های توپوگرافی روی و زیر این سطح حذف می‌شود. شکل ۲ این روش را نشان می‌دهد. یک شبه ژئوئید با بکارگیری این روش تعریف می‌شود. همچنین این روش دارای اثر غیر مستقیم خیلی کوچک و دارای معنی ژئوفیزیکی نیست.



شکل ۲- روش مدل باقیمانده‌ی توپوگرافی [۱]



شکل ۶- روش آیری-هیسکانن [۱]

۳- روابط محاسبه ژئوئید

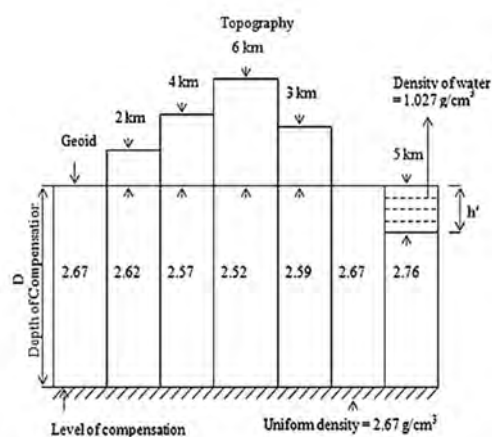
مدل ژئوپتانسیل جهانی، اطلاعات جاذبی محلی و مدل رقومی زمین به ترتیب فرکانس پایین، متوسط و بلند موج جاذبی را نشان می‌دهد. در این پژوهش تعیین ژئوئید با بکارگیری تکنیک حذف و ترمیم^۱ در هر یک از روش‌های تصحیح جاذبی به سمت پایین در تقریب سطحی انجام می‌شود. هر کدام از روش‌ها به شیوه متفاوت با توپوگرافی برخورد می‌کند. ابتدا آنامولی‌های جاذبی در یک مرحله حذف با بکارگیری روش‌های تصحیح جاذبی کاهش می‌یابد تا مقادیر مرزی روی ژئوئید فرموله شود که بصورت رابطه‌ی ۱ است.

$$\Delta g_r = \Delta g_F - \Delta g_r - \Delta g_{GM} \quad (1)$$

که Δg_F آنامولی هوای آزاد، Δg_T اثر مستقیم توپوگرافی روی جاذبی در هر روش تصحیح جاذبی و Δg_{GM} آنامولی جاذبی مرجع از یک مدل ژئوپتانسیل می‌باشد.

سطحی که با فرمول استوکس بدون در نظر گرفتن اثر غیر مستقیم بدست می‌آید کوژژئوئید نامیده می‌شود. این سطح ژئوئید منظم شده نیز نامیده می‌شود. چرا که با مرتب کردن جرم‌های بالای ژئوئید به عنوان نیازهای روش استوکس بدست می‌آید. شکل ۷ رابطه کوژژئوئید^۲ و ژئوئید را نشان می‌دهد.

روش پرت-هایفورد یکی از روش‌های تصحیح جرم ایزوستازی-توپوگرافی است که در ژئودزی فیزیکی بکار می‌رود. جرم توپوگرافی روی ژئوئید بین یک سطح جبرانی و سطح دریا پخش می‌شود که در شکل ۵ نشان داده شده است. چگالی زیر این سطح جبرانی یکنواخت است. درحالی‌که جرم هر ستون از مقطع معادل جرم بالای سطح جبرانی است. پس از حذف جرم‌های توپوگرافی به همراه سطح جبرانی ایزوستازیش، یک پوسته همگن با چگالی ثابت و عمق ثابت حاصل می‌شود. همچنین این روش دارای اثر غیر مستقیم کوچک (بزرگتر از هلمرت) و دارای معنی ژئوفیزیکی است.



شکل ۵- روش پرت-هایفورد [۱]

مدل آیری-هیسکانن یکی دیگر از روش‌های تصحیح جرم ایزوستازی-توپوگرافی است که در ژئودزی و ژئوفیزیک بکار می‌رود. در این روش توپوگرافی برداشته می‌شود تا ریشه قاره‌ها پر شود. این قاره‌ها باعث می‌شود مقدار ثابت چگالی به اندازه چگالی بالای گوشته برسد. پس از حذف جرم‌های توپوگرافی به همراه سطح جبرانی ایزوستازیش، یک پوسته همگن با چگالی ثابت و ضخامت پوسته نرمال ثابت حاصل می‌شود. این تئوری در شکل ۶ نشان داده شده است. آیری نشان داد که کوهستان‌ها عمیق تر از دشت‌ها در مواد با چگالی بالاتر شناور هستند. همچنین این روش دارای اثر غیر مستقیم کوچک (بزرگتر از هلمرت) و دارای معنی ژئوفیزیکی است.

۱ Remove-Restore
۱ Cogeoid

ژئوئید کامل بدست آمده به عنوان نتیجه مرحله ترمیم، به صورت رابطه‌ی ۵ بیان می‌شود.

$$N = N_{GM} + N_{\Delta g} + N_{ind} \quad (5)$$

که N_{GM} طول موج بلند ژئوئید است که از مدل ژئوپتانسیل بدست می‌آید. $N_{\Delta g}$ ژئوئید باقیمانده را نشان می‌دهد که با بکارگیری Δg_r از رابطه‌ی ۱ در فرمول استوکس بدست می‌آید. N_{ind} اثر غیر مستقیم روی ژئوئید است که بستگی به روش تصحیح جاذبی بکار رفته دارد. N_{GM} ارتفاع ژئوئید مرجع از مدل ژئوپتانسیل از رابطه‌ی ۶ بدست می‌آید.

$$N_{GM} = R \sum_{n=2}^{n_{max}} \sum_{m=0}^n [C_{nm} \cos m\lambda_p + S_{nm} \sin m\lambda_p] P_{nm}(\sin \varphi_p) \quad (6)$$

فرمول استوکس برای حل BVP از رابطه‌ی ۷ بدست می‌آید.

$$N = \frac{R}{4\pi\gamma} \int_{\sigma} \int \Delta g S(\psi) d\sigma \quad (7)$$

فرمول بالا با بکارگیری آنامولی جاذبی شبکه بندی شده به صورت رابطه‌ی ۸ در می‌آید.

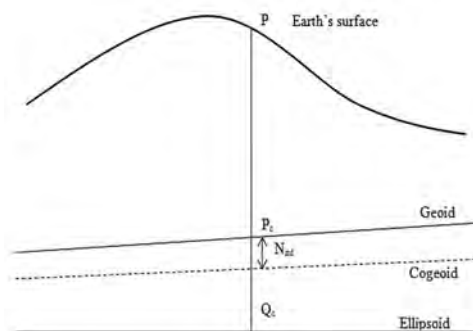
$$N_{GM} = \frac{\Delta\varphi\Delta\lambda R}{4\pi\gamma} \sum_{n=0}^{N-1} \sum_{m=0}^{M-1} \Delta g_r(\varphi_n, \lambda_n) \cos\varphi_n S(\varphi_p, \lambda_p, \varphi_n, \lambda_m) \quad (8)$$

که Δg_r آنامولی جاذبی منتقل شده با رابطه‌ی ۱ بدست می‌آید و $S(\varphi_p, \lambda_p, \varphi_n, \lambda_m)$ تابع کرنل استوکس کروی است که با رابطه‌ی ۹ و ۱۰ بیان می‌شود.

$$S(\varphi_p, \lambda_p, \varphi_n, \lambda_m) = \frac{1}{s} - 6s + 1 - 5(1 - 2s^2) - 3(1 - 2s^2) \ln(s + s^2) \quad (9)$$

$$s^2 = \sin^2 \frac{\varphi_p - \varphi_n}{2} + \sin^2 \frac{\lambda_p - \lambda_n}{2} \cos\varphi_p \sin\varphi_n \quad (10)$$

با فرض ثابت بودن تابع کرنل استوکس کروی برای همه نقاط روی یک خط موازی و متفاوت بودن این تابع در عرض‌های جغرافیایی متفاوت، رابطه‌ی ۸ در جهت شرق-غرب پیچیده خواهد شد (رابطه‌ی ۱۱).



شکل ۷- ژئوئید و کوژئوئید [۱]

فاصله قائم بین ژئوئید و کوژئوئید که به علت تغییر در پتانسیل مربوط به روش تصحیح جاذبی (حذف جرم هنگام تصحیح جاذبی) بوجود می‌آید اثر غیر مستقیم روی ژئوئید نامیده می‌شود.

اثر غیر مستقیم روی ژئوئید که آنامولی جاذبی را از کوژئوئید به ژئوئید منتقل می‌کند باید به رابطه‌ی ۱ در روش‌های مختلف تصحیح جاذبی اضافه شود و می‌تواند با بکارگیری گرادیان هوای آزاد به صورت ساده بیان شود:

$$\delta_r = 0.3086 \Delta N_{ind} mGal \quad (2)$$

اثر مستقیم توپوگرافی روی جاذبه یعنی Δg_T در رابطه‌ی ۱ مربوط به هر روش تصحیح جاذبی با رابطه‌ی ۳ بیان می‌شود:

$$\Delta g_r = A - A_{(inv, Cond, Comp, Ref)} \quad (3)$$

که A جاذبه همه جرم‌های توپوگرافی روی ژئوئید و $A_{(Inv, Cond, Comp, Ref)}$ جاذبه جرم‌های توپوگرافی وارونه شده روش رودزکی یا متراکم شده هلمرت یا جبران شده روش AH یا PH و یا جاذبه جرم‌های توپوگرافی مرجع در روش RTM می‌باشد.

در تقریب کروی آنامولی جاذبی مرجع در عرض جغرافیایی و طول جغرافیایی با رابطه‌ی ۴ بدست می‌آید.

$$\Delta g_{GM} = \frac{GM}{R^2} \sum_{n=2}^{n_{max}} (n-1) \sum_{m=0}^n [\overline{C}_{nm} \cos m\lambda_p + \overline{S}_{nm} \sin m\lambda_p] P_{nm}(\sin \varphi_p) \quad (4)$$

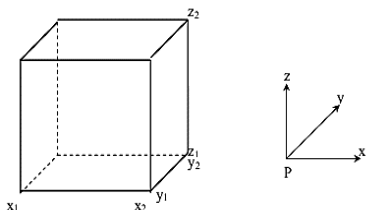
که R شعاع متوسط زمین \overline{S}_{nm} ، \overline{C}_{nm} ضرایب هارمونیک‌های کروی نرمالیزه شده آنامولی پتانسیل P_{nm} تابع لژاندر نرمالیزه شده پیوسته می‌باشد.

$$T_{RTM} = G\Delta\rho \iint \int_{h_{ref}}^0 \frac{1}{s(xp-x, yp-y, hp-z)} dx dy dz \quad (17)$$

که ρ چگالی توپوگرافی و $\Delta\rho$ کاهش چگالی در روش‌های ایزوستازی است. انتگرال‌های رابطه‌های ۱۴ تا ۱۷ با بکارگیری منشورهای قائم الزاویه در نقطه محاسباتی منطبق بر مبدا سیستم مختصات محاسبه می‌شود (رابطه-۱۸).

$$T = G\rho \left[xy \ln(z+r) + xy \ln(y+z) + yz(x+r) - \frac{x^2}{2} \tan^{-1}\left(\frac{yz}{xr}\right) - \frac{y^2}{2} \tan^{-1}\left(\frac{xz}{yr}\right) - \frac{z^2}{2} \tan^{-1}\left(\frac{xy}{xr}\right) \right]_{x_1|y_1|z_1}^{x_2|y_2|z_2} \quad (18)$$

شکل ۸ نمادهای بکار رفته در تعریف یک منشور قائم الزاویه را نشان می‌دهد. این منشور با صفحات موازی با صفحات مختصات محصور می‌شود و با مختصات نقطه P نقطه $x_1, x_2, y_1, y_2, z_1, z_2$ تعریف می‌شود. نقطه P محاسباتی است. رابطه‌ی ۱۳ از منشور قائم الزاویه، به عنوان فرمول اساسی محاسبه پتانسیل در روش‌های مختلف تصحیح جاذبی، در این پژوهش بکار می‌رود.



شکل ۸- نمادهای مورد استفاده برای تعریف منشور قائم‌الزاویه [۱]

اثر غیر مستقیم در روش دوم تراکم هلمرت با تقریب سطحی از رابطه‌ی ۱۹ بدست می‌آید.

$$N_{ind} = -\frac{\pi G\rho}{4\pi\gamma} h_p^2 - \frac{G\rho}{G\gamma} \iint_E \frac{h^s - h_p^s}{s^s} dx dy \quad (19)$$

مدل باقیمانده توپوگرافی شبه ژئوید را ارائه می‌دهد. اگر معادله ۵ را برای مدل باقیمانده توپوگرافی بکار گیریم، آنامولی ارتفاعی بدست می‌آید که ارتفاع شبه ژئوید نیز نامیده می‌شود و کمیت N_{ind} اثر غیر مستقیم روی شبه ژئوید را نشان می‌دهد که اثر توپوگرافی بازگشتی روی

$$N_{\Delta g} = \frac{\Delta\phi\Delta\lambda R}{4\pi\gamma} \sum_{n=0}^{N-1} F_1^{-1} \{F_1 \{ \Delta g(\varphi_n) \cos \varphi_n \} F_1 \{ S(\varphi_p, \varphi_n, \delta\lambda) \} \} \quad (11)$$

که F_1 و F_1^{-1} عملگرهای فوریه تک بعدی و ترانسفورم فوریه معکوس است. اثر غیرمستقیم روی ژئوید در رابطه‌ی ۵ از فرمول برنز بدست می‌آید (رابطه‌ی ۱۲).

$$N_{ind} = \frac{\Delta T}{\gamma} \quad (12)$$

که γ جاذبی نرمال و ΔT تغییر در پتانسیل ژئوید است که بستگی به روش‌های تصحیح جاذبی مورد استفاده دارد و برابر است با:

$$\Delta T = T - T_{(Inv, Cond, Comp, Ref)} \quad (13)$$

که T پتانسیل جاذبی جرم‌های توپوگرافی و $T_{(Inv, Cond, Comp, Ref)}$ پتانسیل جرم‌های توپوگرافی وارونه شده روش رودزکی یا متراکم شده روش هلمرت یا جبران شده روش AH یا PH و یا پتانسیل جرم‌های توپوگرافی مرجع در روش مدل باقیمانده توپوگرافی می‌باشد. به جرم‌های توپوگرافی بین ژئوید و سطح مرجع در روش مدل باقیمانده توپوگرافی جرم مرجع می‌گویند.

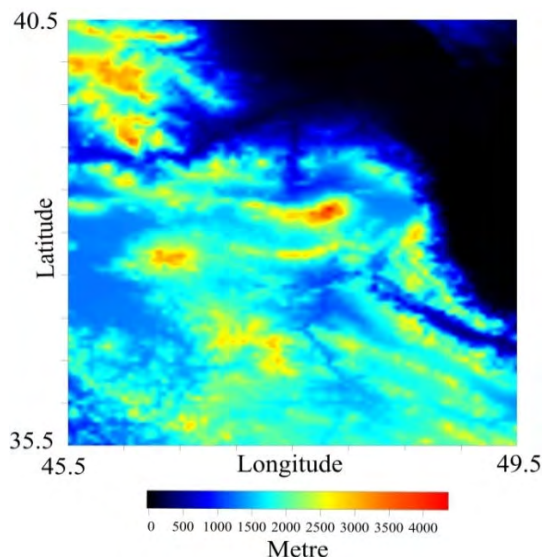
ΔT در رابطه‌ی ۱۳ برای روش رودزکی صفر است. زیرا پتانسیل جرم‌های توپوگرافی برابر پتانسیل جرم‌های توپوگرافی وارونه شده می‌باشد. پتانسیل جرم‌های توپوگرافی و پتانسیل جرم‌های جبرانی به صورت رابطه‌های ۱۴ تا ۱۷ است.

$$T = G\rho \iint \int_0^h \frac{1}{s(xp-x, yp-y, hp-z)} dx dy dz \quad (14)$$

$$T_{comp(Airy)=G\Delta\rho} \iint \int_{-T}^{-T-t} \frac{1}{s(xp-x, yp-y, hp-z)} dx dy dz \quad (15)$$

$$T_{comp(Pratt)} = G\Delta\rho \iint \int_0^0 \frac{1}{s(xp-x, yp-y, hp-z)} dx dy dz \quad (16)$$

سازمان نقشه برداری کشور است. این مشاهدات دارای مقدار ماکزیمم ۹۷۹۸۵۱٫۶۰، مینیمم ۹۷۹۲۴۲٫۱۰ و میانگین ۹۷۹۵۳۶٫۲۹ بر حسب میکروگال است. در این پژوهش گرادیانت نرمال ۰٫۳۰۸۶ mGal/m³ برای محاسبه‌ی آنامولی هوای آزاد و مقدار چگالی ۲٫۶۷ gr/cm³ استاندارد فرض شده است. برای محاسبه‌ی اثر توپوگرافی از DTM^۱ و SRTM 30^۲ مقدار تفکیک شبکه ۱ دقیقه‌ای برای تصحیح جاذبی استفاده شده است (شکل ۹).



شکل ۹- DTM شمال غرب ایران بر اساس SRTM30

مقدار آنامولی جاذبه هر ۶ روش در شکل ۱۰ و مشخصات آماری تصحیح‌های جاذبی در جدول ۲ آورده شده است. طبق جدول ۱ انحراف معیار و میانگین روش رودزکی از دو روش هلمرت و هوای آزاد بهتر است. آنامولی جاذبی روش‌های AH و PH دارای انحراف معیار بهتری نسبت به دیگر آنامولی‌های جاذبی است. مشخصات آماری روش RTM مشابه آنامولی جاذبی روش‌های AH و PH است ولی تصحیح ایزوستازی-توپوگرافی نیست و فقط در تعیین ژئوئید کاربرد دارد و در ژئوفیزیک استفاده نمی‌شود. با توجه به رابطه‌ی صفحه‌ی بینهایت بوگه با ارتفاع به وضوح رابطه‌ی خطی این آنامولی با ارتفاع مشخص است.

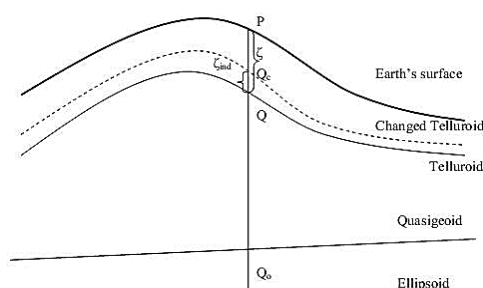
شبه ژئوئید نیز نامیده می‌شود و برابر فاصله تلوئید اصلی و تلوئید تغییر یافته است که در شکل ۹ نشان داده شده است. معادله ۵ برای تعیین شبه ژئوئید به صورت رابطه‌ی ۲۰ فرموله می‌شود.

$$\zeta = \zeta_{GM} + \zeta_{\Delta g} + \zeta_{ind} \quad (20)$$

در مدل باقیمانده توپوگرافی باید ژئوئید را از شبه ژئوئید بدست آوریم. فاصله بین ژئوئید و شبه ژئوئید از رابطه‌ی ۲۱ بدست می‌آید.

$$\zeta - N = -\frac{\bar{g} - \bar{\gamma}}{\gamma} h \approx \frac{\Delta g_B}{\gamma} h \quad (21)$$

که \bar{g} شتاب ثقل متوسط و $\bar{\gamma}$ شتاب ثقل نرمال و Δg_B آنامولی بوگه می‌باشد.



شکل ۹- تلوئید و تلوئید تغییر یافته [۱]

جزئیات بیشتر در مورد تصحیح توپوگرافی و روابط آن را می‌توان در مراجع متعدد یافت [۲]، [۴]، [۵]، [۶]، [۷]، [۸]، [۹].

۴- نتایج عددی

یکی از مناطق کوهستانی، منطقه‌ی شمال غرب ایران است. در این پژوهش برای بررسی اثر توپوگرافی روی جاذبه در تعیین ژئوئید، منطقه‌ی شمال غرب با محدوده‌ی عرض جغرافیایی $35.5 \leq \varphi \leq 40.5$ و طول جغرافیایی $44.5 \leq \lambda \leq 49.5$ انتخاب شده است. شبکه‌چند منظوره فیزیکال ژئودزی و ژئودینامیک کشور دارای تعداد بیش از ۶۰۰ ایستگاه، ۱۶۰۰ مشاهده‌ی نسبی با تراکم ۵۵ کیلومتری و دقت ثقل ۱۰ میکروگال می‌باشد. داده‌های مورد استفاده در این پژوهش شامل ۶۰۴ شتاب ثقل اندازه‌گیری شده در منطقه‌ی شمال غرب کشور توسط

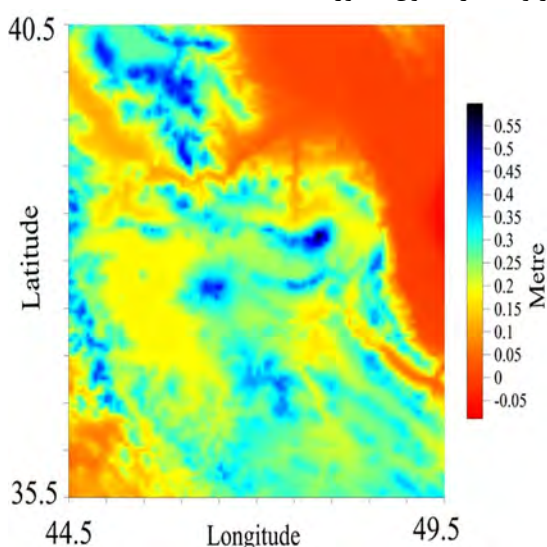
۱ Digital Terrain Model

۲ Shuttle Radar Topography Model

جدول ۱- مشخصات آماری آنامولی جاذبی (mGal)

| روش تصحیح جاذبی | ماکزیمم | مینم | میانگین | انحراف معیار |
|-----------------|---------|---------|---------|--------------|
| هوای آزاد | ۳۹۲٫۶۸ | -۱۲۵٫۵۳ | ۴۸٫۱۷ | ۶۷٫۴۴ |
| بوگه تصحیح شده | ۵۶٫۷۳ | -۱۱۳٫۵۶ | -۴٫۵۵ | ۵۶٫۷۳ |
| هلمرت | ۲۴۶٫۱۵ | -۶۰٫۴۷ | ۹۰٫۲۹ | ۳۶٫۵۵ |
| AH | ۲۱۲٫۷۲ | -۱۱۵٫۴۴ | ۴۵٫۸۷ | ۱۸٫۷۵ |
| PH | ۲۱۸٫۲۲ | -۱۱۳٫۸۵ | ۴۸٫۷۴ | ۱۷٫۸۴ |
| RTM | ۲۳۶٫۴۲ | -۹۲٫۶۰ | ۳۹٫۷۳ | ۲۶٫۷۸ |
| رودزکی | ۲۶۶٫۹۶ | -۱۰۲٫۴۷ | ۶۶٫۸۵ | ۲۸٫۴۱ |

اثر غیرمستقیم توپوگرافی روش هلمرت در شکل ۱۱ و مشخصات آماری اثر غیر مستقیم بر روی شتاب ثقل و ژئوید در جدول ۲ آورده شده است.



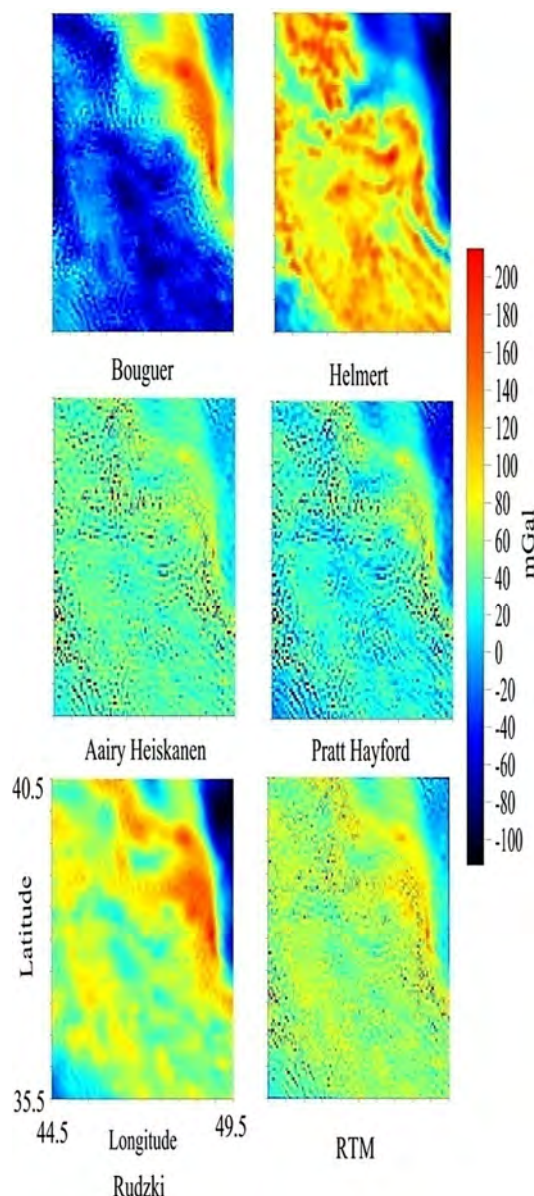
شکل ۱۱- اثر غیرمستقیم توپوگرافی روش دوم متراکم سازی هلمرت

جدول ۲- مشخصات آماری اثر غیر مستقیم بر روی شتاب

ثقل (mGal) و ژئوید و شبه ژئوید (m)

| روش تصحیح جاذبی | اثر غیر مستقیم | ماکزیمم | مینم | میانگین | انحراف معیار |
|-----------------|----------------|---------|-------|---------|--------------|
| هلمرت | ش.ث ژئوید | ۰٫۰۱ | -۰٫۵۴ | ۰٫۰۷ | ۰٫۰۶ |
| AH | ش.ث ژئوید | ۲٫۸۱ | ۰٫۴۹ | ۱٫۵۷ | ۴٫۴۱ |
| PH | ش.ث ژئوید | ۳٫۸۷ | ۰٫۸۴ | ۲٫۰۱ | ۴٫۱۱ |
| RTM | شبه ژئوید | ۱٫۸۷ | -۲٫۱۴ | -۰٫۱۹ | -۰٫۲۷ |

به منظور برآورد دقت کار از ۳۴ نقطه GPS/Levelling شمال غرب کشور برای مقایسه‌ی ژئوید تعیین شده با ۵ روش استفاده شده است. چگونگی توزیع نقاط GPS/Levelling و



شکل ۱۰- آنامولی جاذبی روش ۶، چپ بالا: آنامولی جاذبی بوگه، راست بالا: آنامولی جاذبی هلمرت، وسط چپ: آنامولی جاذبی آیری- هیسکانن، وسط راست: آنامولی جاذبی پرت- هایفورد، چپ پایین: آنامولی جاذبی رودزکی، راست پایین: آنامولی جاذبی مدل باقیمانده‌ی توپوگرافی

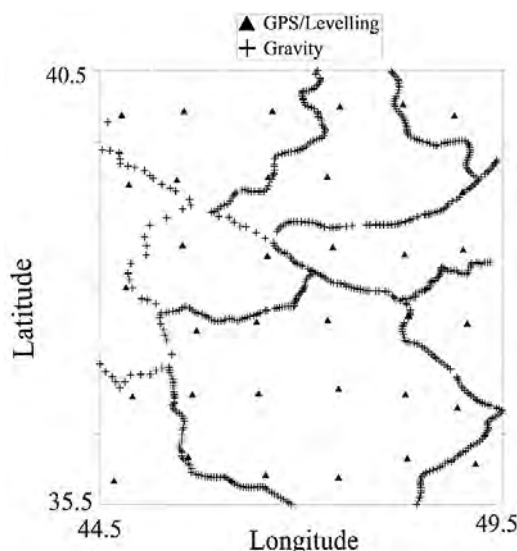
۵- نتیجه گیری

آنامولی رودزکی در حوزه‌های کوهستانی دارای انحراف معیار کمتری نسبت به روش هلمرت است، اگر چه سه روش رودزکی، هلمرت و مدل باقیمانده‌ی توپوگرافی دارای سازگاری خوبی با EGM08 می‌باشند. اثر غیر مستقیم توپوگرافی در روش هلمرت بسیار کوچک (۲۶ سانتی متر) است که تصحیح ایزوستازی-توپوگرافی بیش از ۱۰ متر است. بیشترین اثر توپوگرافی در ترمیم مدل باقیمانده‌ی توپوگرافی نزدیک ۲ متر می‌باشد و برای تعیین ژئوئید نیاز به انتقال از شبه ژئوئید به ژئوئید داریم. نتایج حاصل نشان می‌دهد که روش معکوس رودزکی که نه در گذشته استفاده می‌شد و نه در حال حاضر، می‌تواند یک ابزار استاندارد جهت تعیین ژئوئید با استفاده از داده‌های جاذبی باشد. چرا که ژئوئید حاصل از این روش، به خوبی روش‌های هلمرت و مدل باقیمانده‌ی توپوگرافی (از لحاظ انحراف معیار، دامنه ماکزیمم و مینیمم) در مقایسه با ژئوئید حاصل از GPS/Levelling در منطقه مورد مطالعه می‌باشد اما نیاز به محاسبات اضافی‌تر دارد. همچنین تنها روشی تصحیح جاذبی است که سطح ژئو پتانسیل را تغییر نداده و نیاز به محاسبه اثر غیر مستقیم توپوگرافی ندارد. برای کارهای آتی می‌توان با استفاده از چگالی واقعی موجود مناطق تصحیح‌های جاذبی را محاسبه و نسبت به هم و روش GPS/Levelling مقایسه کرد و نتایج را ارزیابی نمود. همچنین می‌توان در دیگر مناطق کوهستانی کشور با استفاده از روش معکوس رودزکی (با تقریب کروی یا سطحی) محاسبات را انجام داده و نتایج را ارزیابی نمود.

سپاسگزاری

بدین وسیله از سازمان نقشه برداری کشور بابت فراهم کردن داده‌ها و از نظرات ارزشمند داوران محترم تشکر و قدردانی می‌شود.

شتاب ثقل اندازه گیری شده در شکل ۱۲ نشان داده شده است. مشخصات آماری تصحیح‌های جاذبی با GPS/Levelling به همراه مقادیر قبل از انطباق در جدول ۳ آورده شده است.

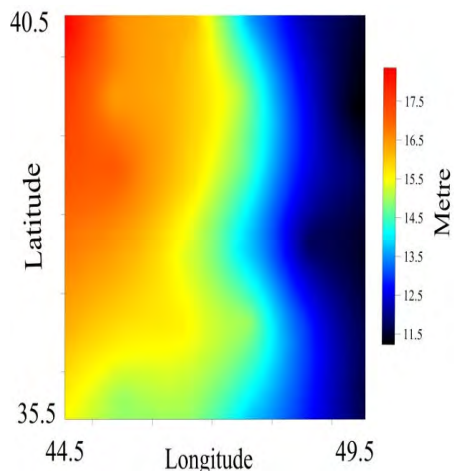


شکل ۱۲- توزیع نقاط GPS/Levelling و شتاب ثقل اندازه‌گیری شده

جدول ۳- مشخصات آماری تصحیح‌های جاذبی در مقایسه با GPS/Levelling بر حسب متر (مقادیر داخل پرانتز مقادیر قبل از انطباق را نشان می‌دهد)

| تصحیح جاذبی | ماکزیمم | مینم | میانگین | انحراف معیار |
|-------------|-----------------|------------------|------------------|----------------|
| هلمرت | ۰٫۷۸ (۲٫۰۵) | -۰٫۴۴ (۰٫۵۱) | ۰٫۱۳ (۱٫۲۷) | ۰٫۲۴ (۰٫۳۱) |
| AH | ۰٫۶۷ (-۶٫۴۱) | -۱٫۴۱ (-۸٫۱۷) | ۰٫۷۹ (-۵٫۹۸) | ۰٫۵۴ (۰٫۶۴) |
| PH | ۰٫۶۱ (-۶٫۸۴) | -۰٫۴۹ (-۸٫۲۲) | ۰٫۶۵ (-۶٫۰۴) | ۰٫۵۲ (۰٫۶۱) |
| RTM | ۱٫۰۴ (۲٫۴۸) | -۰٫۱۷ (۰٫۶۴) | ۰٫۳۸ (۱٫۲۶) | ۰٫۳۷ (۰٫۴۶) |
| رودزکی | ۰٫۷۱ (۰٫۱۷) | -۰٫۵۴ (-۱٫۵۲) | -۰٫۰۱ (-۰٫۷۶) | ۰٫۲۳ (۰٫۴۴) |

ژئوئید تعیین شده با روش رودزکی در شکل ۱۳ آورده شده است.



شکل ۱۳- ژئوئید تعیین شده با روش رودزکی

مراجع

- [1] Bajracharya, S. (2003). "Terrain Effects on Geoid Determination. " University of Calgary. Alberta, Canada.
- [2] Heiskanen, WA., Moritz, H. (1967). "Physical geodesy." W. H. Freeman and Company. San Fransisco.
- [3] Martinez, Z., Vanicek, P., Mainville, A., Veronneau, M. (1996). "Evaluation of topographical effects in precise geoids computation from densely sampled heights." Journal of Geodesy. 70. PP 746-754.
- [4] Martinec, Z., Vanicek, P. (1993). "The indirect effect of topography in the Stokes-Helmert technique for a spherical approximation of the geoids." Manuscripta Geodaetica. 19. PP 257-268.
- [5] Martinec, Z., Matyska, C., Grafarend, EW., Vanicek, P. (1993), "On Helmert's 2nd condensation method." Manucripta Geodaetica. 18. PP 417-421.
- [6] Moritz, H. (1968). "On the use of the terrain correction in solving Molodensky's problem." Columbus, Ohio.
- [7] Moritz, H. (1980). "Advanced Physical Geodesy". Abacuss press. Tunbridge Wells Kent.
- [8] Moritz, H. (2000). "Geodetic reference system 1980". Journal of Geodesy. 74. PP 128-164.
- [9] Vanicek, P., Martinec, Z. (1994). "The Stokes – Helmet scheme for the evaluation of precise geoids." Manuscripta Geodaetica. 19. PP 119-128.